
Diagnostics, Resource and Mechanics
of materials and structures

Editor-in-Chief: **Eduard S. Gorkunov**, RAS Academician (Russia)
Deputy Editors-in-Chief: **Sergey V. Smirnov**, **Sergey V. Gladkovsky**

Editorial Council

Chairman: **Eduard S. Gorkunov**, RAS Academician (Russia)

Anatoly A. Burenin (Russia)
Robert V. Goldshtein (Russia)
Irina G. Goryacheva (Russia)
Janez Grum (Slovenia)
Mikhail P. Lebedev (Russia)
Leopold I. Leontiev (Russia)
Evgeny V. Lomakin (Russia)
Valery P. Matveenko (Russia)
Nikolay A. Makhutov (Russia)
Mitko M. Mihovski (Bulgaria)
Nikita F. Morozov (Russia)
Vladimir V. Moskvichev (Russia)
Sergey V. Panin (Russia)
Sergey G. Psakhye (Russia)
Vasily M. Fomin (Russia)
Shao Wen-zhu (China)

Editorial Board

Boris V. Artemyev (Moscow)
Vladimir A. Bataev (Novosibirsk)
Aleksandr K. Belyaev (St.-Peterburg)
Vera V. Berezovskaya (Ekaterinburg)
Alexander A. Bogatov (Ekaterinburg)
Sergey V. Burov (Ekaterinburg)
Vladimir O. Vaskovsky (Ekaterinburg)
Dmitry I. Vichuzhanin (Ekaterinburg)
Mladen N. Georgiev (Sofia, Bulgaria)
Vladimir G. Degtyar (Miass)
Igor G. Emelyanov (Ekaterinburg)
Sergey M. Zadvorkin (Ekaterinburg)
Alexander G. Zalazinsky (Ekaterinburg)
Anatoly V. Konovalov (Ekaterinburg)
Vladimir N. Kostin (Ekaterinburg)
Aleksey V. Makarov (Ekaterinburg)
Lev A. Merzhievsky (Novosibirsk)
Radik R. Mulyukov (Ufa)
Vitaly V. Muravyov (Izhevsk)
Aleksandr P. Nichipuruk (Ekaterinburg)
Oleg A. Plekhov (Perm)
Anna M. Povlotskaya (Ekaterinburg)
Nataliya B. Pugacheva (Ekaterinburg)
Igor Yu. Pyshmintsev (Chelyabinsk)
Anatoly B. Rinkevich (Ekaterinburg)
Roman A. Savray (Ekaterinburg)
Alexander S. Smirnov (Ekaterinburg)
Yury V. Subachev (Ekaterinburg)
Alexander I. Ulyanov (Izhevsk)
Yulia V. Khudorozhkova (Ekaterinburg)

Elena E. Verstakova, editor of the English translation
Irina M. Tsiklina, editor of Russian texts
Ekaterina V. Blashchanevich, associate editor
Lyubov N. Lobova, associate editor
Galina V. Torlopova, associate editor
Raul N. Shakirov, site admin

Postal address: Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya st., 620049,
Ekaterinburg, Russian Federation
phone: +7 (343) 375-35-83,
fax: +7 (343) 374-53-30
e-mail: dream-journal@mail.ru
<http://dream-journal.org>

Главный редактор: Горкунов Эдуард Степанович – академик РАН, д.т.н.

Заместители главного редактора: **Сергей Витальевич Смирнов**, д.т.н.; **Сергей Викторович Гладковский**, д.т.н.

Редакционный совет:

Председатель совета – Горкунов Эдуард Степанович, академик РАН, д.т.н. (Россия)

Буренин Анатолий Александрович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Россия)

Гольдштейн Роберт Вениаминович, д.ф.-м.н., член-корр. РАН (Россия)

Горячева Ирина Георгиевна, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)

Грум Янез, Ph.D, (Республика Словения)

Лебедев Михаил Петрович, член-корр. РАН, д.т.н. (Россия)

Леонтьев Леопольд Игоревич, академик РАН, д.т.н. (Россия)

Ломакин Евгений Викторович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Россия)

Матвеев Валерий Павлович, академик РАН, д.т.н. (Россия)

Махутов Николай Андреевич, член-корр. РАН, д.т.н. (Россия)

Миховски Митко Минков, д.т.н. (Республика Болгария)

Морозов Никита Федорович, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)

Москвичев Владимир Викторович, д.т.н. (Россия)

Панин Сергей Викторович, д.т.н. (Россия)

Псахье Сергей Григорьевич, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Россия)

Фомин Василий Михайлович, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)

Шао Вэнь-чжу, профессор (Китай)

Редакционная коллегия:

Главный редактор – **Горкунов Эдуард Степанович**, академик РАН, д.т.н. (Екатеринбург)

Зам. главного редактора – **Смирнов Сергей Витальевич**, д.т.н. (Екатеринбург)

Зам. главного редактора – **Гладковский Сергей Викторович**, д.т.н. (Екатеринбург)

Артемьев Борис Викторович, д.т.н., (Москва)

Батаев Владимир Андреевич, д.т.н. (Новосибирск)

Беляев Александр Константинович, д.ф.-м.н., (Санкт-Петербург)

Березовская Вера Владимировна, д.т.н., (Екатеринбург)

Богатов Александр Александрович, д.т.н. (Екатеринбург)

Буров Сергей Владимирович, к.т.н. (Екатеринбург)

Васьковский Владимир Олегович, д.ф.-м.н. (Екатеринбург)

Вичужанин Дмитрий Иванович, к.т.н. (Екатеринбург)

Георгиев Младен Николов, д.т.н. (София, Республика Болгария)

Дегтярь Владимир Григорьевич, член-корр. РАН, д.т.н. (Миасс)

Емельянов Игорь Георгиевич, д.т.н. (Екатеринбург)

Задворкин Сергей Михайлович, к.ф.-м.н. (Екатеринбург)

Залазинский Александр Георгиевич, д.т.н. (Екатеринбург)

Коновалов Анатолий Владимирович, д.т.н. (Екатеринбург)

Костин Владимир Николаевич, д.т.н. (Екатеринбург)

Макаров Алексей Викторович, д.т.н. (Екатеринбург)

Мержиевский Лев Алексеевич, д.т.н. (Новосибирск)

Мулюков Радик Рафикович, д.ф.-м.н. (Уфа)

Муравьев Виталий Васильевич, д.т.н. (Ижевск)

Ничипурук Александр Петрович, д.т.н. (Екатеринбург)

Плехов Олег Анатольевич, д.ф.-м.н. (Пермь)

Поволоцкая Анна Моисеевна, к.т.н. (Екатеринбург)

Пугачева Наталия Борисовна, д.т.н. (Екатеринбург)

Пышминцев Игорь Юрьевич, д.т.н. (Челябинск)

Ринкевич Анатолий Брониславович, д.ф.-м.н. (Екатеринбург)

Саврай Роман Анатольевич, к.т.н. (Екатеринбург)

Смирнов Александр Сергеевич, к.т.н. (Екатеринбург)

Субачев Юрий Владимирович, к.т.н. (Екатеринбург)

Ульянов Александр Иванович, д.т.н. (Ижевск)

Худорожкова Юлия Викторовна, к.т.н. (Екатеринбург)

Верстакова Елена Евгеньевна – редактор перевода текста на английский язык

Циклина Ирина Михайловна – редактор текста

Блащаневич Екатерина Владимировна – помощник редактора

Лобова Любовь Николаевна – помощник редактора

Торлопова Галина Викторовна – помощник редактора

Шакиров Рауль Нурувич, к.т.н. – администратор сайта журнала

Адрес редакции:

Россия, 620049, г. Екатеринбург, ул. Комсомольская, д. 34., ИМАШ УрО РАН

телефон: +7 (343) 375 35 83, факс +7 (343) 374-53-30

e-mail: dream-journal@mail.ru

http://dream-journal.org

CONTENTS**MECHANICS OF STRENGTH, DAMAGE, WEAR AND FRACTURE OF MATERIALS
THROUGHOUT THE PRODUCT LIFECYCLE, FROM DESIGN TO WITHDRAWAL**

Smirnov S. V., Veretennikova I. A. Comparative evaluation of metal damage on the free lateral surface of single-layer and three-layer strips under rolling 6

**THE RELATION OF THE STRUCTURE AND PHASE COMPOSITION TO THE
PHYSICAL-MECHANICAL PROPERTIES OF MATERIALS IN USE UNDER
EXTREME CONDITIONS**

Gladkovsky S. V., Potapov A. I., Lepikhin S. V. Studying the deformation resistance of EP679 maraging steel 18

**EVALUATION OF THE SERVICE LIFE OF TECHNICAL OBJECTS AND
PREDICTION OF THEIR DURABILITY, RELIABILITY AND SURVIVABILITY,
LONGEVITY TESTING, EXAMINATION OF FRACTURE**

**Pugacheva N. B., Vichuzhanin D. I., Smirnov S. V., Kalashnikov S. T.,
Chekushkin V. S., Antenorova N. P., Pankratov A. A.** Studying the changes in the structure and properties of a magnesium alloy after operation and long annealing at temperatures of 50 and 70 °C 29

Chirikov V. A., Dimitrov D. M., Kostov K. P. Universal experimental relation for natural frequencies of transversal vibration of stubby free-free beams 42

**SCIENTIFIC FOUNDATIONS FOR MATERIAL DESIGN AND DEVELOPMENT OF
EFFECTIVE TECHNOLOGIES OF MAKING MACHINE PARTS AND STRUCTURES,
INCLUDING THOSE TO BE OPERATED UNDER EXTREME CONDITIONS**

Solovei V. D. Possible velocity disturbances in the lag zone and on the free boundary in a viscoplastic strip under rolling 52

СОДЕРЖАНИЕ**МЕХАНИКА ПРОЧНОСТИ, ПОВРЕЖДЕННОСТИ, ИЗНАШИВАНИЯ И
РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ НА ПРОТЯЖЕНИИ ВСЕГО ЖИЗНЕННОГО
ЦИКЛА ИЗДЕЛИЙ ОТ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДО ВЫВОДА ИЗ ЭКСПЛУАТАЦИИ**

Смирнов С. В., Веретенникова И. А. Сравнительная оценка поврежденности металла на свободной боковой поверхности при прокатке однослойных и трехслойных полос 6

**СВЯЗЬ СТРУКТУРЫ, ФАЗОВОГО СОСТАВА И ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ
СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ
УСЛОВИЯХ**

Гладковский С. В., Потапов А. И., Лепихин С. В. Исследование сопротивления деформации мартенситно-старяющей стали ЭП679 18

**ОЦЕНКА РЕСУРСА И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ, НАДЕЖНОСТИ,
ЖИВУЧЕСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ, РЕСУРСНЫЕ ИСПЫТАНИЯ,
ЭКСПЕРТИЗА РАЗРУШЕНИЯ**

Пугачева Н. Б., Вичужанин Д. И., Смирнов С. В., Калашников С. Т., Чекушкин В. С., Антенорова Н. П., Панкратов А. А. Исследование изменений структуры и свойств сплава МА21 после эксплуатации и длительных выдержек при температурах 50 и 70 °С 29

Чириков В. А., Димитров Д. М., Костов К. П. Универсальная экспериментальная зависимость для определения собственных частот поперечных колебаний коротких балок со свободными концами 42

**НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ДИЗАЙНА МАТЕРИАЛОВ И РАЗРАБОТКИ
ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН И
КОНСТРУКЦИЙ,
В ТОМ ЧИСЛЕ ДЛЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ**

Соловей В. Д. Возможные возмущения скоростей перемещений в зоне отставания и на свободной границе вязкопластической полосы при прокатке 52

COMPARATIVE EVALUATION OF METAL DAMAGE ON THE FREE LATERAL SURFACE OF SINGLE-LAYER AND THREE-LAYER STRIPS UNDER ROLLING

S.V. Smirnov, I.A. Veretennikova*

Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya st., Ekaterinburg, Russian Federation

*Corresponding author. E-mail: irincha@imach.uran.ru; address for correspondence: 34, Komsomolskaya st, 620049, Ekaterinburg, Russian Federation; Tel.: +7 (343) 375-35-96; fax: +7 (343) 374-53-30

The paper compares the stress-strain state and damage accumulation in a steel constituting a “steel 20” single-layer strip and “12Cr18Ni10Ti – steel 20 – 12Cr18Ni10Ti” and “copper M1 – steel 20 – copper M1” three-layer strips under rolling. The areas in the middle of the free lateral surface that are the most dangerous in terms of cohesive destruction are discussed. The finite element method is used to simulate the rolling process. Kolmogorov’s model of damage and the relation of peak plasticity to the stress state coefficient and the Lode coefficient are used for calculations. The analysis of the data shows a relationship between the configuration of the deformation zone and metal deformability. In particular, it is better to roll strips of steel 20 in large-diameter rolls and “copper M1 – steel 20 – copper M1” strips in small-diameter rolls. When “12Cr18Ni10Ti – steel 20 – 12Cr18Ni10Ti” strips are rolled, the diameter of rolls has no essential effect on damage accumulation in the central layer. The proposed conclusions can be used only for the materials under study, since the mechanisms of damage accumulation for specific materials may vary depending on the peak plasticity diagram.

Keywords: multilayer metal, rolling, stress-strain state, damage.

DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.006-017

References

1. Kobelev A.G., Lysak V.I., Chernyshev V.N. *Proizvodstvo sloistykh kompozitsionnykh materialov* [Production of Layered Composite Materials]. Moscow, Internet Inzhiniring Publ., 2002, 496 p. (In Russian).
2. Trykov Ju.P., Shmorgun V.G., Gurevich L.M. *Deformatsiya sloistykh kompozitov: Monografiya* [Deformation of Layered Composites: Monograph]. Volgograd, VolGTU Publ., 2001, 242 p. (In Russian).
3. Smirnov S.V., Veretennikova I.A., Kamantsev I.S., Trushina E.B. Studying the destruction of the interface in an explosion-welded «Steel 08X18H10T + Steel 10» bimetal strip under plastic deformation. *Proizvodstvo prokata*, 2014, no. 7, pp. 14–19. (In Russian).
4. Smirnov, S.V. Veretennikova, I.A. Vichuzhanin, D.I. Modeling of delamination in multi-layer metals produced by explosive welding under plastic deformation. *Computational Continuum Mechanics*, 2014, vol. 7, no. 4, pp. 398–411. <http://dx.doi.org/10.7242/1999-6691/2014.7.4.38>. (In Russian).
5. Kolmogorov V.L. *Napryazheniya, deformatsii, razrushenie* [Stresses, Strains, Fracture]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1970, 229 p. (In Russian).
6. Bogatov A.A., Mizhiritsky O.I., Smirnov S.V. *Resurs plastichnosti metallov pri obrabotke davleniem* [Metal Plasticity Margin under Plastic Deformation]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1984, 144 p. (In Russian).
7. Smirnov S.V., Golubkova I.A. Simulation of cold rolling by the finite element method. *Zagotovitelnye proizvodstva v mashinostroenii*, 2010, no. 5, pp. 27–30. (In Russian).
8. Grudev A.P. *Teoriya prokatki* [Theory of Rolling]. Moscow, Internet Inzhiniring Publ., 2001, 280 p. (In Russian).

9. Sorokin V.G., Volosnikova A.V., Vyatkin S.A. et al. *Marochnik staley i splavov, pod obshch. red. V.G. Sorokina* [V.G. Sorokin, ed. Book of Steel and Alloy Grades]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 640 p. (In Russian).
10. Smirnov S., Domilovskaya T. Damage accumulation upon plastic deformation under monotonic loading. *Russian metallurgy (Metally)*, 2002, no. 5, pp. 470–476.
11. Smirnov S., Domilovskaya T. Definition of the kinetic equation form for damage under the plastic deformation. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 2003, vol. 26 (4), pp. 373–379
12. Smirnov S.V., Shveikin V.P. *Plastichnost i deformiruemost uglerodistoy stali* [Plasticity and Deformability of Carbon Steel]. Ekaterinburg, UrO RAN Publ., 2008, 256 p. (In Russian).
13. Vichuzhanin D.I. Khotinov V.A. Smirnov S.V. The Effect of the Stress State on the Ultimate Plasticity of Steel X80. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2015, iss. 1, pp. 73–89. URL: http://dream-journal.org/issues/2015-1/2015-1_21.html (accessed: 23.08.2015). <http://dx.doi.org/10.17804/2410-9908.2015.1.073-089>. (In Russian).
14. Smirnova S.V., Gladkovsky S.V. Mechanical properties and peculiarities of the fracture of layered metal composites after explosion welding and pack rolling. *Aktualnye problemy sovremennoy nauki: Trudy 5-go Mezhdunarodnogo foruma. Yestestvennyye nauki. Chasti 1–3: Matematika. Matematicheskoe modelirovanie. Mekhanika*, 2010, pp. 214–218. (In Russian).

Подана в журнал: 24.08.2015
УДК 621.7.011:539.374
DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.006-017

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПОВРЕЖДЕННОСТИ МЕТАЛЛА НА СВОБОДНОЙ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ПРОКАТКЕ ОДНОСЛОЙНЫХ И ТРЕХСЛОЙНЫХ ПОЛОС

С.В.Смирнов, И.А. Веретенникова*

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук, ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация

*Ответственный автор. Электронная почта: irincha@imach.uran.ru; Адрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, 620049, Екатеринбург, Российская Федерация. Телефон: +7 (343) 375-35-96; Факс: 374-53-30

Проведено сравнение напряженно-деформированного состояния и накопления поврежденности стали 20 в составе однослойной полосы и трехслойных полос «12X18Н10Т–сталь 20–12X18Н10Т», «медь М1–сталь 20–медь М1» при прокатке. Рассмотрены наиболее опасные для когезионного разрушения участки на середине высоты свободной боковой поверхности. Моделирование осуществлено методом конечных элементов. Для расчетов использованы модель поврежденности В.Л. Колмогорова и зависимость предельной пластичности от показателя напряженного состояния и показателя Лоде. Установлено, что форма очага деформации ℓ/H_{cp} оказывает влияние на деформируемость металла. Расчеты показывают, что полосы из стали 20 целесообразно катать в валках большого диаметра, полосы «медь М1–сталь 20–медь М1» – в валках меньшего диаметра. Диаметр валков при прокатке полосы «12X18Н10Т–сталь 20–12X18Н10Т» не оказывает существенного влияния на накопление поврежденности в центральном слое. Данные выводы имеют частный характер, и закономерности накопления поврежденности для конкретных материалов могут изменяться в зависимости от диаграммы предельной пластичности.

Ключевые слова: слоистый листовой композиционный металл, прокатка, напряженно-деформированное состояние, поврежденность.

1. Введение

Одними из наиболее распространенных металлических композиционных материалов являются слоистые листовые материалы, состоящие из нескольких однородных или разнородных слоев. Важнейшее их преимущество в том, что для конкретных условий эксплуатации могут быть разработаны композиции с оптимальным комплексом служебных характеристик [1].

Основным процессом получения слоистых металлических материалов является сварка находящихся в контакте поверхностей металлов, в результате которой возникает прочное сцепление слоев. В дальнейшем полученные сваркой материалы часто подвергаются пластической деформации [2]. При этом для любого процесса пластического деформирования необходимо осуществлять прогнозирование поведения материала при обработке и в процессе дальнейшей эксплуатации. Как показывают исследования, закономерности деформирования монолитных материалов отличаются от процесса деформирования многослойных листовых материалов [3]. Разрушение таких материалов может происходить за счет расслоения сварных границ и по механизму когезионного разрушения, т. е. за счет исчерпания ресурса пластичности металла слоев, составляющих композит. Вопросы моделирования и прогнозирования расслоения на границе соединения разнородных материалов были рассмотрены нами в работе [4]. Статья посвящена сравнению особенностей напряженно-деформированного состояния (НДС) и накопления поврежденности для наиболее опасных

для разрушения участков металла, расположенных на середине высоты свободной боковой поверхности трехслойных полос по сравнению с монолитными.

Модели механики поврежденности преимущественно используются для описания процессов разрушения монолитного материала. Вопрос применения подобных моделей для оценки поврежденности и разрушения составляющих металлических композиционных материалов специально не изучался. Наиболее последовательно в настоящее время изучена применимость для прогнозирования разрушения металлов при пластической деформации моделей, разработанных научной школой В.Л. Колмогорова [5,6], линейный вариант которых был использован в данной статье. В качестве объекта исследования выбраны образцы, полученные сваркой взрывом. Пластическая деформация осуществлялась прокаткой в гладких валках. Рассматривалось поведение материала на боковой границе прокатываемой полосы. Выбор данных слоистых материалов обусловлен их широким применением в промышленности и удобством проведения модельных экспериментов. В качестве метода моделирования был выбран метод конечных элементов, являющийся одним из наиболее распространенных в настоящее время методов численного решения трехмерных нелинейных задач механики деформируемого твердого тела.

2. Постановка задачи и исследуемые материалы

Моделирование прокатки осуществляли в программе LS-DYNA, которая предназначена для решения высоко-нелинейных технологических задач механики. Возможность адекватного моделирования прокатки полосы средствами программы LS-DYNA была описана в статье [7], где сравнивались результаты исследований контактных напряжений при холодной прокатке алюминиевых образцов разной высоты на лабораторном стане при установившейся стадии процесса, полученные численным и натурным экспериментами, показана применимость конечно-элементной модели для целей оценки напряженно-деформируемого состояния и прогнозирования поврежденности и разрушения при прокатке.

Твердотельные модели полосы и валков создавали средствами программы ANSYS/LS-DYNA. При построении конечно-элементной модели прокатки принимали, что в первоначальный момент времени захват уже произошел, т. е. полоса уже находится в валках.

Упорядоченную сетку строили путем деления геометрических элементов модели на некоторое число частей с использованием встроенного алгоритма разумного выбора размеров конечных элементов, с учетом кривизны поверхности и наилучшего отображения ее реальной геометрии, что позволило уменьшить число элементов неудовлетворительной формы и прерываний процедуры построения сетки. При разбиении сетки использовали объемные конечные 8-узельные элементы SOLID186. Упругой деформацией валков пренебрегали, принимая допущение, что они абсолютно жесткие. В связи с этим более мелкое разбиение конечно-элементной сетки было выполнено не во всем объеме валков, а только на их поверхностях, непосредственно контактирующих с заготовкой.

Контакт полосы с валками задавали в виде контактных пар «абсолютно жесткое тело – деформируемое тело». При этом полагали, что для контактных поверхностей справедлив закон Амонтона – Кулона со значением коэффициента трения 0,1. Скорость вращения валков составляла 0,3 м/с. Для материалов полосы использовали изотропную упругопластическую модель среды с изотропным упрочнением. Материалы в слоистой полосе соединялись без возможности проскальзывания и разъединения с помощью контактной опции BONDING. Для минимизации функционала вариационного принципа Лагранжа был выбран метод Бройдена–Флетчера–Гольдфарба–Шэнно, являющийся одной из модификаций метода Ньютона. Для решения системы линейных уравнений на очередной итерации поиска минимума функционала использовали метод сопряженных градиентов и неявную схему интегрирования по временной области. Для контроля устойчивости численного решения в ходе расчетов выполняли проверку энергетического баланса системы: контролировали работу внешних

сил, энергию формоизменения, потенциальную энергию упругой деформации заготовки, кинетическую энергию заготовки, рассеяние энергии в контакте заготовки с валками.

Представленная конечно-элементная модель процесса прокатки достаточно универсальна, позволяет анализировать практически все необходимые параметры напряженно-деформированного состояния при широком варьировании условий технологического процесса. Задачи прокатки по различным схемам различаются лишь геометрической постановкой.

В теории холодной прокатки принято [8], что напряженно-деформированное состояние зависит от двух безразмерных параметров – относительного обжатия $\varepsilon = \frac{H_0 - H_1}{H_0} 100\%$ и

фактора очага деформации ℓ/H_{cp} (ℓ – длина геометрического очага деформации; $H_{cp} = 0,5(H_0 + H_1)$ – средняя высота полосы при прокатке; H_0 и H_1 начальная и текущая высота полосы соответственно). Величина ℓ рассчитывается по формуле [8] $\ell = \sqrt{0,5D_b(H_0 - H_1)}$, где D_b – диаметр валка.

При моделировании принимали, что относительное обжатие при прокатке $\varepsilon = 10\%$ во всех рассмотренных вариантах прокатки. Изменение напряженно-деформированного состояния осуществлялось за счет варьирования фактора формы очага деформации ℓ/H_{cp} . При моделировании варьирование ℓ/H_{cp} достигали за счет изменения диаметра валков $D_b = 250; 130; 50$ мм. Значения ℓ/H_{cp} , реализуемые в условиях вычислительного эксперимента, приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Данные к моделированию прокатки

D_b , мм	ℓ , мм	ℓ/H_{cp}
250	10,60	1,20
130	7,65	0,89
50	4,74	0,55

Процесс прокатки с $\ell/H_{cp} = 0,55 \dots 1,2$ соответствует случаю прокатки полос средней толщины, когда средние по высоте слои металла деформируются наиболее интенсивно, в приконтактных слоях образуются зоны затрудненной деформации, боковые кромки приобретают выпуклую форму [8].

Рассматривали сталь 20 в составе однослойной и трехслойных полос со следующим сочетанием слоев «12X18H10T–сталь 20–12X18H10T», «медь М1–сталь 20–медь М1». Выбор материалов трехслойных полос обусловлен разными значениями предела текучести и склонностями к деформационному упрочнению стали 12X18H10T и меди М1. Во всех случаях исходная толщина полосы была одинаковой и составляла $H_0 = 9$ мм, первоначальная ширина всех полос – $B_0 = 30$ мм. Данные по слоям приведены в табл. 2.

Сопротивление деформации $\sigma_s(\varepsilon)$ в условии пластичности Мизеса задавали в табличной форме в соответствии с данными, полученными после растяжения на универсальной испытательной машине INSTRON8801 образцов, изготовленных из исходных полос сталей 20, 12X18H10T и меди М1 (рис. 1). Упругие свойства взяли из справочных данных [9]: для стали 12X18H10T значения нормального модуля упругости $E = 210$ ГПа и коэффициента Пуассона $\nu = 0,3$; для стали 20 – $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,28$; для меди М1 – $E = 125$ ГПа, $\nu = 0,34$.

Таблица 2 – Соотношение слоев в многослойных материалах

Соотношение слоев	Толщина слоев (в скобках), мм
12X18H10T–сталь 20–12X18H10T	9(2+5+2)
медь М1–сталь 20–медь М1	9(2+5+2)

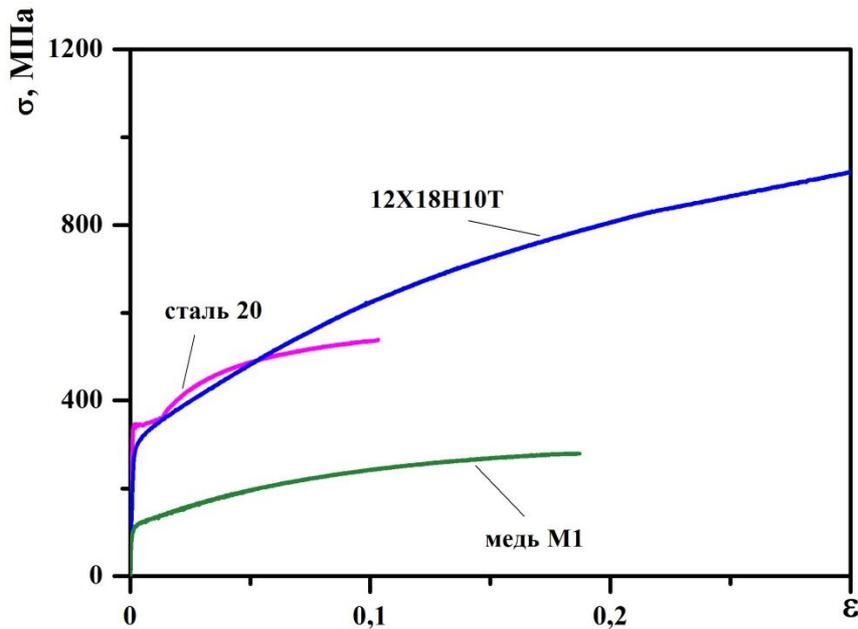


Рис.1. Кривые сопротивления деформации материалов в исходном состоянии

3. Исследование напряженно-деформированного состояния составляющих многослойной полосы

В феноменологической теории поврежденности в качестве интегральных характеристик напряженного состояния используют показатель напряженного состояния

$$k = \sigma/T \quad (1)$$

и показатель Лоде

$$\mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{\sigma_{11} - \sigma_{33}} - 1 \quad (2)$$

В формулы для расчета показателей входят следующие величины:

– $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$ – среднее нормальное напряжение (σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} – главные нормальные напряжения);

– интенсивность касательных напряжений $T = \sqrt{0,5s_{ij}s_{ij}}$ (s_{ij} – компоненты девиатора напряжений).

В качестве обобщенной характеристики накопленной деформации материальной частицы использовали степень деформации сдвига Λ , рассчитываемой вдоль траектории движения частицы [5]. Приращение $d\Lambda$ рассчитывается как $d\Lambda = Hd\tau$, где τ – время деформирования, $H = \sqrt{2\xi_{ij}\xi_{ij}}$ – интенсивность скоростей деформации сдвига, где ξ_{ij} – компоненты тензора скорости деформации.

Вид конечно-элементной модели прокатки трехслойной полосы представлен на рис. 2. Проведенное моделирование позволило определить формоизменение полос в очаге деформации и во внеконтактных зонах, рассчитать компоненты тензоров напряжений и деформаций, накопленную степень деформации сдвига, определить параметры k и μ_σ , от которых зависит накопление поврежденности материала листов при когезионном разрушении.

Характеристики напряженно-деформированного состояния рассчитывали для материальных точек, траектория движения которых соотносится со средней линией свободной боковой поверхности полосы (слоя). Сравнивали напряженно-деформированное состояние стали 20 в трехслойной и однослойной полосах в одном и том же месте. Для этого выбирали узел сетки, расположенный на расстоянии, равном одной длине геометрического очага деформации ℓ от начала полосы, и фиксировали изменения напряжений и деформаций при прохождении узла через геометрический очаг деформации (рис.3).

Результаты расчетов представлены на рис. 4, где данные относятся к геометрическому очагу деформации, поэтому при $x/\ell = 0$ металл уже претерпевает некоторую деформацию во внеконтактных зонах [8].

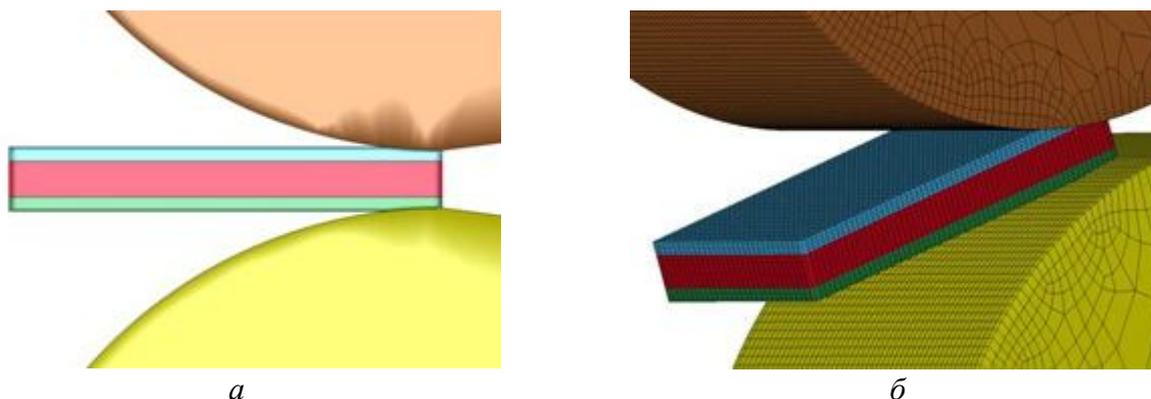


Рис. 2. Вид конечно-элементной модели при прокатке трехслойной полосы

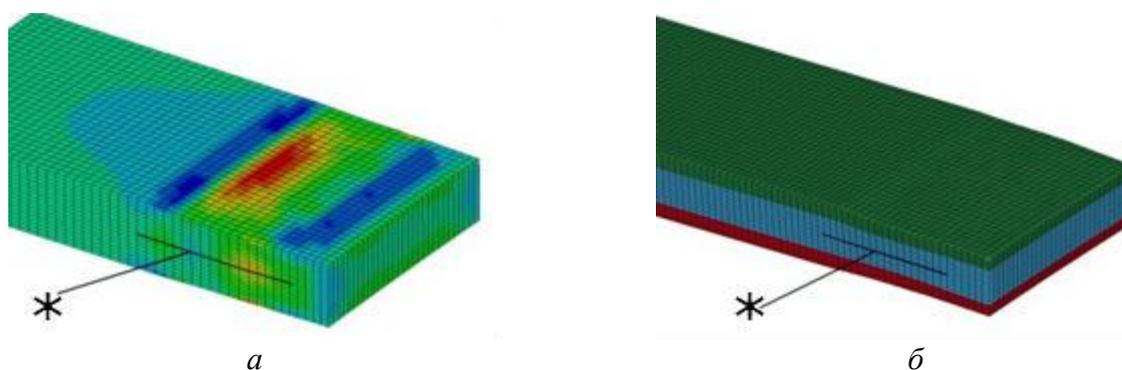


Рис.3. Траектории материальных частиц *, для которых производили расчет параметров напряженно-деформированного состояния:
a – однослойная полоса; *б* – трехслойная полоса

Напомним также, что при $k < 0$ частица металла испытывает состояние сжатия, при $k > 0$ – растяжения, а при $k = 0$ реализуется схема плоского напряженного состояния.

Основным концептуальным и расчетным параметром в феноменологической теории разрушения [5] является поврежденность ω . До деформации $\omega = 0$ в момент возникновения макротрещины $\omega = 1$, а промежуточные значения ω характеризуют уровень накопления в металле деформационных микродефектов сплошности. Установлено, что существуют некоторые пороговые значения поврежденности, свыше которой в деформируемом металле образуются незалечиваемые рекристаллизационным отжигом микродефекты ($\omega = \omega^* = 0,2 - 0,4$) и макротрещины, видимые невооруженным глазом ($\omega = \omega^{**} = 0,6 - 0,8$) [6]. Деформация на боковой внеконтактной поверхности на продольной оси симметрии не носит знакопеременный характер, следовательно, поврежденность может быть рассчитана с использованием линейной модели [5] по формуле:

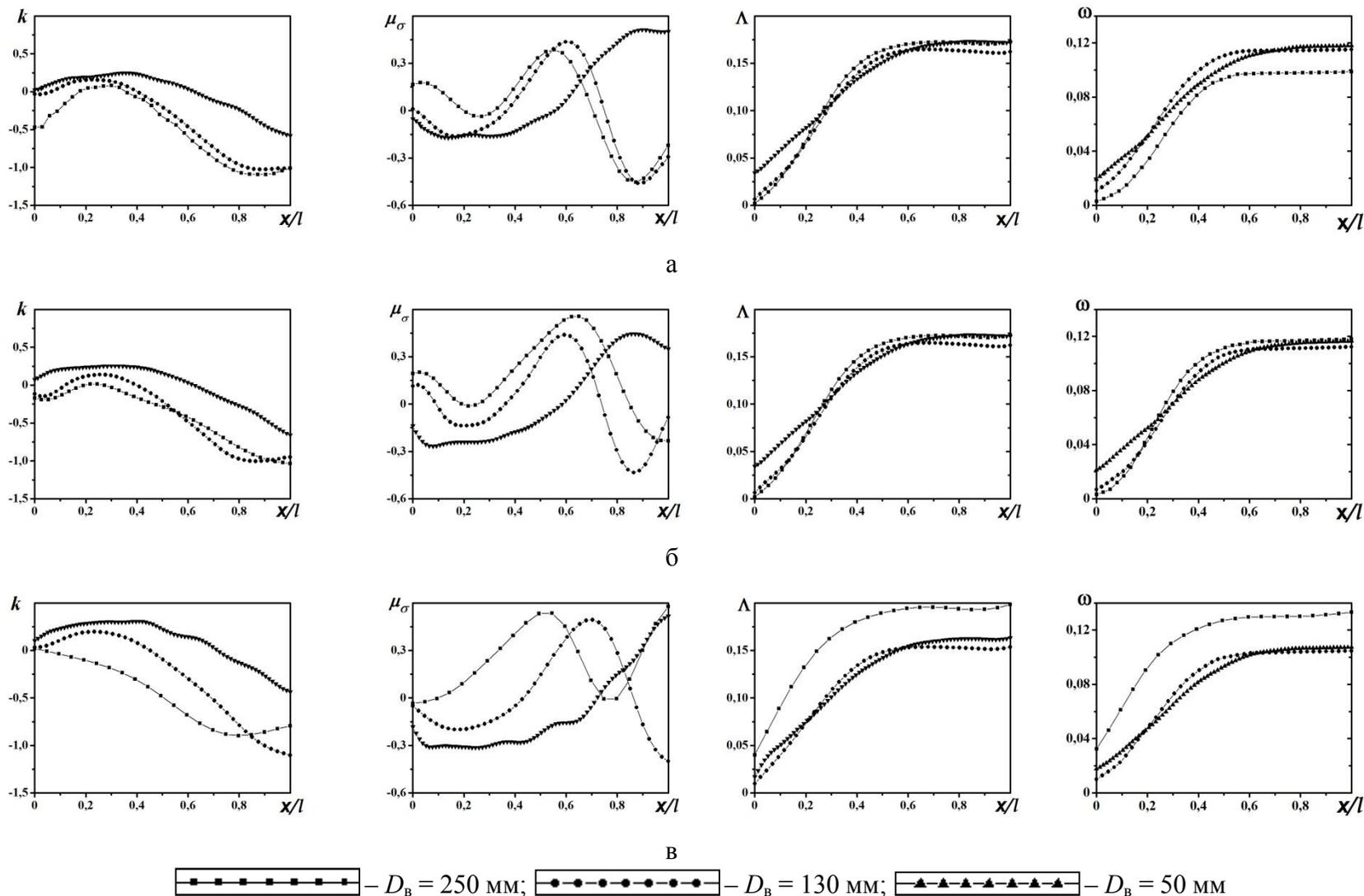


Рис. 4. Изменения показателей для стали 20 вдоль геометрического очага деформации: *a* – на боковой поверхности однослойной полосы; *б* – на боковой поверхности полосы в материале «12X18H10T–сталь 20–12X18H10T»; *в* – на боковой поверхности полосы в материале «медь М1–сталь 20–медь М1»

$$\omega = \int_0^{\Lambda} \frac{d\Lambda}{\Lambda_p(k, \mu_\sigma)} \quad (3)$$

где $\Lambda_p(k, \mu_\sigma)$ – пластичность металла [6].

Адекватность линейной модели при расчете поврежденности в условиях простого монотонного нагружения была экспериментально доказана по результатам исследования изменения плотности металлов при деформировании [10, 11].

Изменение показателей k , μ_σ и степени деформации сдвига Λ рассчитывается по формулам (1), (2) вдоль траектории движения рассматриваемой частицы металла. Функция $\Lambda_p(k, \mu_\sigma)$ определяется экспериментально при проведении серии механических испытаний, в которых показатели k , μ_σ принимают некоторые разные значения, образцы подвергаются деформированию до разрушения. Геометрическая интерпретация данной функции имеет название диаграммы предельной пластичности. Для расчетов поврежденности, проведенных в данной статье, была использована диаграмма пластичности (рис. 5), построенная по результатам экспериментов, проведенных А.В. Тропотовым по растяжению и кручению цилиндрических образцов в камере с регулируемым давлением жидкости, осадке цилиндрических образцов и растяжению цилиндрических образцов с кольцевыми концентраторами напряжений [6].

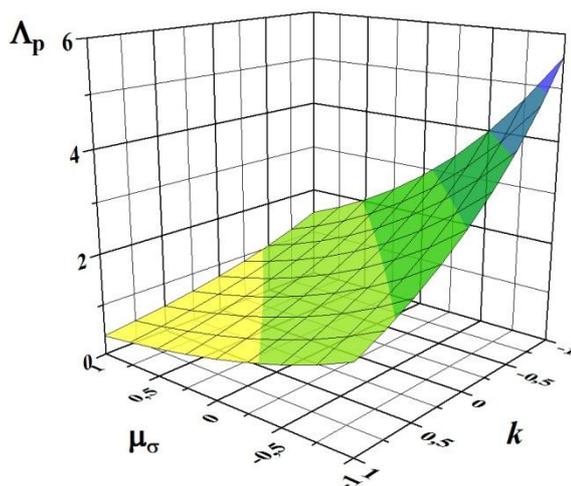


Рис. 5. Диаграмма предельной пластичности для стали 20

Аналитически диаграмма предельной пластичности была аппроксимирована функцией

$$\Lambda_p(k, \mu_\sigma) = \exp[b_1 + b_2\mu_\sigma + (b_3 + b_4\mu_\sigma)k] \quad (4)$$

где $b_1 = 0,401$, $b_2 = -0,649$, $b_3 = -0,699$, $b_4 = -0,030$ – эмпирические коэффициенты.

Из рис. 5 следует, что предельная пластичность уменьшается с увеличением показателей k и μ_σ . Наибольшую предельную пластичность при фиксированном значении k сталь 20 имеет в условиях осесимметричного растяжения ($\mu_\sigma = -1$), что характерно для углеродистых сталей [122].

Из рис. 4 следует, что практически все накопление поврежденности происходит в первой половине очага деформации при $x/l < 0,6$, которой соответствует положение зоны отставания, известной в теории продольной прокатки, в которой происходит основное обжатие и накопление степени деформации сдвига. Поэтому, в соответствии с формулой (3), изменение характеристик НДС в зоне отставания определяет закономерности накопления поврежденности и исчерпание ресурса пластичности по механизму когезионного разрушения ма-

териала при прокатке. В табл. 3 приведены среднеинтегральные значения характеристик НДС в зоне отставания, рассчитанные для всех выполненных вариантов моделирования.

Таблица 3 – Средние значения характеристик НДС в зоне отставания

Материал	Диаметр валков, мм	k_{cp}	$(\mu_{\sigma})_{cp}$	Λ	ω
сталь 20	250	-0,20	0,18	0,14	0,10
	130	-0,02	0,04	0,17	0,11
	50	0,14	-0,08	0,17	0,12
12X18H10T–сталь20–12X18H10T	250	-0,17	0,21	0,17	0,12
	130	-0,07	0,08	0,16	0,11
	50	0,17	-0,15	0,17	0,12
медь М1–сталь 20–медь М1	250	-0,27	0,26	0,19	0,13
	130	0,04	-0,03	0,15	0,10
	50	0,24	-0,27	0,16	0,11

Деформация слоев металла, расположенных ближе к контактной поверхности, больше чем у слоев, расположенных на середине толщины полосы. Это вызывает возникновение растягивающих продольных и поперечных напряжений и показатель k имеет положительные значения. Значительное влияние на значения показателей k и μ_{σ} имеет диаметр валков. При возрастании ℓ/H_{cp} с увеличением диаметра валков показатель k приобретает отрицательные значения, что свидетельствует о преобладании сжимающих напряжений. В отличие от идеального случая плоской прокатки, когда отсутствуют уширение полосы и искривление профиля свободной боковой поверхности, там возникает схема трехосного напряженного состояния и показатель Лоде μ_{σ} отличен от 0.

Для полосы «медь М1–сталь 20–медь М1» увеличение степени накопленной деформации при прокатке в валках большего диаметра приводит к увеличению накопленной поврежденности срединных слоев по сравнению с прокаткой полос из стали 20 и композиции «12X18H10T–сталь 20–12X18H10T», а использование валков меньшего диаметра приводит к противоположному эффекту.

Анализ данных табл. 3 позволил определить некоторые закономерности накопления поврежденности стали 20 на свободной боковой поверхности однослойных и трехслойных полос. Видно, что наибольшая величина поврежденности накапливается при прокатке полосы «медь М1–сталь 20–медь М1» в валках большого диаметра. Этому способствует увеличение накопленной степени деформации сдвига и наибольшее, по сравнению с другими вариантами прокатки, среднее значение показателя Лоде μ_{σ} . Причиной увеличения степени накопленной деформации являются большие значения степени обжатия и уширения менее прочных периферийных медных слоев, которые дополнительно «тянут» центральный стальной слой. Совместное отрицательное влияние на накопление поврежденности обоих отмеченных факторов превалирует над положительным влиянием увеличения сжимающих напряжений, характеризуемое уменьшением показателя k . Заметим, что если бы не учитывалось влияние на предельную пластичность схемы напряженного состояния, характеризуемое показателем μ_{σ} , то сделанный выше вывод был бы противоположным.

Учитывая выявленное влияние фактора формы очага деформации ℓ/H_{cp} , проявляющееся в данном случае через изменение диаметра валков, на деформируемость исследованных композиций, можно считать, что полосы из стали 20 целесообразно катать в валках большого диаметра, полосы «медь М1–сталь 20– медь М1» – в валках меньшего диаметра, а диаметр валков при прокатке полосы «сталь 12X18H10T– сталь 20–сталь 12X18H10T» не оказывает существенного влияния на накопление поврежденности в центральном слое из стали 20. Следует отметить, что влияние схемы напряженного состояния на предельную пластичность

для разных материалов может существенно различаться, а зависимость $\Lambda_p(k, \mu_\sigma)$ иметь немонотонный характер. Ряд примеров диаграмм пластичности с такими особенностями приведен в работе [13]. Поэтому выводы, сделанные выше, имеют частный характер и закономерности накопления поврежденности для конкретных материалов могут изменяться в зависимости от того, какую они имеют диаграмму предельной пластичности.

Для оценки адекватности выполненного моделирования поврежденности были использованы результаты исследований многопроходной прокатки трехслойных полос «12X18H10T–сталь 20–12X18H10T», изготовленных методом сварки взрывом [14]. Прокатка осуществлялась на стане 200 дуо-кварто ИМАШ УрО РАН в гладких валках диаметром 250 мм с разовыми обжатиями за проход 10%. В результате исследований авторами было установлено, что разрушение центрального слоя происходит в процессе 8-го прохода прокатки при суммарном обжатии около 75%. Как следует из табл. 3, за один проход с 10% обжатием величина поврежденности составляет $\omega = 0,12$. Если считать, что в каждом проходе прокатки приращение поврежденности составляет такую же величину, то тогда за 8 проходов суммарная величина поврежденности будет $\omega = 0,96$ при критериальном значении поврежденности в момент разрушения $\omega = 1$. Это свидетельствует о хорошем соответствии результатов расчетов экспериментам и подтверждает адекватность прогнозирования когезионного разрушения при прокатке слоистых металлических материалов, используя концептуальный и математический аппарат механики поврежденности.

4. Заключение

1. Модели механики поврежденности позволяют осуществлять адекватное моделирование процессов поврежденности и исчерпания ресурса пластичности по механизму когезионного разрушения при прокатке полос из слоистых металлических материалов.
2. При выборе режимов прокатки слоистых полос исходя из критерия минимизации накопленной поврежденности следует учитывать влияние фактора формы очага деформации ℓ/H_{cp} на деформируемость металла. С учетом этого было установлено, что полосы из стали 20 целесообразно катать в валках большого диаметра, полосы «медь М1–сталь 20–медь М1» – в валках меньшего диаметра. Диаметр валков при прокатке полосы «12X18H10T–сталь 20–12X18H10T» не оказывает существенного влияния на накопление поврежденности в центральном слое из стали 20.
3. Так как влияние схемы напряженного состояния на предельную пластичность для разных материалов может существенно отличаться, а зависимость $\Lambda_p(k, \mu_\sigma)$ иметь немонотонный характер, то предыдущий вывод имеет частный характер, а закономерности накопления поврежденности для конкретных материалов могут изменяться в зависимости от того, какую они имеют диаграмму предельной пластичности.

Благодарность

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ и Правительства Свердловской области (проект № 13-08-96061).

Литература

1. Кобелев А. Г., Лысак В. И., Чернышев В. Н. Производство слоистых композиционных материалов. – М.: Интермет Инжиниринг, 2002. – 496 с.
2. Трыков Ю. П., Шморгун В. Г., Гуревич Л. М. Деформация слоистых композитов: монография. – Волгоград: ВолГТУ, 2001. – 242 с.
3. Исследование разрушения границы соединения слоев у полученной сваркой взрывом биметаллической полосы «08X18H10T–сталь 10» при прокатке / С. В. Смирнов, И. А. Веретенникова, И. С. Каманцев, Е. Б. Трушина // Производство проката. – 2014. – №7. – С. 14-19.

4. Смирнов С. В., Веретенникова И. А., Вичужанин Д. И. Моделирование расслоения при пластической деформации биметаллического материала, полученного сваркой взрывом // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – № 4. – С. 398–411.
5. Колмогоров В. Л. Напряжения, деформации, разрушение. – М. : Metallurgiya, 1970. – 229 с.
6. Богатов А. А., Мижирицкий О. И., Смирнов С.В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. – М. : Metallurgiya, 1984. – 144 с.
7. Смирнов С. В., Голубкова И. А. Моделирование процесса холодной прокатки тонких полос методом конечных элементов // Заготовительные производства в машиностроении. – 2010. – №5. – С. 27–30.
8. Грудев А. П. Теория прокатки. – Изд. 2-е перераб. и доп. – М. : Интермет Инжиниринг, 2001. – 280 с.
9. Марочник сталей и сплавов / В. Г. Сорокин, А. В. Волосникова, С. А. Вяткин и др. / под общ. ред. В. Г. Сорокина. – М. : Машиностроение, 1989. – 640 с.
10. Smirnov S., Domilovskaya T. Damage accumulation upon plastic deformation under monotonic loading // Russian metallurgy (Metally). – 2002. – № 5. – P. 470–476.
11. Smirnov S., Domilovskaya T. Definition of the kinetic quationform for damage under the plastic deformation // Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures. – 2003. – V. 26. – P. 373–379.
12. Смирнов С. В., Швейкин В. П. Пластичность и деформируемость углеродистой стали. – Екатеринбург : УрО РАН, 2008. – 256 с.
13. Vichuzhanin D. I. Khotinov V. A. Smirnov S. V. The Effect of the Stress State on the Ultimate Plasticity of Steel X80 [Electronic resource] // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. - 2015. - Iss. 1. - P. 73-89. – URL: http://dream-journal.org/issues/2015-1/2015-1_21.html (accessed: 23.08.2015). <http://dx.doi.org/10.17804/2410-9908.2015.1.073-089>.
14. Смирнова С. В., Гладковский С. В. Механические свойства и особенности разрушения слоистых металлических композитов после сварки взрывом и пакетной прокатки // Актуальные проблемы современной науки: Труды 5-ого Международного форума. Естественные науки. Части 1–3: Математика. Математическое моделирование. Механика. – Самара: СамГТУ. – 2010. – С. 214–218.

STUDYING THE DEFORMATION RESISTANCE OF EP679 MARAGING STEEL

S. V. Gladkovsky, A. I. Potapov, S. V. Lepikhin*

Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya st., Ekaterinburg, Russian Federation

*Corresponding author. E-mail: lsv@imach.uran.ru; address for correspondence: ul. Komsomolskaya, 34, 620049, Ekaterinburg, Russian Federation. Tel.: +7 (343) 362-34-48; fax: +7 (343) 374-53-30

The resistance of high-strength maraging steel EP679 to plastic deformation σ_s is studied as dependent on the amount of strain, strain rate and deformation temperature, as well as on heat-treatment conditions. Quantitative evaluation is obtained and regularities are found in the change of σ_s values depending on the studied factors, with the structural evolution of steel under heating and cooling taken into account. A positive effect of preheating up to 920 °C and subsequent cooling to the test temperature on the decrease in the value of σ_s during subsequent deformation at temperatures ranging between 20 and 900 °C is shown.

Keywords: maraging steel, deformation resistance, plastometric tests, structure, phase transformations.

DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.018-028

References

1. Perkas M.D., Kardonsky V.M. *Vysokoprochnye martensitno-stareyushchie stali* [High-strength maraging steels]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1970, 224 p. (In Russian).
2. Georgiev M.N., Simonov Yu.N. *Treshchinostoykost zhelezouglerodistykh splavov* [Crack resistance of iron-carbon alloys]. Perm, Izdatelstvo Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta Publ., 2013, 419 p. (In Russian).
3. Efros B.M., Konakova I.P., Gladkovsky S.V., Tyutenko V.S., Loladze L.V., Zaika T.P., Varyukhin V.N. Effect of the conditions of thermoplastic treatment on the deformation resistance, mechanical properties and crack resistance of cobalt-free maraging steels. *Fizika i tekhnika vysokikh davleniy*, 1997, vol. 7, no. 4, pp. 5–23. (In Russian).
4. Veksler Yu.G., Zvigintsev N.V., Konakova I.P., Belova G.V., Suntsev G.N. Deformability of steel 03Kh11N10M2T at temperatures ranging between 20 and 1100 °C. *Izvestiya vuzov. Chernaya metalluriya*, 1986, no. 8, pp. 74–78. (In Russian).
5. Potapov A.I., Mazunin V.P., Dvoynikov D.A., Kokovikhin E.A. Methods for studying deformation resistance on a plastometric complex. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*, 2010, vol. 76, no. 9, pp. 59–63. (In Russian).
6. Terentiev V.V., Bunin I.Zh., Zagreev P.V. Effect of the aging temperature on the complex of mechanical properties of maraging steel. *Materialovedenie*, 1998, no. 1, pp. 40–49. (In Russian).
7. Tarasenko L.V., Zvigintsev N.V., Titov V.I., Khadyev M.S. Phase transformations in steel 00Kh11M2T...T1 under long-term aging. *FMM*, 1987, vol. 63, iss. 4, no. 6, pp. 768–773. (In Russian).
8. Shaposhnikov N.G., Mogutnov B.M., Zvigintsev N.V., Khadyev M.S. Termodinamicheskiy analiz fazovykh ravnovesiy v martensitnostareyushchikh stalyakh. In: *Heat treatment, structure and properties of metals. Interuniv. coll.*, Sverdlovsk, UPI Publ., 1985, iss. 10, pp. 3–9. (In Russian).
9. Georgiev M.N., Simonov Yu.N. *Treshchinostoykost zhelezouglerodistykh splavov* [Crack resistance of iron-carbon alloys]. Perm, PNRPU Publ., 2013, 419 p. (In Russian).
10. Vylezhnev V.P., Sukhikh A.A., Bragin V.G., Kokovyakina S.A. Mechanical properties of grade N18K9M5T maraging steel containing retained and reversed austenite. *The Physics of Metals and Metallography*, 1993, vol. 75, no. 4, pp. 157–165.

11. Gladkovsky S.V., Zvigintsev N.V., Kruglov A.A., Doroshkevich T.A., Fazliakhmetov R.S., Yurovskikh V.V. Effect of structural transformations on the mechanical properties and crack resistance of cobalt-free maraging steels. *FMM*, 1990, iss. 2, pp. 106–113. (In Russian).

Подана в журнал: 03.06.2015
УДК 669.15 – 194.55:621.78
DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.018-028

ИССЛЕДОВАНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ МАРТЕНСИТНО-СТАРЕЮЩЕЙ СТАЛИ ЭП679

С.В. Гладковский, А.И. Потапов, С.В. Лепихин*

Федеральное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация

*Ответственный автор. Электронная почта: lsv@imach.uran.ru; адрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация. Телефон: +7 (343) 362-34-48, факс: +7 (343) 374-53-30

Проведено исследование сопротивления пластической деформации σ_s высокопрочной мартенситно-стареющей стали ЭП679 в зависимости от степени, скорости, температуры деформации и режима термической обработки. Получена количественная оценка и установлены закономерности изменения величины σ_s в зависимости от исследуемых факторов, с учетом структурных изменений в стали при нагреве и охлаждении. Показано положительное влияние предварительного нагрева до 920 °С и последующего охлаждения до температуры испытания на снижение величины σ_s при последующей деформации в интервале температур от 20 до 900 °С.

Ключевые слова: мартенситно-стареющая сталь, сопротивление деформации, пластометрические испытания, структура, фазовые превращения.

1. Введение

С конца 50-х годов прошлого столетия получили широкое распространение в различных областях технического применения как новый класс конструкционных материалов высокопрочные мартенситно-стареющие стали (МСС) на Fe-Ni-Co-Mo, Fe-Ni-Mo-Ti и Fe-Cr-Ni-Mo основах [1, 2]. В настоящее время эти стали применяются в авиакосмической технике и специальном машиностроении для производства деталей и изделий ответственного назначения, работающих в сложных температурно-силовых условиях нагружения. Интерес к процессам обработки МСС давлением и, в частности, к изучению их реологических свойств в широком температурном диапазоне [3, 4] связан с оптимизацией режимов термомеханической обработки и возможностью получения в данных материалах методами интенсивной пластической деформации ультрамелкозернистых и нанокристаллических структур. Информация о сопротивлении деформации необходима для расчета энергосиловых параметров процессов обработки металлов давлением, выбора материала и технологии изготовления деформирующего инструмента, а в ряде случаев – для оценки возможности практической реализации процесса обработки давлением в исследовательской или производственной практике.

2. Материал и методика

В статье представлены результаты исследования сопротивления деформации σ_s мартенситно-стареющей стали ЭП679 при температурах холодной, теплой и горячей деформации (в интервале от 20 до 1100 °С). Исследование проведено на пластометрическом комплексе ЦКП «Пластометрия» ИМАШ УрО РАН по методике, подробно изложенной в работе [5]. Сопротивление деформации определяли путем осадки цилиндрических образцов диаметром $D_o = 10 \pm 0,1$ мм и высотой $H_o = 14 \pm 0,1$ мм, вырезанных и изготовленных из поковки сечением 70x70 мм.

Степень деформации оценивали величиной истинной деформации $e = \ln H_0/H_k$, где H_k – высота осажённого образца. Сопротивление деформации определялось по формуле $\sigma_s = P/F$, где P – измеренная сила (кН); F – площадь поперечного сечения образца в данный момент времени, мм². Скорость деформации при осадке определяли как $\xi = v/h$, где v – скорость перемещения ползуна (мм/с); h – высота образца в текущий момент, мм. Осадку образцов осуществляли на $e \approx 0,65 - 1,0$ (50 – 65 % от исходной высоты).

Проведенный химический анализ на оптическом эмиссионном спектрометре SPECTROMAXх позволил определить содержание основных химических элементов и примесей в изученной стали (табл. 1).

Таблица 1 – Химический состав исследуемой стали

Сталь	Химический состав, масс. %									
	Fe	C	Si	Mn	Cr	Ni	Mo	Ti	S	P
ЭП679	осн.	0,04	0,15	0,058	11,24	8,94	2,04	1,01	0,007	0,016

Заготовки поперечным сечением 14x14 мм перед вырезкой образцов были подвергнуты закалке в воду после нагрева до 920 °С с выдержкой 60 мин. Твердость металла закаленных образцов находилась в пределах 26 – 30 HRC. В процессе испытаний варьировали:

- температуру испытаний $t_{исп}$ (20, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000 и 1100 °С);
- скорость деформации при осадке ξ (1, 10 и 50 с⁻¹);
- режим нагрева под испытание (образцы или подвергали «прямому» нагреву до температуры испытания $t_{исп}$ или предварительно нагревали до 920 °С, затем охлаждали в печи до $t_{исп}$ со скоростью ~150 °С/ч и выдерживали при этой температуре 15 – 20 мин);
- режим термообработки (серию образцов испытывали при 20 °С после упомянутой выше закалки, вторую – после закалки и старения при температурах 400, 500, 600 и 700 °С в течение 3 ч).

Отметим, что после старения твердость образцов вследствие выделения в структуре интерметаллидов повышалась до величин, указанных в табл. 2. Наибольший уровень твердости имел место после старения при 500 °С.

Таблица 2 – Зависимость твердости от температуры старения

Температура старения, °С	400	500	600	700
Твердость, HRC	36 – 39	46 – 49	37 – 39	29 – 33

Образцы перед нагревом помещали в круглый металлический контейнер между бойками из твердого сплава. Пространство между стенками контейнера и образцом заполняли каолиновой ватой для исключения его охлаждения при выдаче из печи и осадке. Нагрев в электрической печи вели путем посадки образцов в разогретую до заданной температуры печь и выдержки в течение 60 – 30 мин в зависимости от температуры нагрева (с увеличением температуры нагрева выдержка сокращалась). Для минимизации трения использовали смазки, состав которых определялся температурой нагрева под осадку.

3. Результаты и обсуждение

Известно [2, 6–9], что сталь данного состава после закалки имеет структуру дислокационного реечного мартенсита и содержит до 10 % остаточного аустенита и незначительную долю первичных карбонитридов. При нагреве до 400 °С заметных

изменений тонкой структуры не наблюдается. Однако по данным [7] в интервале температур 200 – 450 °С происходит расслоение твердого раствора по хрому и образуются предвыделения типа зон Гинье-Престона сферической формы. Обобщая результаты, полученные разными авторами на основе резистометрических, калориметрических и электронно-микроскопических исследований, можно установить последовательность фазовых и структурных превращений, развивающихся в МСС типа 03X11H10M2T (ЭП678 и ЭП679) при нагреве выше температуры 400 °С:

- образование метастабильной фазы β -Ni₃Ti (400 – 480 °С);
- образование стабильной фазы η -Ni₃Ti (480 – 560 °С);
- нагрев до температур в интервале 590 – 680 °С и последующее охлаждение приводят к появлению в структуре ревертированного аустенита, располагающегося в виде тонких прослоек вдоль мартенситных кристаллов или участков неправильной формы;
- образование в аустените частиц фазы Лавеса λ -Fe₂(Ti, Mo) и χ -(Fe, Ni)₃₈Cr₁₀Mo₄Ti₆ (600 – 850 °С);
- измельчение аустенитного зерна – 850 °С;
- увеличение размера аустенитного зерна и растворение фазы Лавеса – 900 °С;
- аномальный рост аустенитного зерна – 1050 °С.

Температуры 850 и 1050 °С для данной стали можно считать температурами начала процесса рекристаллизации и собирательной рекристаллизации соответственно. Основной упрочняющей фазой в сталях типа 03X11H10M2T является интерметаллидная фаза Ni₃Ti с ГПУ решеткой. Частицы Ni₃Ti равномерно распределены в матрице внутри кристаллов-реек и на стадии упрочняющего старения имеют игольчатую форму. В зависимости от температуры старения диаметр интерметаллидных частиц Ni₃Ti меняется в пределах \approx 30 – 70 нм, а длина \approx 100 – 200 нм. После старения в межкритическом интервале 600 – 650 °С в результате развития обратного $\alpha \rightarrow \gamma$ -превращения появляется так называемый ревертированный аустенит, который частично сохраняется в структуре стали при охлаждении до комнатной температуры и располагается преимущественно в виде тонких прослоек по границам мартенситных кристаллов. Следует отметить, что после длительных выдержек (сотни и тысячи часов) ревертированный аустенит может образовываться и при более низких температурах порядка 500 °С. Методом электронной микроскопии установлено [6], что упрочняющая фаза Ni₃Ti присутствует только в мартенсите, а при образовании аустенита она растворяется. Фаза Ni₃Ti является термодинамически устойчивой для сплавов данной группы в интервале температур 400 – 600 °С. В аустените при повышенных температурах старения образуется фаза Лавеса Fe₂(Ti, Mo). Образовавшиеся частицы фиксируются при быстром охлаждении как в мартенсите, так и в остаточном аустените. При повторном «новом» старении наследованные мартенситом фазы Лавеса заменяются более устойчивыми частицами фазы Ni₃Ti. Выделения фаз Лавеса, находящиеся в областях остаточного аустенита, не исчезают. А так как участки остаточного аустенита располагаются, как правило, по границам мартенситных кристаллов, то там же расположены частицы фаз Лавеса. По данным [10, 11], содержащийся в структуре МСС остаточный и ревертированный аустенит при пластической деформации может превращаться в мартенсит деформации.

Экспериментально полученные в настоящей работе кривые упрочнения закаленной стали ЭП679 при скорости деформации $\xi = 1 \text{ с}^{-1}$ после прямого нагрева до $t_{\text{исп}}$ и предварительного нагрева до 920 °С с последующим охлаждением до $t_{\text{исп}}$, представлены на рис. 1. Ход кривых упрочнения и величина сопротивления деформации в том и другом случае заметно различаются.

Из анализа полученных данных следует, что при прямом нагреве сопротивление деформации стали незначительно снижается с повышением температуры испытания с 20 до 400 °С, оставаясь при этом довольно высоким (в пределах 1050 – 1200 МПа). Существенное

снижение σ_s имеет место при температурах испытания 600 – 700 °С и выше, а также при переходе к горячей деформации ($t_{исп} = 900 – 1100$ °С).

При температуре 500 °С наблюдается резкое повышение σ_s до уровня, близкого к полученному в процессе испытания образцов при комнатной температуре. Аномальное поведение металла при осадке после прямого нагрева до 500 °С, т.е. высокий уровень σ_s , особенно на начальном этапе деформации, обусловлен, по-видимому, протеканием процессов дисперсионного твердения (старения) металла при нагреве и выдержке образцов (40 мин) при этой температуре.

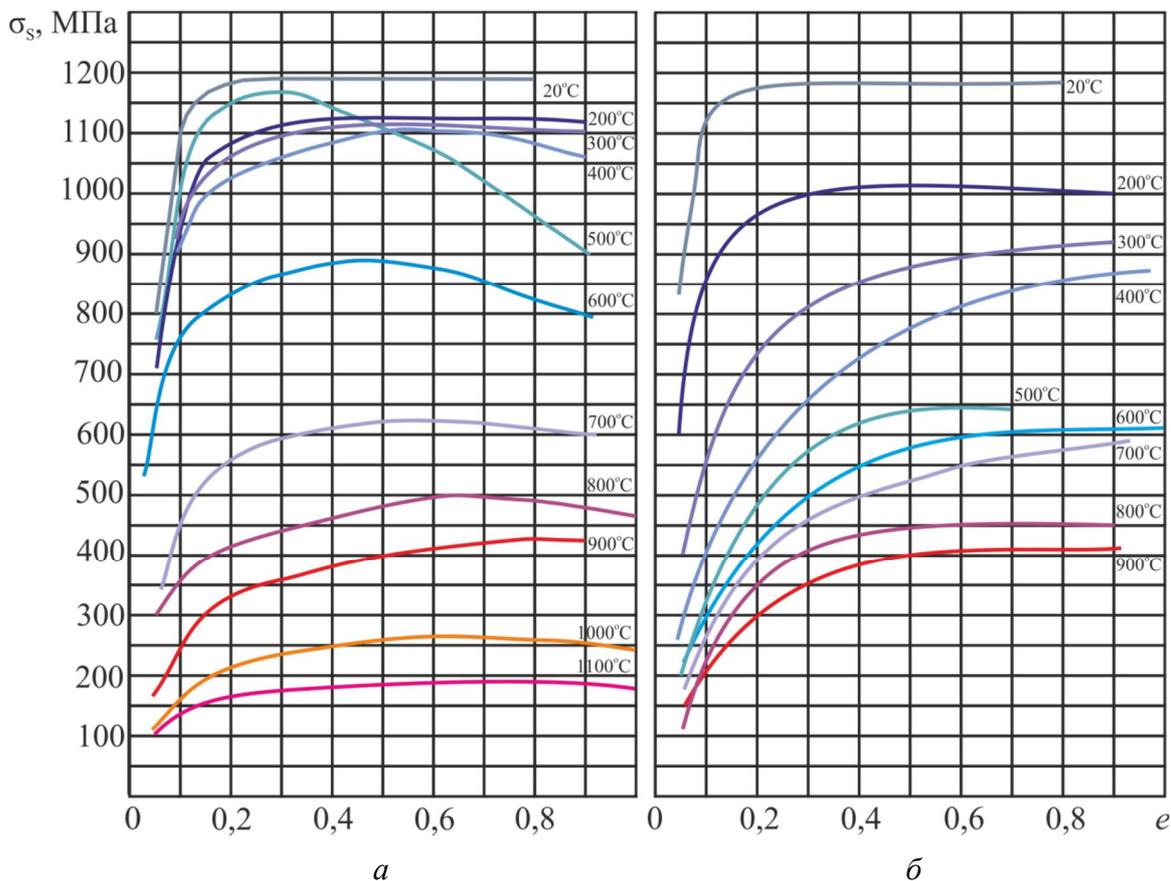


Рис. 1. Кривые упрочнения стали ЭП679 при осадке со скоростью 1 с^{-1} после прямого нагрева до температуры испытания $t_{исп}$ (а) и предварительного нагрева до 920 °С (б) с охлаждением до $t_{исп}$

Существенное падение сопротивления деформации в интервале 600 – 700 °С связано, вероятно, с протеканием процесса $\alpha \rightarrow \gamma$ - превращения в стали при этих температурах.

Характерной особенностью кривых упрочнения после прямого нагрева является наличие максимума σ_s , после которого сопротивление деформации снижается благодаря процессам динамического разупрочнения.

Поведение стали после нагрева по режиму 920 °С – $t_{исп}$ отличается менее интенсивным упрочнением металла при температурах осадки 300 °С и выше (см. рис. 1б), а максимальные значения σ_s достигаются лишь к концу осадки, т.е. при степенях деформации $e = 0,8 – 1,0$. Незначительное динамическое разупрочнение наблюдается при температуре 200 °С. Сопротивление деформации при температуре 20 °С в интервале e от 0,3 до 0,8 практически не меняется.

По указанным кривым упрочнения для степеней деформации $e = 0,2$ и $e = 0,4$ построена зависимость σ_s от температуры испытания (рис. 2), позволяющая более четко проследить изменение σ_s при разных режимах нагрева. Из графика следует, что

предварительный нагрев до 920 °С с последующим охлаждением металла в печи до $t_{исп}$ позволяет существенно снизить сопротивление деформации стали ЭП679, особенно в интервале температур деформации 300 – 700 °С. При этом зависимость σ_s от температуры монотонная, скачок уровня σ_s при температуре 500 °С отсутствует. Следует отметить, что зависимость $\sigma_s = f(t_{исп})$ при прямом нагреве до температуры испытания несколько отличается от данных работы [4], полученных для стали близкого состава. Кривая зависимости имеет пик (максимум) при температурах около 500 °С. Наблюдаемые различия могут быть связаны, в частности, с более высоким содержанием титана и никеля, входящих в состав упрочняющих интерметаллидных частиц.

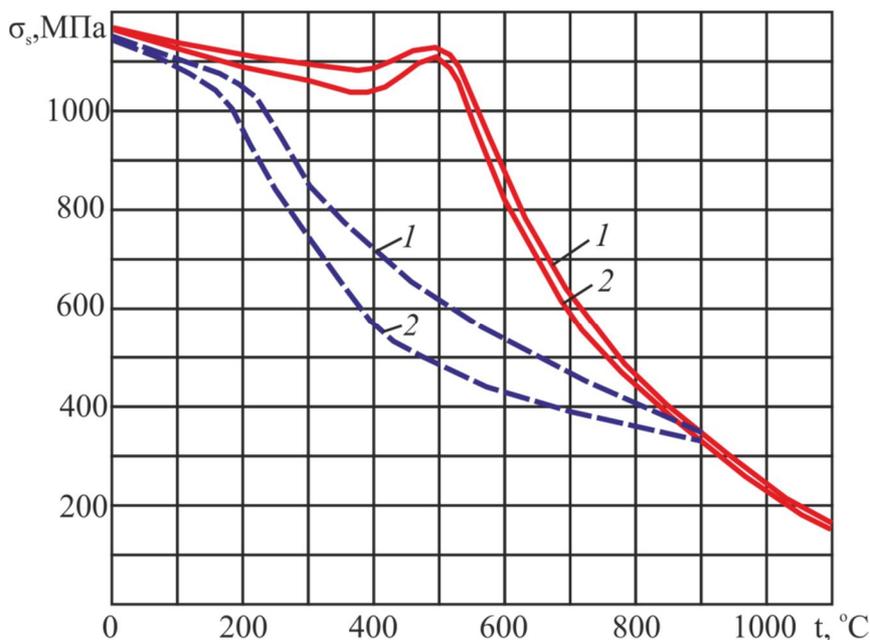


Рис. 2. Зависимость сопротивления стали ЭП679 от температуры испытания $t_{исп}$ при прямом нагреве до $t_{исп}$ (сплошные линии) и при нагреве по режиму 920 °С – $t_{исп}$ (пунктирные линии) при степени деформации: 1 – $e = 0,4$; 2 – $e = 0,2$

Специальной серией опытов проведена оценка влияния режима термообработки (температуры старения) на сопротивление деформации стали. С этой целью закаленные образцы были подвергнуты старению при температурах 400, 500, 600 и 700 °С в течение 3 ч. Испытания при комнатной температуре показали (рис. 3), что сопротивление деформации стали после старения возрастает в 1,10 – 1,70 раз (в зависимости от температуры старения), при этом максимальная величина σ_s имеет место после старения при 500 °С. Отметим, что максимальный уровень σ_s тесно коррелирует с уровнем твердости состаренных образцов (см. табл. 2).

Для оценки влияния скорости деформации на упрочнение стали проведены также опыты по осадке образцов со скоростями деформации 10 и 50 с⁻¹ после прямого нагрева до $t_{исп}$. Результаты испытаний графически представлены на рис. 4.

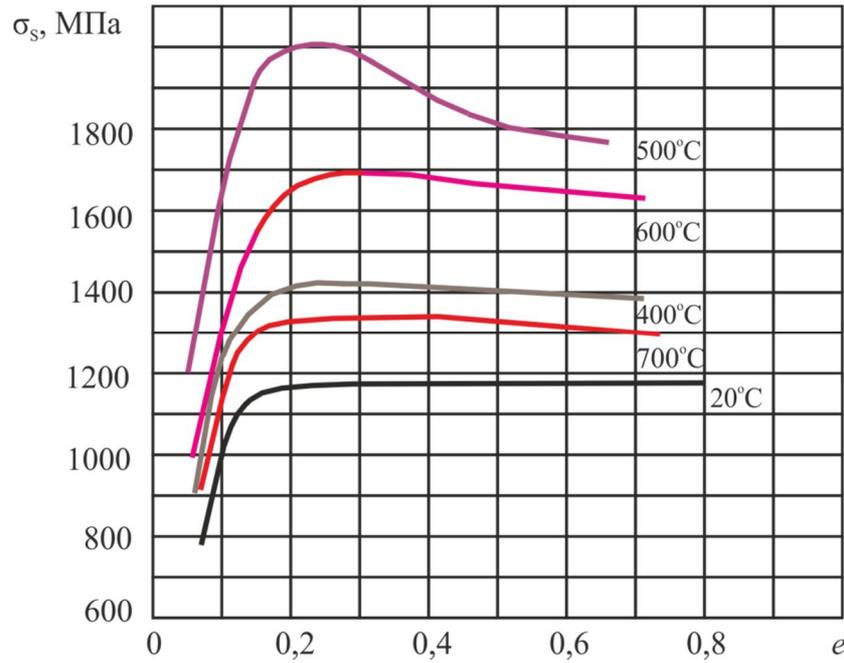


Рис. 3. Зависимость кривых упрочнения стали ЭП679 при комнатной температуре от температуры старения

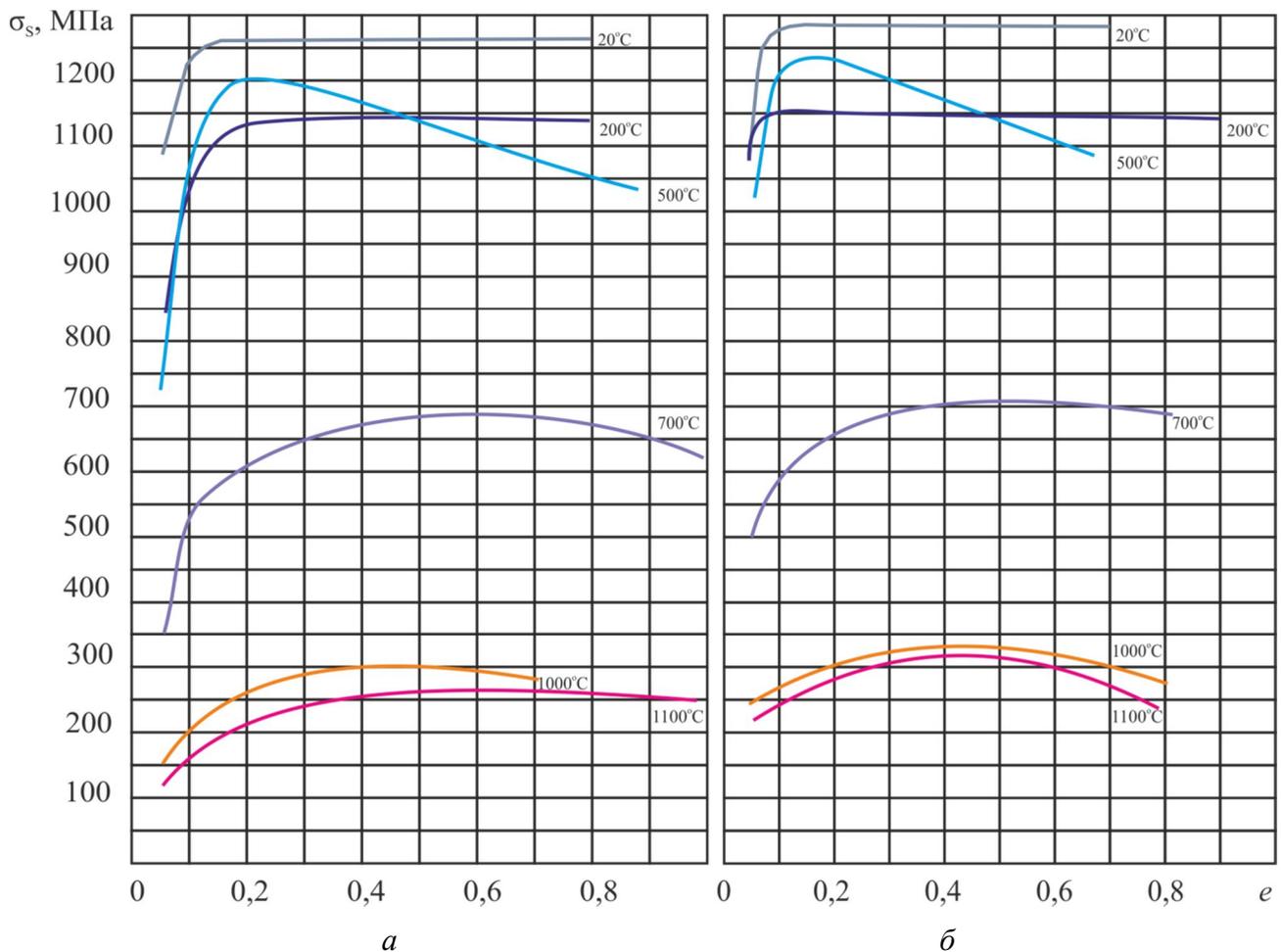


Рис. 4. Кривые упрочнения стали ЭП679 при скоростях деформации 10 с^{-1} (а) и 50 с^{-1} (б) при различных температурах

Можно отметить, что характер кривых упрочнения с увеличением скорости ξ существенно не меняется. При этом сопротивление деформации возрастает, что наглядно иллюстрируется графиком на рис. 5, построенном по данным рис. 1а и 4 для степени деформации $e = 0,4$. Увеличение сопротивления деформации с ростом скорости происходит более интенсивно с повышением температуры испытания, в особенности при температурах горячей деформации. Последнее можно объяснить тем, что при больших скоростях не успевают проходить разупрочнение в результате развития процессов динамической рекристаллизации, а деформационный разогрев принципиально не изменяет реологических свойств стали.

При температуре испытания $700\text{ }^{\circ}\text{C}$ деформационный разогрев может повысить температуру образца до области горячей деформации, при которой начинается разупрочнение за счет рекристаллизации. В этом случае при повышении скорости деформации рекристаллизация, обусловленная развитием диффузионных процессов, будет запаздывать и, соответственно, способствовать росту значений σ_s .

В табл. 3 приведены коэффициенты скоростного упрочнения, которые определены как:

- $n_{1-10} = \sigma_s(10) / \sigma_s(1)$ в интервале изменения скоростей от 1 до 10 c^{-1} ;
- $n_{10-50} = \sigma_s(50) / \sigma_s(10)$ в интервале изменения скоростей от 10 до 50 c^{-1} ;
- $n_{1-50} = \sigma_s(50) / \sigma_s(1)$ в интервале изменения скоростей от 1 до 50 c^{-1} .

Как видно из табл. 3, с увеличением скорости деформации наблюдается тенденция роста коэффициента скоростного упрочнения.

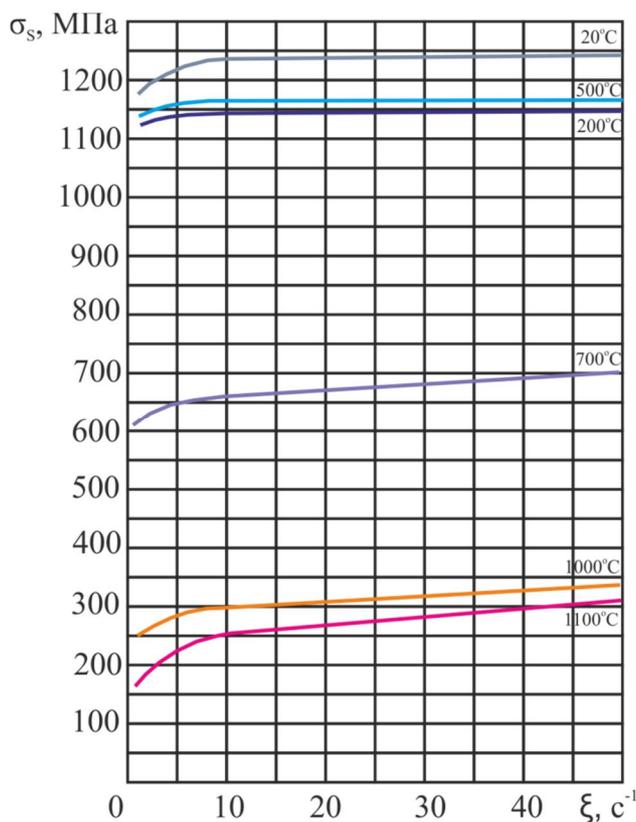


Рис. 5. Зависимость сопротивления деформации стали ЭП679 от скорости деформации ξ при степени деформации $e = 0,4$ при различных температурах

Таблица 3 – Коэффициенты скоростного упрочнения

Коэффициент скоростного упрочнения	Температура испытания, °С					
	20	200	500	700	1000	1100
n_{1-10}	1,050	1,018	1,022	1,082	1,2	1,56
n_{10-50}	1,044	1,01	1,008	1,06	1,116	1,24
n_{1-50}	1,098	1,026	1,031	1,147	1,34	1,937

Следует отметить довольно высокий уровень пластичности стали ЭП679 в закаленном с 920 °С состоянии. Осадка образцов прошла без трещинообразования за исключением одного образца, который разрушился при степени деформации $e \approx 0,35$ со скоростью 50 c^{-1} после прямого нагрева до 500 °С в течение 50 мин.

4. Заключение

1. При прямом нагреве закаленных образцов в интервале температур испытания от 20 до 500 °С сталь ЭП679 обладает наибольшим сопротивлением деформации ($\sigma_s = 1000 - 1200$ МПа). В этом интервале для стали характерно интенсивное упрочнение на начальной стадии деформирования. Наиболее интенсивное упрочнение и высокий уровень сопротивления деформации наблюдаются при температуре 20 °С и 500 °С. Вместе с тем при температуре 500 °С по достижению степени деформации $e = 0,2 - 0,3$ происходит интенсивное динамическое разупрочнение металла, которое имеет место при всех изученных скоростях деформации.
2. При выборе режимов обработки стали ЭП679 следует избегать ее деформирования в закаленном состоянии при температурах 20 – 500 °С при прямом нагреве, а также после упрочняющего старения при температурах близких к 500 °С в связи с повышенным сопротивлением деформации и возможностью хрупкого разрушения металла.
3. Сопротивление деформации при температурах 300 – 700 °С может быть существенно снижено за счет предварительного нагрева стали до температуры 920 °С и последующего медленного охлаждения до температуры деформации.
4. Горячую обработку давлением стали ЭП679 рекомендуется проводить при температурах 1000 °С и выше, что соответствует минимальному уровню сопротивления деформации.

Благодарность

Работа выполнена в соответствии с планом Фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 г. по теме № 01201354598 и при частичной поддержке проекта УрО РАН № 15-15-1-52 (программа УрО РАН «Арктика») и гранта РФФИ № 14-08-31673 мол_а.

Литература

1. Перкас М. Д., Кардонский В. М. Высокопрочные мартенситно-стареющие стали. – М. : Металлургия, 1970. – 224 с.
2. Георгиев М. Н., Симонов Ю. Н. Трещиностойкость железоуглеродистых сплавов. – Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – 419 с.
3. Влияние условий термопластической обработки на сопротивление деформации, механические свойства и трещиностойкость бескобальтовых мартенситно-стареющих сталей / Б. М. Эфрос, И. П. Конакова, С. В. Гладковский, В. С. Тютенко, Л. В. Лоладзе, Т. П. Заика, В. Н. Варюхин // Физика и техника высоких давлений. – 1997. – Том. 7, № 4. – С. 5–23.

4. Деформируемость стали 03X11H10M2T в интервале температур 20 – 1100 °С / Ю. Г. Векслер, Н. В. Звигинцев, И. П. Конакова, Г. В. Белова, Г. Н. Сунцев // Известия вузов. Черная металлургия. – 1986. – № 8. – С. 74–78.
5. Методика исследования сопротивления деформации на пластометрическом комплексе / А. И. Потапов, В. П. Мазунин, Д. А. Двойников, Е. А. Коковихин // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2010. – Т.76, № 9. – С.59–63.
6. Терентьев В. В., Бунин И. Ж., Загреев П. В. Влияние температуры старения на комплекс механических свойств мартенситностарееющей стали // Материаловедение – 1998. – № 1. – С. 40–49.
7. Тарасенко Л. В., Звигинцев Н. В., Титов В. И., Хадыев М. С. Фазовые превращения при длительном старении стали 00X11M2T...T1 // ФММ. – 1987. – Т. 63, вып 4, № 6. – С. 768–773.
8. Термодинамический анализ фазовых равновесий в мартенситностарееющих сталях / Н. Г. Шапошников, Б. М. Могутнов, Н. В. Звигинцев, М. С. Хадыев // Термическая обработка, структура и свойства металлов межвуз. сб. – Свердловск : изд-во УПИ им. С.М. Кирова, 1985. – Вып.10., – С. 3–9.
9. Георгиев М. Н., Симонов Ю. Н. Трещиностойкость железоуглеродистых сплавов. – Пермь : Изд-во Перм. Нац. Исслед. Политехн. ун-та, 2013. – 419 с.
10. Механические свойства мартенситностарееющей стали H18K8M5T с остаточным и ревертированным аустенитом / В. П. Вылежнев, А. А. Сухих, В. Г. Брагин, С. А. Коковьякина // ФММ. – 1993. – Т.75, вып. 4. – С. 157–165.
11. Влияние структурных превращений на механические свойства и трещиностойкость бескобальтовых мартенситно-старееющих сталей / С. В. Гладковский, Н. В. Звигинцев, А. А. Круглов, Т. А. Дорошкевич, Р. С. Фазлиахметов, В. В. Юровских // ФММ. – 1990. – Вып. 2. – С. 106–113.

STUDYING THE CHANGES IN THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF A MAGNESIUM ALLOY AFTER OPERATION AND LONG ANNEALING AT TEMPERATURES OF 50 AND 70 °C

N. B. Pugacheva^{1*}, D. I. Vichuzhanin¹, S. V. Smirnov¹, S. T. Kalashnikov², V. S. Chekushkin²,
N. P. Antenorova¹, A. A. Pankratov³

¹*Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya st., Ekaterinburg, Russian Federation*

²*“Academician V.P. Makeev State Rocket Centre” Open Joint Stock Company, 1 Turgoyakskoe shosse, Miass, Chelyabinskaya oblast, Russian Federation*

³*Institute of High-Temperature Electrochemistry, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 20 Akademicheskaya st., Ekaterinburg, Russian Federation*

*Corresponding author. E-mail: nat@imach.uran.ru; address for correspondence: ul. Komsomolskaya 34, Ekaterinburg, Russian Federation. Tel.:375-35-91; fax: 374-53-30.

The microstructure and mechanical properties of magnesium alloy samples cut out from a shell structure after 20 years' operation in climatic conditions are studied, as well as the effect of subsequent annealing at temperatures of 50 and 70 °C during up to 3000 h on the change in the mechanical properties and the values of electrical resistivity. The magnesium alloy is shown to consist of an α -solid solution of alloying elements in magnesium, a β -solid solution of alloying elements in lithium, and intermetallic compounds of aluminum, zinc, magnesium, manganese and lithium. At the studied temperatures, the aging processes in the alloy proceed extremely inertly, with an insignificant decrease in hardness and unchanged values of electrical resistivity. Changes in mechanical properties are recorded only within the first 1000 hours of annealing at 70 °C.

Keywords: magnesium alloy, microstructure, intermetallic compound, hardness, strength, aging, electrical resistivity

DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.029-041

References

1. Kolachev B.A., Elagin V.I., Livanov V.A. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka tsvetnykh metallov i splavov*. [Metal Science and Heat Treatment of Non-Ferrous Metals and Alloys]. Moscow: MISIS Publ., 2001, 416 p. (In Russian).
2. *Mashinostroenie. Entsiklopediya*. [Mechanical Engineering. Encyclopedia], Vol. II-3. I.N. Fridlyander, eds. *Tsvetnye metally i splavy. Kompozitsionnye metallicheskie materialy* [Non-Ferrous Metals and Alloys. Composite Metallic Materials]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2001, 880 p. (In Russian).
3. Fridlyander I.N. Advanced aluminum, magnesium alloys and composite materials based on them – *Metallovedenie i Termicheskaya Obrabotka Metallov*, 2002, no. 7, pp. 24 – 29. (In Russian).
4. Drits M.E., Padezhnova E.M., Rokhlin A.I. *Legkie splavy, soderzhashchie litiy* [Lithium-Containing Light Alloys], N.Kh Abrikosov, ed. / Moscow: Nauka Publ., 1982, 143 p. (In Russian).
5. G.V. Samsonov, ed. *Svoystva elementov: v 2 t.* [Properties of Elements. In 2 volumes] // edited by – Moscow: Metallurgiya Publ., 1976, vol. 1, 600 p.; vol. 2, 383 p. (In Russian).
6. *Magnievye splavy. Spravochnik. Ch. 1. Metallovedenie magniya i ego splavov. Oblasti primeniya* [Magnesium Alloys. Reference Book. Part 1. Metal Science of Magnesium and its Alloys. Applications]. Moscow: Metallurgiya Publ., 1978, 232 p. (In Russian).

7. Turkin V.D, Rumyantsev M.V. *Struktura i svoystva tsvetnykh metallov*. [Structure and Properties of Non-Ferrous Metals]. Moscow: GNILChTsM Publ., 1947, 440 p. (In Russian).
8. Dorokhina L.N., Tauzhnyanskaya Z.A., Nikerova L.F., Krucher G.N. *Legkie tsvetnye metally i splavy: spravochnik* [Light Non-Ferrous Metals and Alloys. Reference Book], S.N. Podvishensky and M.V. Teslitskaya, ed. Moscow: FGUP “CNIIEtsvetmet” Publ., 2001, vol. 2, 416 p. (In Russian).
9. L.K. Martens, eds. *Tekhnicheskaya entsiklopediya* [Technical Encyclopedia]. Moscow: Gostekhizdat OGIZ Publ., 1941, vol. 12, 855 p. (In Russian).
10. Mirzaev D.A., Karyagin Yu.D., Dobrynina Ya.S., Zvonkov A.A. Studying and simulating recovery in the AMg6 alloy in order to predict the service life of aerospace parts. *Fizika Metallov i Metallovedenie*, 2004, vol. 98, no. 8, pp. 11 – 18 (In Russian).
11. Mirzaev D.A., Karyagin Yu.D., Okishev K.Yu., Elgin V.M., Zvonkov A.A. Predicting a change in yield stress caused by diffusion transformations in the MA21 alloy during hold time of many years. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya: Matematika. Mekhanika. Fizika*, 2006, no. 7, pp 199 – 202. (In Russian).
12. Rokhlin L.L. Studying the kinetics of the decay of a satiated solid solution in magnesium-yttrium alloys. *Metallovedenie i Termicheskaya Obrabotka Metallov*, 1987, no. 3. pp. 50 – 52 (In Russian).

Подана в журнал: 18.08.2015
УДК 620.18.186:539.4.016:620.172
DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.029-041

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ СТРУКТУРЫ И СВОЙСТВ СПЛАВА МА21 ПОСЛЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ И ДЛИТЕЛЬНЫХ ВЫДЕРЖЕК ПРИ ТЕМПЕРАТУРАХ 50 И 70 °С

Н. Б. Пугачева^{1*}, Д. И. Вичужанин¹, С. В. Смирнов¹, С. Т. Калашников²,
В. С. Чекушкин², Н. П. Антенорова¹, А. А. Панкратов³

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук, г. Екатеринбург, ул. Комсомольская, 34

²Акционерное общество «Государственный ракетный центр имени академика В.П. Макеева», Челябинская область, г. Миасс, Тургорское шоссе, 1

³Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт высокотемпературной электрохимии УрО РАН, г. Екатеринбург, ул. Академическая, 20

* Ответственный автор. Электронная почта: nat@imach.uran.ru; адрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация. Телефон: 375-35-91; факс: 374-53-30

Исследованы микроструктура и механические свойства образцов сплава МА21, вырезанных из оболочечной конструкции, после 20-летней эксплуатации в климатических условиях, а также влияние последующих выдержек при температурах 50 и 70 °С длительностью до 3000 ч на изменение механических свойств и значений удельного электросопротивления. Показано, что сплав МА21 состоит из α -твердого раствора легирующих элементов в магнии, β -твердого раствора легирующих элементов в литии, интерметаллидов алюминия, цинка, магния, марганца и лития MgLiZn и MgLi₂Al. При исследованных температурах процессы старения сплава протекают крайне вяло при незначительном снижении значений твердости и сохранении значений удельного электросопротивления. Изменения механических свойств зафиксированы только в первые 1000 часов выдержки при 70 °С.

Ключевые слова: магниевый сплав, микроструктура, интерметаллид, твердость, прочность, старение, удельное электросопротивление

1. Введение

Сплав МА21 относится к сверхлегким магниево-литиевым деформируемым сплавам - значения плотности находятся в интервале $\rho = 1300 - 1600 \text{ кг/м}^3$, что обеспечивается его легированием литием [1–3]. Сплав используется для средненагруженных деталей, работающих при температурах до 100 – 125 °С и криогенных температурах, когда требуется высокая жесткость и повышенная прочность при сжатии. Известно [1, 4, 5], что литий значительно повышает технологическую пластичность магниевых сплавов. Например, легирование магния 6–14% Li приводит к значительному (в 2–10 раз) росту пластичности и ударной вязкости при температурах испытания от 196 до 300 °С и интервале скоростей деформирования 0,005–20 см/мин, прочность при этом уменьшается в 2–3 раза. С увеличением содержания лития в магниевых сплавах снижается их чувствительность к надрезу.

Технологическая пластичность магниево-литиевого сплава МА21, наряду с зависимостью от присутствия в них лития, в значительной мере зависит от содержания основной упрочняющей добавки – алюминия и примесей натрия и калия: увеличение в сплавах содержания натрия и калия более 0,005% каждого приводит к падению пластичности и технологичности при обработке давлением [6–8]. Добавки алюминия незначительно изменяют растворимость лития в твердом магнии, а прибавление лития к магниево-алюминиевым сплавам приводит к снижению растворимости алюминия в твердом магнии. Область гомогенности

литиевого твердого раствора значительно сужается с понижением температуры. Кроме лития и алюминия сплав легирован цинком и кадмием, которые способствуют повышению прочностных характеристик [2, 6, 9].

При эксплуатации листовых или оболочечных крупногабаритных конструкций, предназначенных для хранения веществ большой массы, даже в условиях климатических температур можно ожидать определенных структурных изменений в сплавах этого класса. Оценке свойств подобных конструкций после многолетнего использования посвящены весьма немногочисленные исследования [10, 11]. Вопрос сохранения стабильности свойств сплавов типа МА21 в течение длительного времени пока остается открытым, поэтому исследования, направленные на определение изменений показателей свойств при температурах, близких климатическим (до 100 °С), представляют как научный, так и практический интерес, поскольку они позволяют прогнозировать остаточный ресурс конструкций.

Целью настоящей работы является изучение структуры, механических свойств и изменения значений удельного электросопротивления фрагментов оболочечной конструкции из сплава МА21 после 20 лет эксплуатации в климатических условиях, а также дополнительных термических выдержек при температурах 50 и 70 °С.

2. Материалы и методика эксперимента

В качестве объектов исследования использованы фрагменты оболочечной конструкции из сплава МА21 после 20 лет эксплуатации в климатических условиях. Металлографические исследования проведены на оптическом микроскопе НЕОРНОТ-21 при увеличениях 100 и 500 крат. Образцы для исследований готовили на полировальном комплексе LaboPol-2 фирмы Struers. Применение специальных полировальных материалов позволяет исключить внедрение посторонних металлов или неметаллов в поверхность образцов, что очень важно для точного определения химического состава фаз в сплаве.

Твердость материалов по Виккерсу замеряли на твердомере Akashi при нагрузке 5 кг (49 Н). Микротвердость структурных составляющих измеряли на приборе Leica фирмы Leica Microsystems (Germany), оснащенным программным обеспечением «Materials Workstation», позволяющим с доверительной вероятностью 0,95 определять значения микротвердости. Измерения проводили при нагрузке 25 г и скорости нагружения 40 мкм/сек.

Микрорентгеноспектральный анализ выполнен на приборах САМЕВАХ и JEOL. Перед проведением точного химического анализа состава фаз приборы позволяют снимать спектр характеристического рентгеновского излучения с данной фазы, формирующийся под воздействием сфокусированного пучка электронов (электронного зонда), определяя тем самым качественный состав материала. Были получены изображения микроструктуры материала в излучении легирующих элементов, распределение элементов по линии сканирования, проходящие через фазы сплава, а также определен точный химический состав в точке поверхности шлифа диаметром 2 мкм с помощью специального программного комплекса программ для автоматического введения поправочных коэффициентов. Локальность метода 2 мкм, погрешность – 5 % от измеряемой концентрации.

Механические испытания проводили на испытательной гидравлической машине INSTRON 8801¹. Особенностью машины является высокая жесткость и точность. Машина оснащена динамически компенсированным датчиком усилия Dynacell, который позволяет производить максимально точные измерения. Датчик снабжен устройством динамической компенсации, которое минимизирует влияние инерции на измерение силы. Размеры и форма образцов для испытаний на статическое растяжение приведены на рис. 1. Испытания на сжатие проводили на цилиндрических образцах диаметром 10 мм и высотой 15 мм.

¹ Испытания проведены на оборудовании центра коллективного пользования ИМАШ УрО РАН

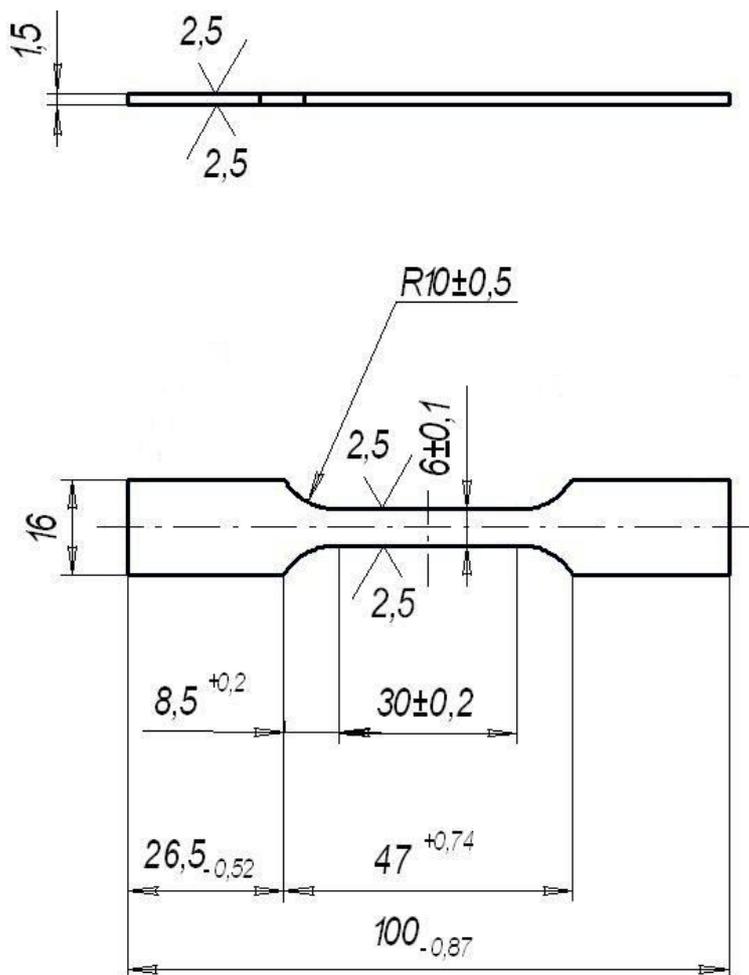


Рис. 1. Форма и размеры образцов для испытаний на растяжение

Измерение удельного электросопротивления образцов проводили с помощью микроомметра БСЗ-010-2 по четырехпроводной схеме. Прибор имеет на шкале 1000 мОм допускаемую основную приведенную погрешность $\pm (0,1+2$ единицы младшего разряда) при измерительном токе 0,2 А, единица младшего разряда равна 10 мкОм. Измерительная база для потенциальных электродов равна 22 мм. Вычисление величины удельного электросопротивления материала образца проводилось по формуле:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l}, \quad (1)$$

где R – электросопротивление материала; S – площадь поперечного сечения образца; l – измерительная база для потенциальных электродов.

3. Результаты исследований и их обсуждение

В соответствии с диаграммой состояния Mg–Al–Cd–Li (рис. 2) основой сплава MA21 является двухфазная ($\alpha+\beta$) структура, где α – твердый раствор на основе магния с ГПУ решеткой и β – твердый раствор на основе лития с ОЦК решеткой. Растворимость лития в твердом магнии при эвтектической температуре составляет 5,5 % и практически не изменяется при понижении температуры (при 300 °С – 5,7 %) [1–3]. Растворимость магния в литии при эвтектической температуре – 91,5 масс. % (75,5 ат. %), она заметно изменяется при понижении температуры и при 100 °С составляет 89 масс. % [4].

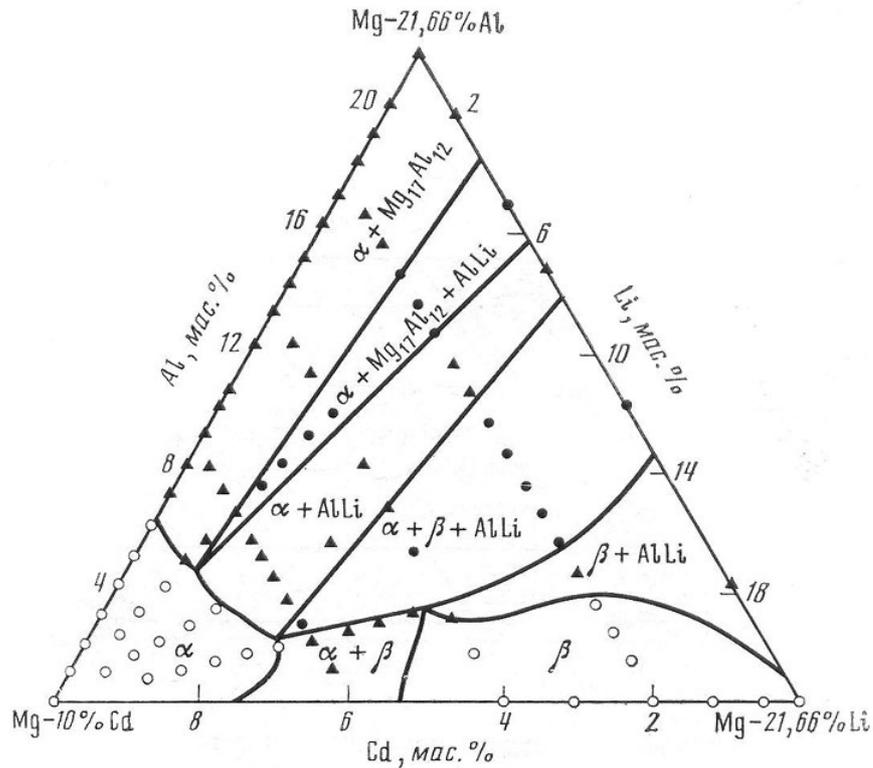


Рис. 2. Разрез диаграммы состояния системы Mg–Al–Li–Cd [3]

Исследованный сплав МА21 имеет гетерофазную структуру: светлые зерна α - твердого раствора на основе магния с ГПУ решеткой и более темные β - твердого раствора на основе лития с ОЦК решеткой (рис. 3). Алюминий в большей степени растворяется в α - твердом растворе по сравнению с β - фазой, а цинк и кальций образуют самостоятельные фазы (рис. 4). Следует отметить, что определение содержания лития в структурных составляющих микрорентгеноспектральным методом крайне затруднено, так как определяется по разности от 100 % и суммы всех остальных элементов. Аналогично проводится и определение содержания кислорода, который всегда в некотором количестве присутствует на поверхности шлифов магниевых сплавов, так как они быстро окисляются. Поэтому в табл. 1 указано суммарное содержание этих двух элементов в колонке Li.

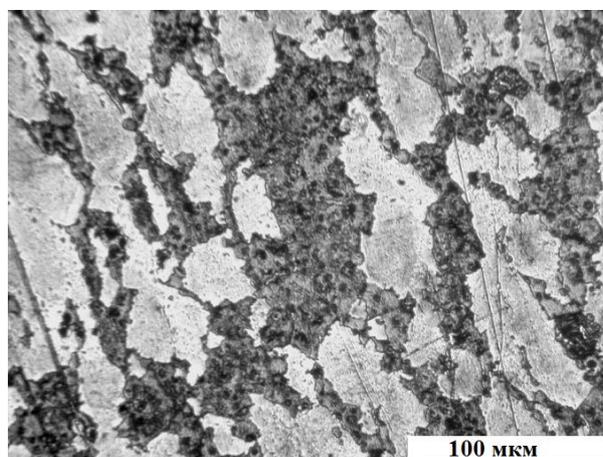


Рис. 3. Микроструктура сплава МА21

По результатам определения локального химического состава исследованного сплава различимы 4 разные фазы (см. табл. 1). Светлые зерна (см. рис. 3; область 1 на рис. 5) представляют собой α -твердый раствор легирующих элементов в магнии, содержащий 6 масс. % Al, 4 масс. % Cd, 1 масс. % Zn, и порядка 2,5 масс. % Li. Твердость этих участков составляет 76,4 HV 0,025. Более темные участки обогащены литием (15 масс. %) и кадмием (6 масс. %) и практически не содержат алюминия – область 2 на рис.5 и в табл.1. Твердость этих участков немного ниже по сравнению с α -фазой и составляет 66,2 HV 0,025.

Таблица 1 - Химический состав структурных составляющих сплава МА21, масс. %

№	№ структурной составляющей	Химический состав, масс. %											
		Mg	Al	Zn	Cd	Li+O ₂	Mn	PЗМ	Ni	Cu	Si	Na	Ca
1	Справочные данные для сплава	остальное	4-6	8-2	3-5	7-10	0,15-0,5	0,05-0,15	0	0	0	0	0
2	1(α)	86,5	6	1	4	2,5	0,08	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01
3	2 (Mg-Li-Cd)	78	0,6	0,5	6	15	0,06	0,01	0,01	0,01	0,07	0,01	0,01
4	3 (Mg-Al-Li-Zn-Cd)	37,5	22,3	9,6	5,3	22,7	0,06	0,01	0,01	0,01	0,32	0,02	2,3
5	4 (Mg-Al-Li-Zn-Cd)	39,5	16,6	7,3	5,3	31,8	0,06	0,01	0,01	0,01	0,3	0,02	0,01

Фаза 3 на рис. 5 и в табл. 1 соответствует интерметаллиду MgAlLiZnCd, частицы которого образуют строчечные скопления, внутри которых присутствуют единичные частицы кальция (см. рис. 4 в). Фаза 4 на рис. 5 и в табл. 1 представляет собой также интерметаллид MgAlLiZnCd, но с большим содержанием лития. Фаза 3 отличается от фазы 4 более высоким содержанием алюминия и цинка. Следует отметить, что при определении химического состава частиц, размер которых составляет 2–5 мкм, возникает ошибка, связанная с тем, что зонд захватывает окружающий эти частицы материал сплава. При этом фиксируемая концентрация магния в анализируемых частицах завышена (реально его может вообще не быть в частице), а концентрации алюминия и цинка – занижены.

По величине предела прочности экспериментальные данные, полученные на образцах, вырезанных из оболочечной конструкции после 20 лет эксплуатации, удовлетворяют требованиям конструкторской документации для сплава МА21 (табл. 2). Два из четырех испытанных на сжатие образцов имели значение предела текучести 156 МПа при требуемом минимуме 157 МПа. Следует отметить общее снижение и прочностных характеристик и пластичности сплава после эксплуатации. Величина разброса экспериментальных данных по пределу прочности составляет 0,9 %. По величине условного предела текучести экспериментальные данные испытаний на растяжение удовлетворяют, а испытаний на сжатие удовлетворяют частично (2 из 4 испытанных образцов). Величина разброса экспериментальных данных по условному пределу текучести для испытаний на растяжение составляет 4 %, для испытаний на сжатие – 1,9 %. По величине относительного удлинения экспериментальные данные удовлетворяют нормируемым требованиям, величина разброса экспериментальных данных составляет 37,8 %.

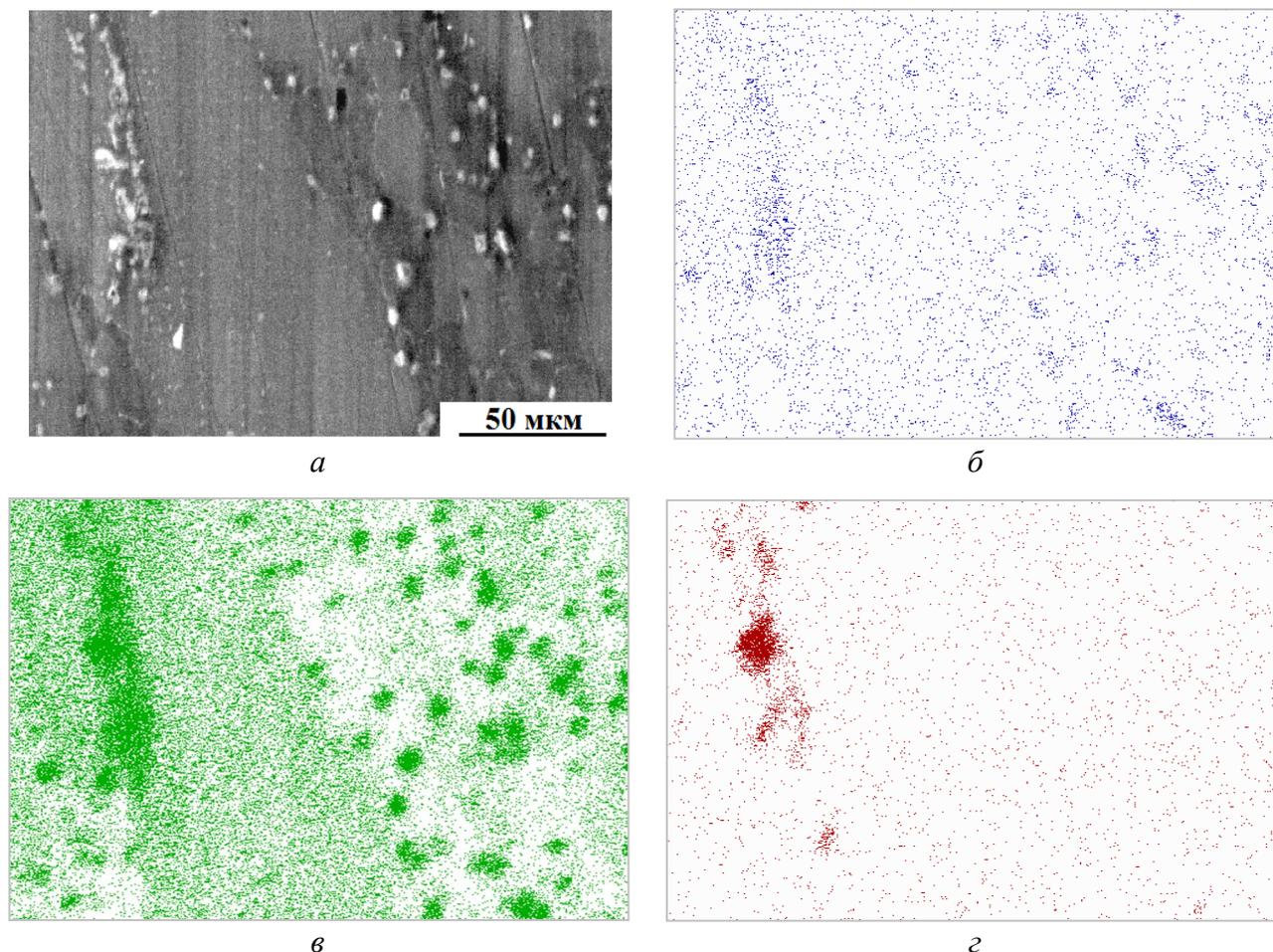


Рис. 4. Характер распределения элементов между структурными составляющими сплава MA21: *a* – изображение во вторичных электронах; *б* – изображение в характеристическом рентгеновском излучении Zn; *в* – Al; *г* – Ca

Выдержки при температуре 70 °С привели к разупрочнению сплава, тогда как при температуре 50 °С изменений твердости практически не зафиксировано (рис. 6). Значения прочности для сплава MA21 после выдержек при температуре 70 °С в первые часы немного снижаются при повышении пластичности, а затем стабилизируются на уровне исходных значений (рис. 7). Авторы [2, 3] отмечают, что особенностью магниевых сплавов, содержащих Li, является возможность естественного старения. Известно [2 – 4, 12], что упрочнение в сплаве MA21 обусловлено распадом пересыщенного легирующими элементами β-твердого раствора на основе лития с ОЦК решеткой: $\beta \rightarrow \text{MgLi}_2\text{Al} \rightarrow \text{AlLi}$; $\beta \rightarrow \text{MgLi}_2\text{Zn} \rightarrow \text{ZnLi}$ (или MgLiZn).

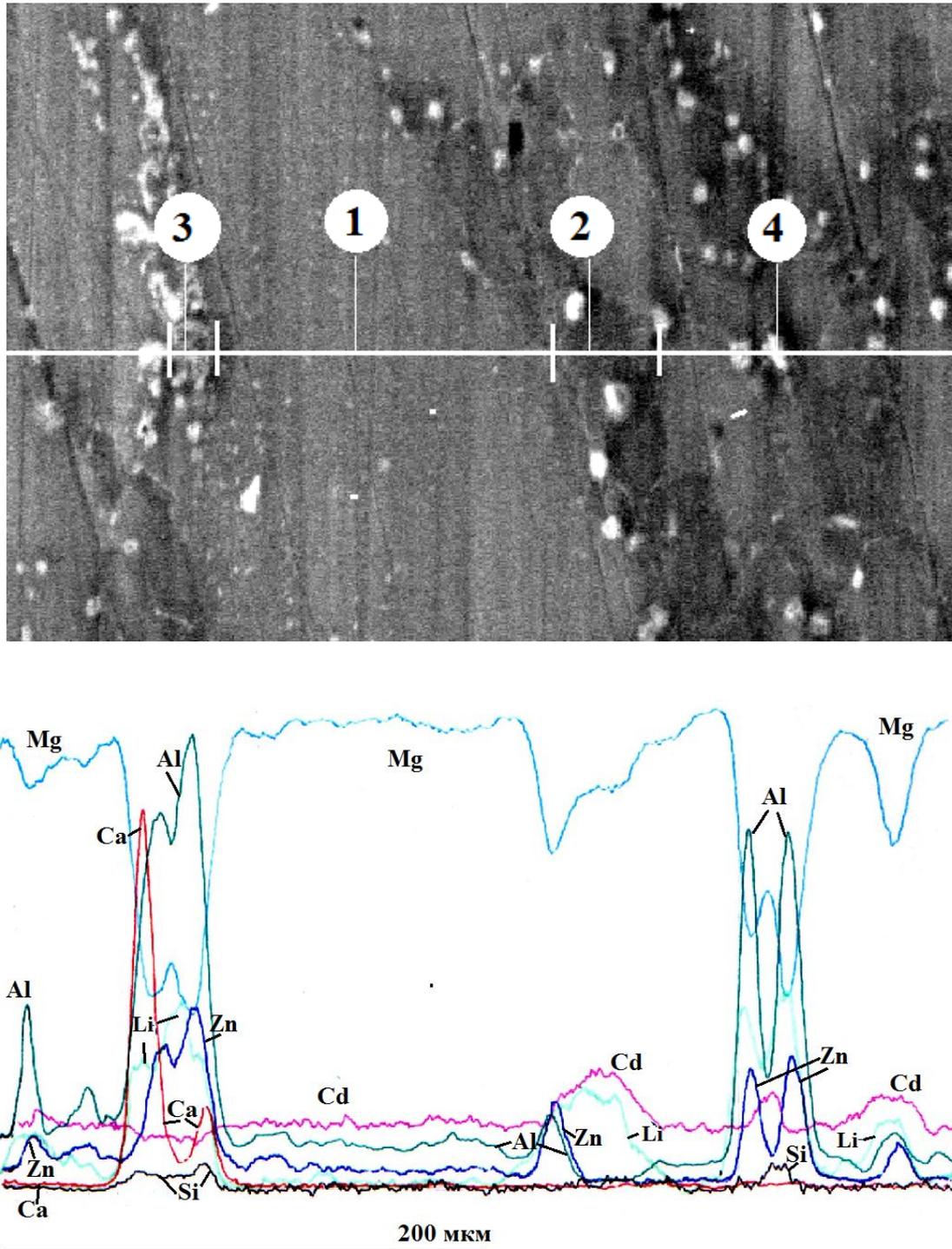


Рис. 5. Характер распределения элементов между структурными составляющими сплава MA21

Таблица 2 – Механические свойства сплава МА21 в исходном состоянии и после эксплуатации

Вид испытаний	Время определения свойств	Механические свойства мин–макс/среднее			
		σ_b , МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ , %	φ , %
Растяжение	исходное состояние сплава	216–224	153–164	17,6–20,8	–
	после 20 лет эксплуатации	$\frac{217 - 219}{217,7}$	$\frac{144 - 150}{148}$	$\frac{9,2 - 14,8}{11,4}$	$\frac{13,3 - 18,4}{15,6}$
	требования конструкторской документации, не менее	196	127	8	–
Сжатие	исходное состояние сплава	–	192–206	–	–
	после 20 лет эксплуатации	$\frac{454 - 463}{458}$	$\frac{156 - 159}{157}$	–	–
	требования конструкторской документации, не менее	–	157	–	–

Метастабильные фазы $MgLi_2Al$ и $MgLi_2Zn$ когерентны по отношению к матрице, несоответствие параметров кристаллических решеток составляет примерно 5 %. Старение в сплавах типа МА21 зафиксировано при довольно низких температурах, поскольку диффузионная подвижность атомов в ОЦК решетке значительно больше, чем в плотноупакованных структурах (ГЦК или ГП). Возможно, некоторое колебание значений механических свойств в первые 1000 часов выдержки при температуре 70 °С вызвано изменением состояния метастабильных фаз $MgLi_2Al$ и $MgLi_2Zn$ и переходом их в стабильные фазы $MgAlLi$ и $MgLiZn$.

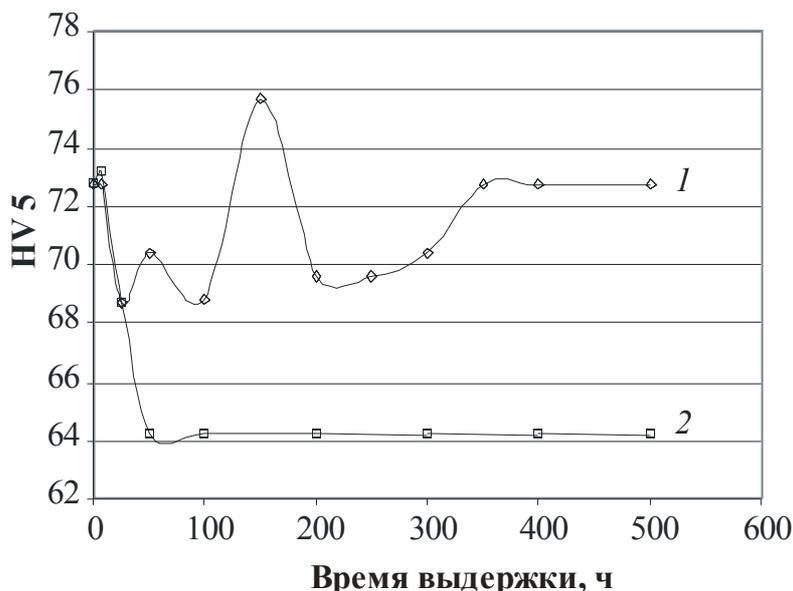
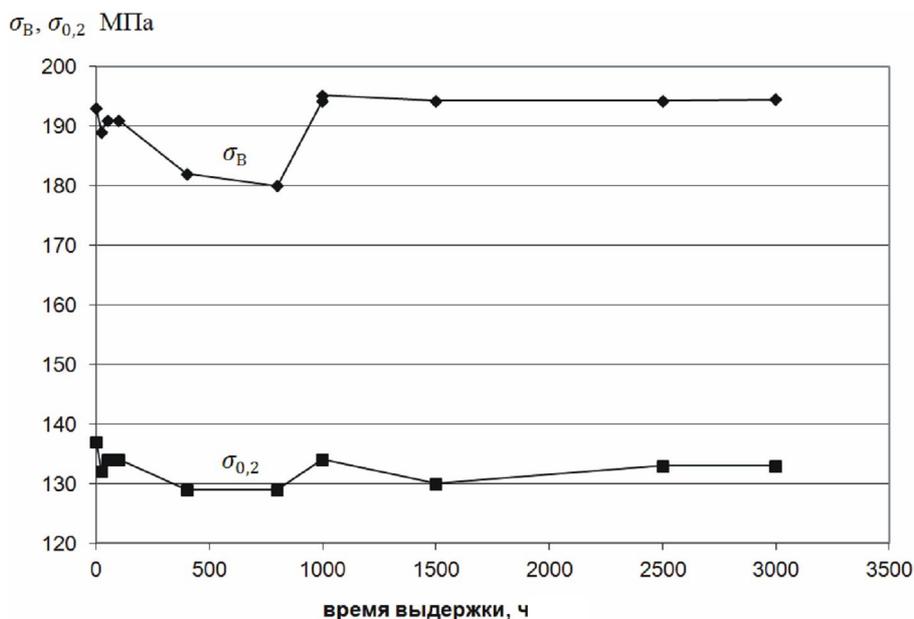


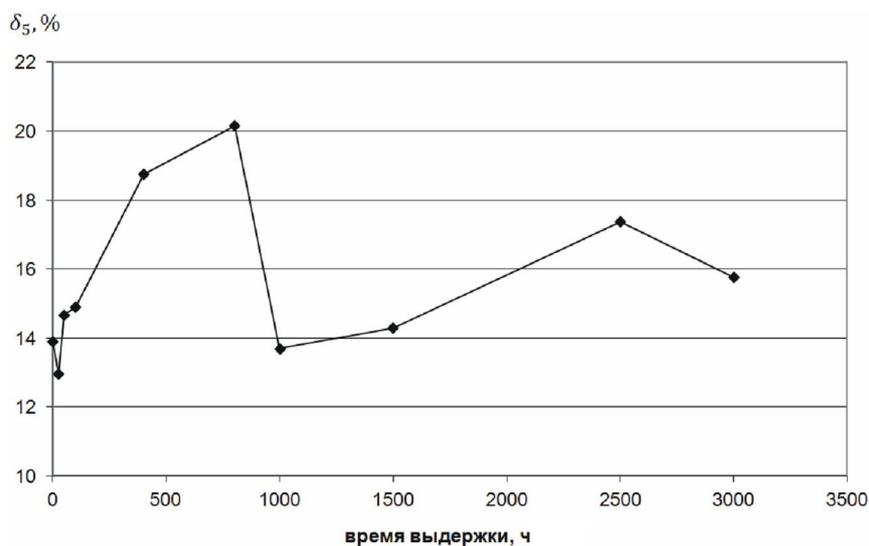
Рис. 6. Изменение значений твердости сплава МА21 после выдержек при температурах 50 (1) и 70 °С (2)

Значения удельного электросопротивления исследованных образцов практически одинаковы, разброс значений не превышает 0,8 % (рис. 8), что говорит о сохранении неизменным количества точечных дефектов в сплаве и отсутствии какого-либо заметного их вза-

имодействия с дислокациями при температуре выдержки 70 °С. Как отмечалось ранее в работе [11], изменения прочностных свойств сплава МА21 могут быть связаны только с диффузионными превращениями, а именно – с выделением частиц интерметаллидов из пересыщенного твердого раствора. Следует отметить, что процесс старения при температуре 70 °С происходит крайне вяло, после выдержки более 1000 часов происходит стабилизация свойств на исходном уровне, что позволяет предполагать стабильность прочностных свойств оболочечной конструкции из сплава МА21 в течение весьма продолжительного периода эксплуатации в климатических условиях.



a



б

Рис. 7. Изменение прочностных характеристик сплава МА21 после выдержек при температуре 70 °С

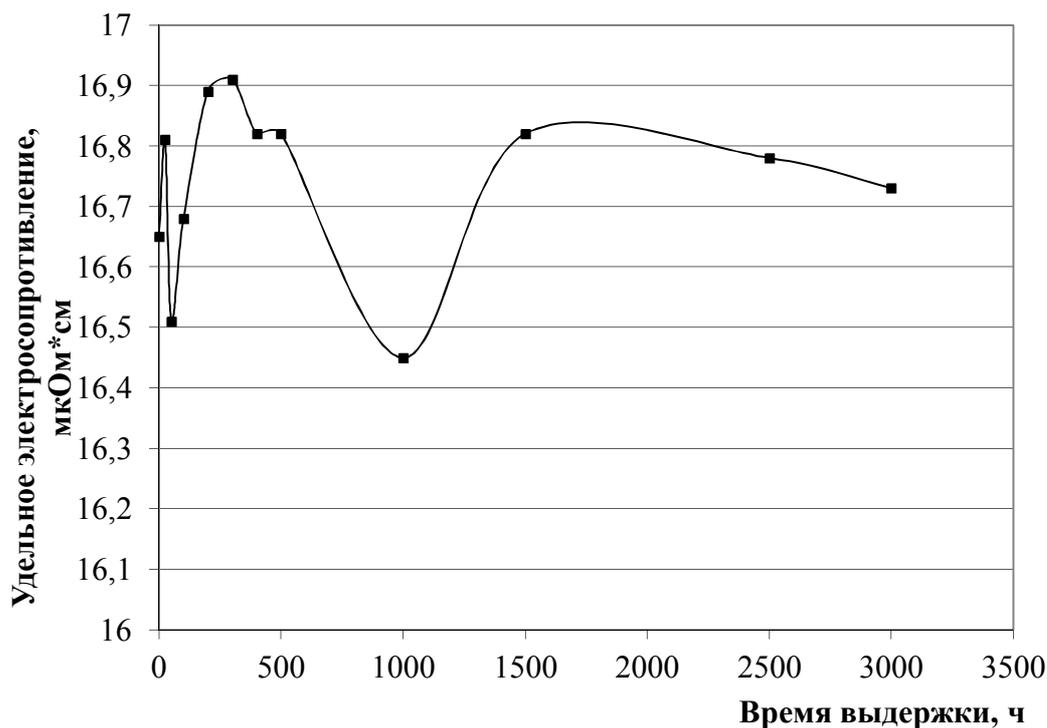


Рис. 8 Изменение значений удельного электросопротивления образцов сплава МА21 после выдержек при температуре 70 °С

4. Заключение

Исследованный сплав МА21 имеет следующий фазовый состав: α -твердый раствор легирующих элементов в магнии, β -твердый раствор легирующих элементов в литии, интерметаллиды, содержащие алюминий, цинк, литий, магний и кадмий.

Анализ прочностного состояния сплава МА21 в оболочечной конструкции после 20 лет эксплуатации в климатических условиях показал соответствие минимальным значениям нормативных требований конструкторской документации. Весьма незначительное отклонение от нормы наблюдали только при испытаниях на сжатие, но его можно отнести к колебаниям значений в пределах ошибки изменения этой величины.

Исследования прочностных свойств образцов из сплава МА21, вырезанных из элементов конструкции после 20 лет эксплуатации, в течение длительных выдержек при 50 и 70 °С показали, что при 50 °С никаких изменений состояния сплава не происходит, при 70 °С процессы старения развиваются крайне слабо и стабилизируются во времени, не изменяя механических свойств сплава.

Твердость является более чувствительной характеристикой разупрочнения сплава МА21 по сравнению с механическими свойствами: изменения её значений были зафиксированы в первые часы выдержки при температуре 70 °С, тогда как при температуре 50 °С разупрочнения сплава не произошло.

При температурах выдержек 50 и 70 °С не зафиксировано каких-либо заметных изменений значений удельного электросопротивления, что свидетельствует о сохранении плотности точечных дефектов в сплаве.

Проведенные исследования показали устойчивость механических свойств сплава МА21 при температурах 50 и 70 °С, что дает гарантии сохранения его основных характеристик в течение длительного времени эксплуатации при климатических температурах.

Благодарность

Работа выполнена в соответствии с планом Фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 г. по теме № 01201375904.

Литература

1. Колачев Б. А., Елагин В. И., Ливанов В. А. *Металловедение и термическая обработка цветных металлов и сплавов.* – М. : Изд-во МИСИС, 2001. – 416 с.
2. *Машиностроение. Энциклопедия. Том II-3. Цветные металлы и сплавы. Композиционные металлические материалы* / под ред. И. Н. Фридляндера. – М. : Машиностроение, 2001. – 880 с.
3. Фридляндер И. Н. *Современные алюминиевые, магниевые сплавы и композиционные материалы на их основе* // *Металловедение и термическая обработка металлов.* – 2002. – № 7. – С. 24 – 29.
4. Дриц М. Е., Падежнова Е. М., Рохлин А. И. *Легкие сплавы, содержащие литий : монография* / под ред. Н. Х. Абрикосова. – М. : Наука, 1982. – 143 с.
5. *Свойства элементов. : в 2 т. / под ред. Г. В. Самсонова.* – М. : Металлургия, 1976. – Т. 1. – 600 с. – Т. 2. – 383 с.
6. *Магниевые сплавы. Справочник. Ч. 1. Metallovedenie magniya i ego spлавov. Oblasti primeneniya.* – М. : Металлургия, 1978. – 232 с.
7. Туркин В. Д, Румянцев М. В. *Структура и свойства цветных металлов.* – М.: Гос. науч.-техн. изд-во лит. по чер. и цв. металлургии, 1947. – 440 с
8. *Легкие цветные металлы и сплавы : справочник* / Л. Н. Дорохина, З. А. Таужнянская, Л. Ф. Никерова, Г. Н. Кручер / под общ. ред. С. Н. Подвиженского, М. В. Теслицкой. – М. : ФГУП “ЦНИИЭцветмет”, 2001. – Т. 2. – 416 с.
9. *Техническая энциклопедия* / под ред. Л. К. Мартенса. – М. : Гостехиздат ОГИЗ, 1941. – Т. 12. – 855 с.
10. *Изучение и моделирование возврата в сплаве АМгб с целью прогнозирования ресурса эксплуатации деталей авиакосмической техники* / Д. А. Мирзаев, Ю. Д. Карягин, Я. С. Добрынина, А. А. Звонков // *Физика металлов и металловедение.* – 2004. – Т. 98, № 8. – С. 11 – 18.
11. *Прогнозирование изменения предела текучести, обусловленного диффузионными превращениями, в сплаве МА21 в ходе многолетней выдержки* // Д. А. Мирзаев, Ю. Д. Карягин, К. Ю. Окишев, В. М. Елгин, А. А. Звонков // *Вестник Южно-уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика.* – 2006. – № 7. – С. 199 – 202.
12. Рохлин Л. Л. *Исследование кинетики распада пересыщенного твердого раствора в сплавах магния с иттрием* // *Металловедение и термическая обработка металлов.* – 1987. – № 3. С. 50 – 52.

UNIVERSAL EXPERIMENTAL RELATION FOR NATURAL FREQUENCIES OF TRANSVERSAL VIBRATION OF STUBBY FREE-FREE BEAMS

V. A. Chirikov*, D. M. Dimitrov, K. P. Kostov

Technical University of Varna. Department of Technical Mechanics. 1 Studentska st., Varna, 9010, Bulgaria.

*Corresponding author. E-mail: chirikov@tu-varna.bg; address for correspondence: 1 Studentska st., Varna, 9010, Bulgaria. Tel.: +359-52-383-686; fax: +359-52-302-771

On the basis of set of experimental tests a universal experimental relation for determination of natural transversal frequencies of short bulky bars with free ends is established. It is shown that the relation totally corresponds to approximate solution of the notorious differential equation obtained by Timoshenko for transversal vibration of stubby beams. The relation gives an opportunity for brief calculation of the transversal natural frequencies of stubby beams by avoiding complex and hard algorithms of vibration analysis. The achieved relation can be successfully used for control purposes of robot arms articulation, etc. An option of new differential equation for stubby both ends pinned beams transversal vibration is discussed.

Keywords: stubby beam, transversal vibration, natural frequency, universal relation.

DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.042-051

References

1. Timoshenko S.P. On the Correction for Shear of the Differential Equation for Transverse Vibration of Prismatic Bars. *Philosophical Magazine*, 1921, vol.6, no. 41, pp. 744–746.
2. Timoshenko S.P. *Kolebaniya v inzhenernom dele* [Vibration Problems in Engineering]. Moscow, Nauka Publ., 1967, 444 p. (in Russian).
3. Chirikov V.A. On the Range of Rotary Inertia and Shear Effects for Beams. In: *Applied Mechanics in the Americas, PACAM VII*. Temuco, Chile, 2002, vol. 9, pp. 9–12.
4. Chirikov Victor A., Koichi Ozaki. Experimental Formula for Transverse Vibrations of Stubby Free–Free Beams. In: *International Conference “Tehnonav 2004”*. Constantza, Romania, 2004, pp. 25–28. ISSN 1223-7221.
5. Chirikov V.A. *Uravneniya poperechnykh kolebaniy korotkikh balok* [Equations for Transversal Vibrations of Stubby Beams]. Dep. in VINITI 06.12.2005, no. 1595-B2005. (In Russian).
6. Dimitrov D.M. Application of dynamic methods for the determination of elastic constants of materials produced by powder metallurgy. *Nauchni Izvestiya na NTSM*, june 2013, vol. XXI, iss. 2(139), pp. 433–435. ISSN 1310-3946. (In Bulgarian).
7. Kostov K. Determination of natural frequencies of beams with distributed parameters for free vibration. In: *Yubileina studentska nauchna sessiya na TU-Varna, 04.04.2012*. (In Bulgarian).
8. ASTM E1876-09 Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration. *Book of Standards Volume: 03.01*. ASTM, USA, 2012.

Подана в журнал 20.08.2015

УДК 534–16.011

DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.042-051

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОРОТКИХ БАЛОК СО СВОБОДНЫМИ КОНЦАМИ

В. А. Чириков*, Д. М. Димитров, К. П. Костов

*Кафедра Технической механики, Технический университет – Варна, ул. Студентска 1,
г. Варна 9010, Болгария.*

**Ответственный автор. Электронная почта: chirikov@tu-varna.bg; адрес для переписки: ул. Студентска 1,
г. Варна 9010, Болгария. Телефон: +359-52-383-686; факс: +359-52-302-771.*

На основании серии экспериментальных испытаний установлена универсальная экспериментальная зависимость для определения собственных поперечных частот коротких цельных стержней со свободными концами. Продемонстрировано, что это соотношение полностью соответствует приближенному решению известного дифференциального уравнения для поперечных колебаний коротких балок, полученного Тимошенко. Установленная зависимость даёт возможность лаконично, без сложных и трудоемких алгоритмов анализа колебаний, рассчитать поперечные собственные частоты коротких балок. Полученную зависимость можно с успехом применять в целях управления шарнирными соединениями рук робота и т. п. В качестве варианта рассмотрено новое дифференциальное уравнение для поперечных колебаний коротких балок с обоими закреплёнными концами.

Ключевые слова: короткая балка, поперечные колебания, собственная частота, универсальная зависимость.

1. Введение

При моделировании колебаний подавляющего числа элементов конструкций, строений, звеньев машин, современных роботов-манипуляторов и пр., применяемая классическая теория Эйлера-Бернулли, которая пренебрегает эффектами инерции вращения и сдвига поперечных сечений, вносит серьезную погрешность при проектировании и управлении таких объектов.

Примером сказанному могут послужить манипуляторы современных промышленных роботов, звенья которых часто представляют короткие массивные тела, значительно более тяжелые, чем грузы, для транспортировки которых они предназначены. Отношение массы всего манипулятора к массе груза обычно варьируется в рамках от 30 до 50. Причиной этому является необходимость получения нужной жесткости звеньев с целью обеспечения точности выполнения рабочих операций. Поэтому при динамическом моделировании звеньев промышленных манипуляторов необходимо иметь в виду, что они представляют собой короткие массивные тела, которые в свою очередь моделируются как короткие балки. При колебаниях таких объектов следует учитывать эффекты инерции вращения и сдвига чтобы избежать серьезной погрешности, особенно в отношении адекватности алгоритмов их управления.

Впрочем, учет упомянутых эффектов приводит к возникновению других серьезных трудностей. К ним относится необходимость применения более сложных алгоритмов управления, которые затрудняют работу манипуляторов и уменьшают эффективность их применения. Очевидна необходимость дальнейшего усовершенствования приближенных методов расчета поперечных колебаний коротких массивных тел, включая короткие балки,

которые смогли бы упростить алгоритмы управления и привести к более точному моделированию реальных процессов колебаний.

В настоящем исследовании проведена экспериментальная проверка реального процесса поперечных колебаний серии массивных коротких балок со свободными концами и установлена универсальная зависимость, удобная как для экспрессных расчетов частот таких колебаний, так и для использования в эффективных алгоритмах управления. Проведен анализ полученной зависимости на соответствие с теорией Тимошенко [1] поперечных колебаний коротких балок с учетом инерции вращения и сдвига, который подтвердил, уточнил и теоретически обосновал полученный результат. В работе обсуждается возможность применения полученной зависимости для поперечных колебаний коротких балок с другими краевыми условиями.

2. Экспериментальная постановка

Для исследования изготовлена специальная серия из 19 коротких стальных балок различной длины с плотными квадратными поперечными сечениями. Стороны квадратов имеют приблизительные размеры 4,5 см, а длины балок находятся в диапазоне приблизительно от 11,5 до 30 см. Размеры поперечных сечений измерялись с точностью до 0,01 мм, а длины балок с точностью до 0,1 мм. Результаты каждой серии замеров отдельных балок осреднялись. Подробные геометрические размеры балок даны в табл. 1.

Таблица 1. Геометрические характеристики образцов балок

№	Длина – L, м	Ширина – b, м	Высота – h, м
1	0,115	0,045	0,04535
2	0,12	0,04495	0,0452
3	0,1236	0,045	0,04525
4	0,13	0,045	0,04525
5	0,134	0,04495	0,0453
6	0,14	0,0449	0,04515
7	0,144	0,04495	0,0452
8	0,15	0,045	0,0452
9	0,16	0,0451	0,04525
10	0,17	0,04505	0,04525
11	0,18	0,04495	0,04525
12	0,189	0,0451	0,04525
13	0,199	0,04525	0,04525
14	0,209	0,04495	0,04525
15	0,229	0,0449	0,0452
16	0,249	0,04495	0,0452
17	0,26	0,04495	0,04515
18	0,281	0,0449	0,0451
19	0,302	0,04485	0,0451

Материал всех образцов – сталь 45 по БДС EN10060, для которой установлены следующие средние значения [6]: массовая плотность материала $\rho = 7699 \text{ кг/м}^3$, модуль упругости $E = 205,7 \text{ ГПа}$ и коэффициент Пуассона $\nu = 0,25$. При этом вес образцов измерялся с точностью до 1 грамма. Плотность получена как отношение веса к объему. Модуль упругости получен по методике ASTM E1876-09 [8]. При расчетах принималось указанное выше приблизительное значение коэффициента Пуассона. Для измерения

основных собственных частот колебаний отдельных образцов балок использовалась постановка эксперимента, представленная на рис. 1.

Исследуемая балка устанавливалась на массивном фундаменте, содержащем две угловые опоры (неподвижную и подвижную), обеспечивающие свободное колебание балки в вертикальной плоскости (см. рис. 1).

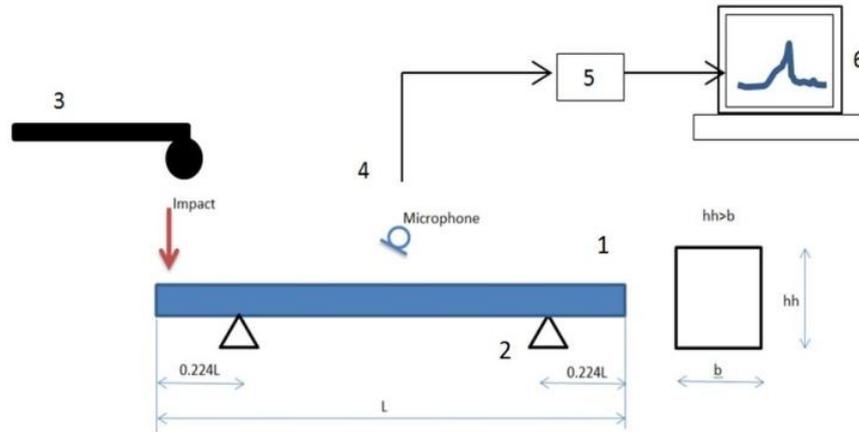


Рис. 1 Схема экспериментальной постановки:
1 – образец; 2 – опоры; 3 – импульсный молоток; 4 – микрофон;
5 – цифровой осциллоскоп; 6 – компьютер

Балка (1) устанавливалась на опорах таким образом, чтобы больший из двух измеренных размеров поперечного сечения балки являлся высотой, а контактные линии опор находились в характерных узловых точках соответствующей балки (2). При помощи импульсного молотка (3), который представляет собой шарик из закаленной стали, прикрепленный к гибкой рукоятке, производится легкий удар по концу балки. Вибрации регистрируются посредством микрофона МК122 (4), чей сигнал подается на цифровой осциллоскоп Picoscope 2206 (5). Инсталлированное на компьютере (6) программное обеспечение осциллоскопа преобразует поступающий сигнал в частотный спектр, откуда определяется соответствующая основная частота колебаний балки. Для контроля получаемых результатов собственная частота балок определяется путем расчета по классической формуле Бернулли и при помощи программного пакета Comsol Multiphysic 4.3b (Structural mechanic module, Beam, Eigenfrequency analysis) [7].

Результаты экспериментов и параллельного счета для каждой балки представлены на следующем рис. 2.

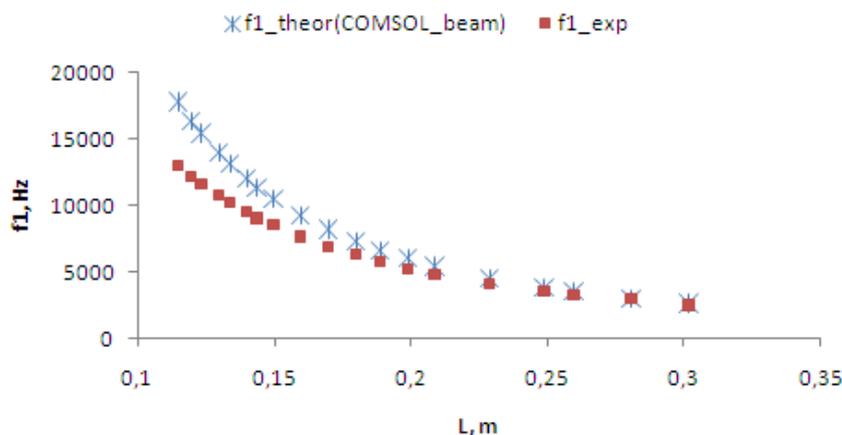


Рис. 2. Частоты поперечных колебаний коротких балок со свободными концами:
* – расчетное значение классической частоты; ■ – экспериментальное значение частоты

Очевидно, что при более длинных балках классические и экспериментальные значения частот совпадают, а чем короче балки, тем различие становится сильнее. Это объясняется увеличением эффектов инерции вращения и сдвига поперечных сечений балок. При этом экспериментальные данные показывают, что эти эффекты приводят ко все большему уменьшению собственных частот поперечных колебаний коротких балок со свободными концами. Кроме того очевидно, что экспериментальные данные ложатся на некую кривую, вид которой устанавливается ниже.

3. Универсальная зависимость для расчета частот поперечных колебаний коротких балок со свободными концами

Кроме полученных результатов, представленных на рис. 2, для удобства анализа предлагается использовать специальную координатную систему с параметром s по абсциссе и собственной частотой ω_n по ординате [3]. Безразмерный параметр s включает в себя геометрические и инерционные характеристики балок, виды опор и номер собственной частоты, и имеет вид:

$$s = \frac{L}{n_c r}, \quad (1)$$

где: L – длина балки; r – инерционный радиус поперечного сечения, а n_c – частотное число, получаемое из решения уравнения детерминанты формы колебаний балки.

Например, для балок на шарнирных опорах по концам, последовательные частотные числа n_c равняются порядковому номеру частоты n , т.е. $n_c = n$.

Для жестко закрепленных с обеих сторон балок или балок со свободными концами последовательные частотные числа являются следующими: 1,505619; 2,499753; 3,50001; 4,5 и т.д. Для балок с одним шарнирным концом, а другим жестко закрепленным или свободным: 1,249876; 2,249999; 3,25; 4,25 и т.д. Для консоли они следующие: 0,5996864; 1,494176; 2,500247; 3,5; 4,5 и т.д.

Общий член этих рядов для высших частот можно легко определить. Для жестко закрепленных с обеих сторон балок или балок со свободными концами: $n_c = n + 0,5$. Для балок с одним закрепленным шарнирно концом, а другим жестко закрепленным или свободным: $n_c = n + 0,25$. Для консоли: $n_c = n - 0,5$. Очевидно, что нулевые значения частотных чисел, относящихся к движениям твердого тела, в эти ряды не включаются. Для таких значений параметр s становится бесконечно большим.

По оси ординат откладываются собственные частоты колебаний балок ω_n . Благодаря введенному параметру s , любую классическую частоту поперечных колебаний длиной тонкой балки с типичными краевыми условиями на концах можно представить следующим образом:

$$\omega_n = \frac{c}{r} \left(\frac{\pi}{s} \right)^2, \quad (2)$$

где вводится обозначение $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

Получается уравнение квадратной гиперболы. Для удобства представления результатов дополнительно введем следующий безразмерный параметр z :

$$z = \left(\frac{\pi}{s} \right)^2. \quad (3)$$

С его помощью собственные частоты ω_n колебаний длинных балок можно представить следующей зависимостью:

$$\omega_n = \frac{c}{r} \cdot z. \quad (4)$$

При настоящем исследовании получаемые значения собственных частот поперечных колебаний коротких балок со свободными концами сравнивались с аналитической зависимостью:

$$\omega_n = \frac{c}{r} \cdot \frac{z}{\sqrt{1+4z}}, \quad (5)$$

установленной при проведении экспериментов в Токайском университете, Япония [4]. Различие с настоящей постановкой эксперимента состоит в том, что исследуемые тогда балки подвешивались вертикально на нерастяжимой нити.

Сравнение пересчитанных значений результатов тестов с предлагаемой зависимостью представлено на следующем рис. 3.

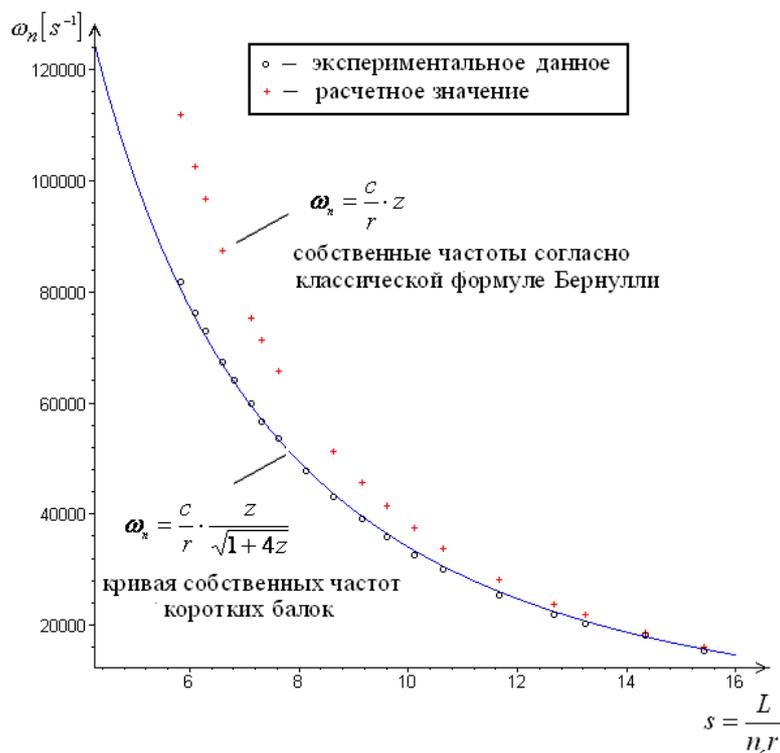


Рис.3. Кривая частот коротких балок в сравнении с их классическими значениями, без эффектов поворота и сдвига

Относительная ошибка между экспериментальными данными и аппроксимационной зависимостью (5) не превышает 5%. Можно отметить явное совпадение экспериментальных и аналитических результатов.

Чтобы получить универсальную зависимость для поперечных колебаний всех коротких балок, обратимся к дифференциальному уравнению свободных колебаний коротких балок, полученному С.П. Тимошенко [1]:

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \kappa \frac{E}{G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \kappa \frac{\rho^2 I}{G} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0, \quad (6)$$

где: y – поперечное перемещение оси балки; x – продольная координата вдоль оси балки; t – параметр времени; A – площадь поперечного сечения; $I = Ar^2$ – инерционный момент сечения; ρ – массовая плотность материала балки; E – модуль упругости; $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ –

модуль сдвига, κ – коэффициент формы поперечного сечения; ν – коэффициент Пуассона.

При его выводе используется уравнение связи для общего угла сдвига β , введенное С.П. Тимошенко в динамику короткой балки:

$$\beta = \frac{\partial y}{\partial x} - \psi = \kappa \frac{V}{GA}, \quad (7)$$

где ψ – угол наклона касательной к кривой изгиба при пренебрежении сдвигом; V – перерезывающая сила.

Эта связь играет главную роль при конвенциональном выводе уравнения, так как на основе используемых при выводе уравнения (6) теорем механики без нее вообще невозможно получить уравнение колебаний с учетом сдвига, потому что действие внутренних сил в элементе балки в этих теоремах вообще не учитывается. Если отбросить последний член в уравнении (6) из-за его малости второго порядка [2], то уравнение приобретает вид:

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \kappa \frac{E}{G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0, \quad (8)$$

а получаемая из него собственная частота колебаний ω_n балки, после подстановки в него общего решения:

$$y = C_n \cdot \sin(p_n x) \cdot \sin(\omega_n t), \quad (9)$$

где: $p_n = \frac{n_c \pi}{l}$,

приобретает следующий вид:

$$\omega_n = \frac{c}{r} \cdot \frac{z}{\sqrt{1 + (1 + 2\kappa(1 + \nu))z^2}}, \quad (10)$$

где z представляет собой выражение в (3) и (1).

Подставляя в (10) значения $\kappa = 1,2$ для прямоугольных поперечных сечений балок и $\nu = 0,25$ для стали, как раз и получается установленная экспериментальная зависимость (5). Так что, полученная аналитическая зависимость (10) является в действительности более полной при определении частот поперечных колебаний коротких балок, включая балки со свободными концами. Она позволяет проводить быстрые расчеты собственных частот поперечных колебаний коротких балок, предотвращая сложные алгоритмы и трудоемкие расчеты.

4. Дискуссия

Решение (10) приближенного уравнения Тимошенко короткой балки (8), полученное в предыдущем разделе, оставляет ряд вопросов. Один из них связан с тем, что используемое выражение формы колебаний балок в (9) является неполным для балок со свободными

концами. Легко проверить, пользуясь соответствующими краевыми условиями, что полное выражение формы в этом случае имеет вид:

$$f = A_n \cdot \cos(p_n x) + sh(p_n x) + A_n \cdot ch(p_n x) + \sin(p_n x), \quad (11)$$

где: $A_n = \frac{sh(p_n l) - \sin(p_n l)}{\cos(p_n l) - ch(p_n l)}$.

При получении зависимости (10) в разделе 3 использован лишь последний член в выражении (11). Можно показать, что использование первого члена или суммы первого с последним членом формы также приведет к полученному результату. Для второго и третьего членов, однако, приближительное уравнение (8) не удовлетворяется, так что уравнение колебаний в этом случае является неполным, а в качестве компенсации не может быть использован отброшенный член полного уравнения (6). Тем не менее, ввиду хорошего совпадения получаемых экспериментальных результатов с аналитической зависимостью (10), а также на основе множества проведенных расчетов с использованием современных специализированных программ инженерного проектирования, можно предположить, что влияние второго и третьего членов в соотношении (11) пренебрежимо мало по сравнению с остальными членами.

При этом можно заметить, что для балок на шарнирных опорах по концам, очевидно, получается та же самая зависимость (10) для собственных частот поперечных колебаний, что и для балок со свободными концами, поскольку форма колебаний балок с шарнирными условиями на концах точно совпадает с формой, используемой в (9).

Дополнительный вопрос возникает в связи с распространением универсального уравнения Тимошенко (6) вообще на все короткие балки. Нужно отметить, что в современных компьютерных пакетах инженерных расчетов заложена именно такая гипотеза. В пользу этой гипотезы служит и тот факт, что при выводе уравнения Тимошенко (6) не используются никакие специфические краевые условия. Кроме того, формы колебаний балок с различными условиями на концах всегда включают член (9). Отсюда следует, что и решение (10) для балок со свободными концами можно рассматривать как универсальную зависимость, верную при любых краевых условиях.

Можно также добавить, что полученное решение (10) дифференциального уравнения динамики коротких балок (8) распространяется на все возможные частоты колебаний балок, а не только на фундаментальные. При этом расчет поперечных частот колебаний коротких балок на основе универсальной зависимости (10) с применением предложенных параметров s и z делается единообразно для всех балок. Необходимо только подставлять соответствующие числа n_c , различающиеся по специфическим условиям на концах балки и участвующие в формировании значения параметра s в (1). Очевидно, что для балок с шарнирными опорами на концах значения параметра s будут большими, чем для тех же балок со свободными концами. Поэтому значения собственных частот балок с шарнирными опорами будут ниже. То же верно и для всех балок с другими краевыми условиями, кроме балок с жестко закрепленными концами, для которых получаются идентичные собственные частоты. Проводя расчеты с использованием современных инженерных пакетов, можно даже установить некоторое уменьшение собственных частот для балок с жестко закрепленными концами по сравнению с теми же балками со свободными концами. Такой факт видится довольно странным ввиду увеличения прочности балки при жестком закреплении.

5. Заключение

Таким образом, удалось установить, что „балка Тимошенко” наверняка представляет собой короткую балку со свободными концами. Это подтверждается серией экспериментов по установлению собственных частот поперечных колебаний свободных балок с

прямоугольным поперечным сечением, проведенных как в лаборатории Токийского университета (Япония), так и в лаборатории Технической механики при ТУ (Варна). Это подтверждается и теоретически, посредством подстановки соответствующей формы колебаний балок со свободными концами в приближенное уравнение С.П. Тимошенко (8), в результате чего получается более полная зависимость (10), включающая в себя и полученную ранее зависимость (5).

Уравнение (8) можно преобразовать и к другому виду, подставляя известное общее уравнение поперечных колебаний стержня [2]

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (12)$$

в последний член преобразованного после раскрытия скобки, уравнения (8):

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \kappa \rho \frac{EI}{G} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) = 0. \quad (13)$$

Проводя очевидные упрощения по подстановке (12) в (13), получаем:

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \kappa \frac{(EI)^2}{GA} \frac{\partial^6 y}{\partial x^6} = 0. \quad (14)$$

В [5] показано, что точно такое же уравнение, но со знаком минус в последнем члене, является уравнением свободных поперечных колебаний короткой балки с шарнирно опертыми концами, а именно:

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \kappa \frac{(EI)^2}{GA} \frac{\partial^6 y}{\partial x^6} = 0. \quad (15)$$

При выводе этого уравнения уравнение связи (7) для общего угла сдвига β не используется, так как применяется теорема изменения кинетической энергии, которая автоматически учитывает работу внутренних сил в элементе балки, порожденную сдвигом, без необходимости применения дополнительного уравнения для общего угла сдвига.

Решением частотного уравнения в этом случае будет

$$\omega_n = \frac{c}{r} \cdot z \sqrt{\frac{1 + 2\kappa(1 + \nu)z}{1 + z}}, \quad (16)$$

что очевидно имеет более высокие значения, чем (10) при одном и том же значении параметра z и соответственно ω .

Кроме того, проведенный в [3] анализ собственных частот поперечных колебаний балок с другими краевыми условиями (без использования уравнения для общего угла сдвига) показал, что кривая собственных частот коротких балок со свободными концами в действительности проходит ниже всех кривых коротких балок с другими краевыми условиями, а кривая балки с жестко закрепленными концами проходит выше всех.

Ввиду возникших несоответствий необходимо продолжать эксперименты по выявлению достоверных результатов. Поэтому представляется интересным на следующем этапе исследований провести эксперименты с короткими балками на шарнирных опорах по концам. Тем более, что почти все предпосылки для этого имеются. Необходимо только осуществить обеспечение на практике реальных шарнирных опор для короткой балки. Чисто проведенные эксперименты помогут решить возникшие вопросы, связанные с реальной картиной колебаний коротких балок и использовать полученные результаты для практических целей.

Благодарность

Настоящая работа выполнена при частичной поддержке Национального фонда научных исследований Болгарии, ТУ-Варна, проект НП-7/2012 г.

Литература

1. Timoshenko S. P. On the Correction for Shear of the Differential Equation for Transverse Vibration of Prismatic Bars // *Philosophical Magazine*. – 1921. – Vol. 6, № 41. – P. 744-746.
2. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. – М : Наука, 1967. – 444 с.
3. Chirikov V. A. On the Range of Rotary Inertia and Shear Effects for Beams // *Applied Mechanics in the Americas, PACAM VII, Temuco, Chile, 2–4 January, 2002*. – 2002. – Vol. 9. – P. 9–12.
4. Chirikov Victor A., Koichi Ozaki. Experimental Formula for Transverse Vibrations of Stubby Free–Free Beams // *International Conference “Tehnonav 2004”, Constanta, Romania, 2004*. – 2004. – P. 25–28. – ISSN 1223-7221.
5. Чириков В. А. Уравнения поперечных колебаний коротких балок. – Деп. в ВИНТИ 06.12.2005, № 1595–В2005.
6. Димитров Д. М. Използване на динамични методи за определяне на еластичните константи на материали получени по метода на праховата металургия // *Научни известия на НТСМ*. – Юни 2013. – Година XXI, брой 2(139). – С.433–435. – ISSN 1310-3946.
7. Костов К. Определяне на собствени честоти на греди с разпределени параметри при свободно трептене // *Юбилейна студентска научна сесия на ТУ–Варна, 04.04.2012*.
8. ASTM E1876-09. Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration. – *Book of Standards Volume : 03.01*. – ASTM, USA, 2012.

POSSIBLE VELOCITY DISTURBANCES IN THE LAG ZONE AND ON THE FREE BOUNDARY IN A VISCOPLASTIC STRIP UNDER ROLLING

V. D. Solovei*

*Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya st., Ekaterinburg, Russian Federation**Corresponding author. E-mail: Solovei@yandex.ru; address for correspondence: ul. Komsomolskaya, 34, 620049, Ekaterinburg, Russian Federation. Tel.: +7 (343) 375-35-92; fax: +7 (343) 374-53-30

The isothermal slow plane flow of a viscoplastic strip under rolling is considered. The Prandtl friction law is assumed to be valid on the contact surface between the strip and the roller. Integral equations are found for possible tangential velocity disturbances in the lag zone and normal velocity disturbances on the free boundary for the special stationary flow of a strip at any time moment.

Keywords: slow flow of a viscoplastic strip under rolling, special stationary flow, possible disturbances of a special stationary flow, minimum entropy production.

DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.052-062**References**

1. Gorelik S.S. *Rekristallizatsiya v metallakh i splavakh* [Recrystallization in metals and alloys]. Moscow, Metallurgia Publ., 1978, 568 p. (In Russian).
2. Gubernatorov V.V., Sokolov B.K., Gervasyeva I.V., Vladimirov L.R. Formation of band structure in structurally homogeneous materials during deformation. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 1999, vol. 2, no. 1–2, pp. 157–162. (In Russian).
3. Gubernatorov V.V., Sycheva T.S., Vladimirov L.R., Matveeva V.S., Pyatygin A.I., Melnikov M.B. Corrugation and formation of structure and texture in metallic materials during deformation and recrystallization: 2. Alloys of cubic system. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 2002, vol. 5, no. 6, pp. 95–99. (In Russian).
4. Glensdorf P., Prigozhin I. *Termodinamicheskaya teoriya struktury, ustoychivosti i fluktuatsiy* [Thermodynamic theory of structure, stability and fluctuations]. Moscow, Mir Publ., 1973, 280 p. (In Russian).
5. Solovei V.D. Stability of flow and Prigogine's theorem for the stationary flow of a viscoplastic body. *Inzhenerno-fizichesky zhurnal*, 2011, vol. 84, no. 6, pp. 1293–1296. (In Russian).
6. Lamb G. *Gidrodinamika* [Hydrodynamics]. Moscow-Leningrad, GITTL Publ., 1947, 930 p. (In Russian).
7. Ilyushin A.A. Deformation of a viscoplastic body. *Uchebniye zapiski MGU. Mekhanika*, 1940, no. 39, pp. 3–81. (In Russian).
8. Freudental A., Geiringer H. *Matematicheskie teorii neuprugoy sploshnoy sredy* [The mathematical theories of the inelastic continuum]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 432 p. (In Russian).
9. Kolmogorov V.L. *Mekhanika obrabotki metallov davleniem* [Mechanics of metal forming]. Moscow, Metallurgia Publ., 1986, 688 p. (In Russian).
10. Grudev A.P. *Teoriya prokatki* [Theory of rolling]. Moscow, Metallurgia Publ., 1988, 239 p. (In Russian).
11. Alekseev A.E. Nonlinear laws of dry friction in contact problems for the linear theory of elasticity. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 161–169. (In Russian).

12. Ishlinsky A.Yu. On the stability of the viscoplastic flow of a strip and a round rod. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1943, vol. VII, pp. 109–130. (In Russian).
13. Solovei V.D. Possible velocity disturbances in the lag zone in the rolling of a perfectly plastic strip. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2014, no. 12, pp. 23–26. (in Russian).
14. Solovei V.D. Trukhin V.B. The stability of upsetting of a viscoplastic parallelepiped without friction. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2014, no. 2, pp. 9–13. (in Russian).

Подана в журнал: 19.06.2015
УДК 559.374.2
DOI: 10.17804/2410-9908.2015.4.052-062

ВОЗМОЖНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ СКОРОСТЕЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ЗОНЕ ОТСТАВАНИЯ И НА СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ПРОКАТКЕ

В. Д. Соловей*

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук, ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация

*Ответственный автор. Электронная почта: SoloveiVD@yandex.ru; адрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация. Телефон: +7 (343) 375-35-92; факс: +7 (343) 374-53-30

Рассматривается изотермическое медленное плоское течение вязкопластической полосы при прокатке. Трение на контакте полосы с валками определяется законом Прандтля. Найдены относящиеся к произвольному моменту времени интегральные уравнения для возможных возмущений касательных скоростей перемещений в зоне отставания на границе полосы с валком и нормальных скоростей перемещений на свободной границе полосы особого стационарного течения полосы.

Ключевые слова: медленное течение вязкопластической полосы при прокатке, особое стационарное течение, возможные возмущения особого стационарного течения, минимум производства энтропии.

1. Введение

Формирование периодических мезоструктур в металлах при прокатке [1] связано с потерей устойчивости деформируемых полос [2, 3]. Исследование деформации твердого тела на устойчивость производится по отношению к некоторому множеству возмущений скоростей перемещений, удовлетворяющих дифференциальным уравнениям, вытекающим из законов сохранения, уравнениям состояния и граничным условиям [4]. При исследовании устойчивости особого стационарного течения вязкопластической полосы [5] при прокатке необходимо знать в произвольный момент времени возможные возмущения нормальных скоростей перемещений на свободной границе полосы и касательных скоростей перемещений в зоне отставания на контакте полосы с валком для особого стационарного течения.

В настоящей работе на основе закона сохранения мощности и принципа наименьшего производства энтропии Пригожина для произвольного момента времени выводятся граничные интегральные уравнения для возможных возмущений нормальных скоростей перемещений на свободной границе полосы и касательных скоростей перемещений в зоне отставания на контакте полосы с валком особого стационарного течения полосы.

2. Основное особое стационарное течение вязкопластической полосы при прокатке

Будем рассматривать плоское медленное течение вязкопластической полосы, для которого уравнения движения имеют следующий вид [4, 6]:

$$\rho v_{i,t} = \sigma_{ij,j} \quad (1)$$

Здесь v_i – компоненты вектора скорости перемещения частиц; σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ρ – плотность тела ($\rho = const$); тензорные индексы принимают значения прямоугольных декартовых координат x, y ; по дважды повторяющимся тензорным

индексам i, j, k, l происходит суммирование по всем возможным их значениям; запятая перед индексом обозначает частную производную по соответствующей координате или по времени.

Система уравнений для стационарного течения вязкопластического тела имеет вид [7–9]:

$$\sigma_{ij,j} = 0 ; \quad (2)$$

$$v_{i,i} = 0 ; \quad (3)$$

$$s_{ij} = s'_{ij} + s''_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + 2K \varepsilon_{ij} / H ; \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ij} = (v_{i,j} + v_{j,i}) / 2 ; \quad (5)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} ; \quad (6)$$

где ε_{ij} и s_{ij} – компоненты тензора скоростей деформаций и девиатора напряжений соответственно; s'_{ij} и s''_{ij} – компоненты вязкого и пластического девиатора напряжений соответственно; $\sigma = \sigma_{ii} / 3$ – гидростатическое давление; $H = \sqrt{2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}}$ – интенсивность скоростей деформации сдвига; K и μ – пластическая постоянная (предел текучести на сдвиг) и коэффициент вязкости материала соответственно ($K > 0, \mu > 0$); δ_{ij} – символ Кронекера.

Уравнения состояния (4) получены в предположении, что плотность диссипативной функции f , а также её вязкая и пластическая составляющие

$$f = f' + f'' = \mu H^2 / 2 + KH \quad (7)$$

являются вязкопластическим, вязким и пластическим потенциалами [7, 8]:

$$s_{ij} = \partial f / \partial \varepsilon_{ij} ; \quad (8)$$

$$s'_{ij} = \partial f' / \partial \varepsilon_{ij}, \quad s''_{ij} = \partial f'' / \partial \varepsilon_{ij}. \quad (9)$$

Напряжения на границе области течения полосы p_i определяются формулой Коши

$$p_i = \sigma_{ij} n_j, \quad (10)$$

где n_j – компоненты единичной внешней нормали к границе области течения полосы.

Схема процесса плоской прокатки полосы приведена на рисунке. Область $ABDEF(S)$ – область течения полосы. На границе контакта полосы с валком $DE(l_{s2})$ имеет место проскальзывание частиц полосы по поверхности валка (это характерно для низких полос [10]). В нейтральной точке N касательные скорости перемещений частиц полосы и валка равны. Касательные составляющие скоростей перемещений частиц полосы v_t в зоне отставания $DN(l'_{s2})$ меньше, а в зоне опережения $NE(l''_{s2})$ – больше окружной скорости валка. Справа и слева от области течения изображены передний (S_2) и задний (S_1) жесткие концы полосы, движущиеся со скоростями V_2 и V_1 соответственно. Границы контакта области течения с жесткими концами полосы S_2 и S_1 обозначены как $EF(l_{v2})$ и $AB(l_{v1})$

соответственно. Граница BD (l_p) свободна от нагрузки, а граница AF (l_{s1}) представляет плоскость симметрии процесса прокатки.

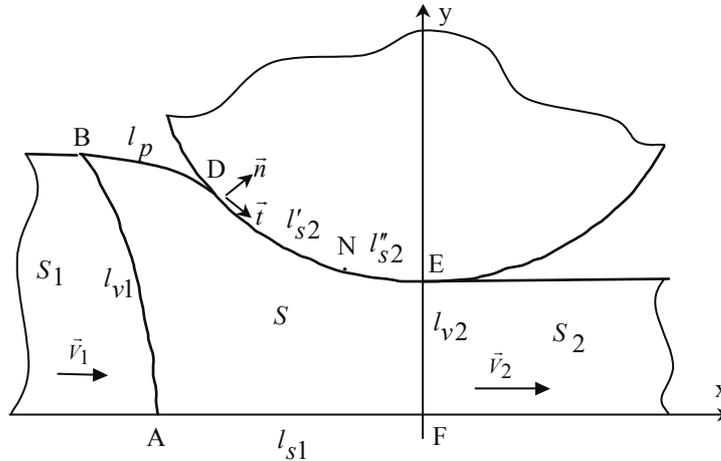


Схема прокатки полосы

Схема процесса плоской прокатки полосы приведена на рисунке. Область $ABDEF$ (S) – область течения полосы. На границе контакта полосы с валком DE (l_{s2}) имеет место проскальзывание частиц полосы по поверхности валка (это характерно для низких полос [10]). В нейтральной точке N касательные скорости перемещений частиц полосы и валка равны. Касательные составляющие скоростей перемещений частиц полосы v_t в зоне отставания DN (l'_{s2}) меньше, а в зоне опережения NE (l''_{s2}) – больше, окружной скорости валка. Справа и слева от области течения изображены передний (S_2) и задний (S_1) жесткие концы полосы, движущиеся со скоростями V_2 и V_1 соответственно. Границы контакта области течения с жесткими концами полосы S_2 и S_1 обозначены как EF (l_{v2}) и AB (l_{v1}) соответственно. Граница BD (l_p) свободна от нагрузки, а граница AF (l_{s1}) представляет плоскость симметрии процесса прокатки.

Граничные условия для основного течения имеют следующий вид:

$$p_t = p_t^*, \quad v_n = 0 \text{ на } l_{s2}; \quad (11)$$

$$p_t = p_t^*, \quad v_n = v_n^* \text{ на } l_{v1}; \quad (12)$$

$$p_t = p_t^*, \quad v_n = V_2 \text{ на } l_{v2}; \quad (13)$$

$$p_t = 0, \quad p_n = 0 \text{ на } l_p; \quad (14)$$

$$p_t = 0, \quad v_n = 0 \text{ на } l_{s1}. \quad (15)$$

Здесь t и n – индексы компонент векторов в локальной системе координат \vec{t}, \vec{n} . Звездочка * обозначает, что соответствующая величина задана.

Касательные напряжения трения p_t на l_{s2} в (11) задаются приближенно с помощью закона трения Прандтля, который достаточно точно описывает закономерности внешнего трения в зонах больших нормальных напряжений [11]:

$$p_t^* = K \text{ на } l'_{s2}, \quad p_t^* = -K \text{ на } l''_{s2}. \quad (16)$$

Эти напряжения трения в зоне отставания являются активными (их мощность положительна), а в зоне опережения – пассивными (их мощность отрицательна).

Касательные напряжения p_t на границах l_{v1} и l_{v2} также задаются приближенно, для них:

$$p_t^* = K. \quad (17)$$

Эти напряжения являются пассивными.

Выделим в тензоре напряжений вязкую и пластическую части:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \sigma''_{ij}, \quad (18)$$

где

$$\sigma'_{ij} = s'_{ij} + \sigma' \delta_{ij}, \quad \sigma''_{ij} = s''_{ij} + \sigma'' \delta_{ij}. \quad (19)$$

Здесь σ'_{ij} и σ''_{ij} – вязкая и пластическая части тензора напряжений соответственно; σ' и σ'' – вязкая и пластическая части гидростатического давления. Величины, относящиеся к вязкой и пластической частям тензора напряжений, отмечаются одним ' и двумя '' штрихами соответственно. Так, напряжение на границе тела равно

$$p_i = p'_i + p''_i, \quad (20)$$

где p'_i и p''_i – вязкая и пластическая части поверхностного напряжения соответственно.

Отметим, что граничные условия (11)–(13), учитывая (20), (10), (6) и (4), на границах l_{s2} , l_{v1} и l_{v2} задают касательные напряжения в идеально пластическом приближении, т. е. на этих границах вязкие части напряжений равны нулю:

$$p'_t = 0. \quad (21)$$

Покажем также, что в принятом приближении пластические и вязкие касательные напряжения на границах l_p и l_{s1} равны нулю. Для этого заметим, что, с одной стороны, используя соотношения (10), (18)–(20), (6) и (4) в локальных координатах, можно убедиться, что пластические и вязкие касательные напряжения на этих границах (p'_t и p''_t) должны иметь одинаковый знак. С другой стороны, из тех же соотношений и первых выражений в (14) и (15) для рассматриваемых границ вытекают выражения

$$p'_t = -p''_t.$$

Из сказанного следует, что на границах l_p и l_{s1} пластические и вязкие касательные напряжения равны нулю:

$$p'_t = p''_t = 0. \quad (22)$$

В работе [5] дано определение особого стационарного течения вязкопластического тела как течения, для которого вязкие и пластические напряжения порознь удовлетворяют уравнениям равновесия, т. е.

$$\sigma'_{ij,j} = 0; \quad (23)$$

$$\sigma''_{ij,j} = 0. \quad (24)$$

Из (23), (24), (18), (19) и (4) выводятся следующие соотношения, при выполнении которых стационарное течение вязкопластического тела является особым стационарным течением:

$$2K(1/H)\varepsilon_{ij}H_{,j} + K\sigma'_{,i}/\mu - H\sigma''_{,i} = 0. \quad (25)$$

Из (25) видно, что стационарные течения с однородными скоростями деформаций, а также вязкими и пластическими частями гидростатического давления, являются особыми стационарными течениями. Такие особые стационарные течения имеют место, например, в процессах растяжения и сжатия вязкопластических полос [12].

Будем рассматривать только такие процессы прокатки полос, для которых особые стационарные течения, описываемые уравнениями (3)–(6), (23), (24), (18), (19) и граничными условиями (11)–(15), существуют. При этом в качестве основного течения вязкопластической полосы будем принимать особое стационарное течение.

Приведем выражение для закона сохранения мощности:

$$W_a = W_p. \quad (26)$$

Здесь мощность активных напряжений в зоне отставания W_a и модуль мощности пассивных напряжений в объеме и на всех границах с трением (мощность диссипации) W_p имеют вид:

$$W_a = \int_{l_{s2}^*} p_t^* v_t dl; \quad (27)$$

$$W_p = \int_S w dS - \int_{l_{s2}^*} p_t^* v_t dl - \int_{l_{v1}} p_t^* v_t dl - \int_{l_{v2}} p_t^* v_t dl; \quad (28)$$

$$w = s_{ij}\varepsilon_{ij} = \mu H^2 + KH = f + f', \quad (29)$$

где w – плотность мощности диссипации.

Выражение (28) написано в предположении, что натяжения концов полосы отсутствуют [10], вследствие чего $p_n = 0$ на l_{v1} и l_{v2} .

Следует отметить, что для изотермического течения полосы производство энтропии P связано с мощностью диссипации выражением [4]

$$P = W_p / T, \quad (30)$$

где T – абсолютная температура.

Согласно теореме Пригожина, производство энтропии P для особого стационарного течения вязкопластической полосы при прокатке минимально. Из (30) видно, что для изотермического особого стационарного течения вязкопластической полосы при прокатке мощность диссипации W_p также должна быть минимальной.

3. Возможные возмущения скоростей перемещений основного течения в зоне отставания и на свободной границе вязкопластической полосы при прокатке

Будем исследовать малые возмущения основного течения, которые описываются изохронными, изокоординатными вариациями переменных состояния $\delta v_i, \delta \varepsilon_{ij}, \delta \sigma_{ij}, \delta s_{ij}, \delta \sigma$, зависящими от координат и времени.

Система уравнений для возмущений основного течения вязкопластического тела имеет следующий вид:

$$\rho \delta v_{i,t} = \delta \sigma_{ij,j}; \quad (31)$$

$$\delta v_{i,i} = 0; \quad (32)$$

$$\delta s_{ij} = 2KH^{-3}(-2\varepsilon_{kl}\delta\varepsilon_{kl}\varepsilon_{ij} + H^2\delta\varepsilon_{ij}) + 4\mu\delta\varepsilon_{ij}; \quad (33)$$

$$\delta \varepsilon_{ij} = (\delta v_{i,j} + \delta v_{j,i})/2; \quad (34)$$

$$\delta s_{ij} = \delta \sigma_{ij} - \delta \sigma \delta_{ij}. \quad (35)$$

Уравнения (31)–(35) получаются варьированием уравнений (1), (3)–(6) с удержанием только первых вариаций. При этом операция варьирования коммутирует с операциями взятия частных производных по координатам и времени.

Возмущения напряжений на границе области деформации δp_i определяются формулой

$$\delta p_i = \delta \sigma_{ij} n_j. \quad (36)$$

Граничные условия для возмущений основного течения имеют следующий вид:

$$\delta p_t = 0, \quad \delta v_n = 0 \text{ на } l_{s2}; \quad (37)$$

$$\delta p_t = 0, \quad \delta v_n = 0 \text{ на } l_{v1}; \quad (38)$$

$$\delta p_t = 0, \quad \delta v_n = 0 \text{ на } l_{v2}; \quad (39)$$

$$\delta p_t = 0, \quad \delta p_n = 0 \text{ на } l_p; \quad (40)$$

$$\delta p_t = 0, \quad \delta v_n = 0 \text{ на } l_{s1}. \quad (41)$$

Первая вариация мощности активных напряжений δW_a согласно (27) имеет вид

$$\delta W_a = \int_{l_2}^* p_t^* \delta v_t dl. \quad (42)$$

Используя (29), (7), (8), (9), (6) и (32), симметрию тензора напряжений, а также теорему Гаусса—Остроградского, получим следующее соотношение:

$$\delta \int_S w dS = - \int_S (\sigma_{ij,j} + \sigma'_{ij,j}) \delta v_i dS + \oint_l (p_i + p'_i) \delta v_i dl. \quad (43)$$

Первую вариацию мощности диссипации δW_p для особого стационарного течения, используя соотношения (28), (43), (23), (24) граничные условия (14), (21), а также первое выражение в (15) и вторые выражения в (37)–(39) и (41), представим в виде:

$$\delta W_p = \int_{l'_2} p_t \delta v_t dl + \int_{l_p} (p'_t \delta v_t + p'_n \delta v_n) dl + \int_{l_{s1}} p'_t \delta v_t dl. \quad (44)$$

Первая вариация мощности диссипации (44), учитывая (22), принимает вид:

$$\delta W_p = \int_{l'_2} p_t \delta v_t dl + \int_{l_p} p'_n \delta v_n dl. \quad (45)$$

Варьируя выражение для закона сохранения мощности (26) и используя (42) и (45), получим первое интегральное уравнение для возможных возмущений нормальных скоростей перемещений на свободной границе полосы особого стационарного течения:

$$\int_{l_p} p'_n \delta v_n dl = 0. \quad (46)$$

Нормальные напряжения p'_n на свободной границе l_p могут быть найдены из решения задачи основного течения вязкопластической полосы только для конкретных условий прокатки. Поэтому в общем случае уравнение (46) не может быть проинтегрировано. Отметим, что уравнение (46) существует только для вязкопластической полосы. Для идеально пластической полосы ($\mu = 0$) это уравнение вырождается.

Исходя из условия минимальной мощности диссипации W_p в особом стационарном течении вязкопластической полосы при прокатке, сформулируем второе интегральное уравнение для возможных возмущений касательных скоростей перемещений в зоне отставания на границе контакта полосы с валком особого стационарного течения.

Рассмотрим сначала вторую вариацию мощности диссипации для произвольного течения вязкопластического тела $\delta^2 W_p$. Учитывая (29), (7), (8) и (9), получаем

$$\delta^2 w = (\delta s_{ij} + \delta s'_{ij}) \delta \varepsilon_{ij}. \quad (47)$$

Имеет место соотношение

$$\delta s'_{ij} \delta \varepsilon_{ij} = 2\mu \delta \varepsilon_{ij} \delta \varepsilon_{ij} \geq 0. \quad (48)$$

Докажем неравенство

$$\delta s_{ij} \delta \varepsilon_{ij} \geq 0. \quad (49)$$

Левую часть (49), учитывая выражения (33), можно представить в виде

$$\delta s_{ij} \delta \varepsilon_{ij} = 4KH^{-3} (\varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} \delta \varepsilon_{kl} \delta \varepsilon_{kl} - \varepsilon_{ij} \delta \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \delta \varepsilon_{kl}) + 4\mu \delta \varepsilon_{ij} \delta \varepsilon_{ij}. \quad (50)$$

Поскольку выражение в скобках, согласно неравенству Коши–Буняковского, неотрицательно, то из (50) следует (49).

Из (28), (47), (49) и (48) следует, что достаточное условие минимальной мощности диссипации

$$\delta^2 W_p \geq 0 \quad (51)$$

удовлетворяется для произвольного течения вязкопластической полосы.

Первую вариацию мощности диссипации (45), учитывая выражение (46), преобразуем к виду

$$\delta W_p = \int_{l'_{s2}} p_t \delta v_t dl. \quad (52)$$

Принимая во внимание необходимое условие минимума мощности диссипации

$$\delta W_p = 0 \quad (53)$$

и соотношение (52), получаем второе интегральное уравнение для возможных возмущений касательных скоростей перемещений особого стационарного течения вязкопластической полосы в зоне отставания на границе контакта полосы с валком

$$\int_{l'_{s2}} p_t \delta v_t dl = 0. \quad (54)$$

Общее решение уравнения (54), принимая во внимание (16), можно представить в виде ряда на дискретном наборе волн возмущений [13]

$$\delta v_t = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin\left[2\pi k \frac{(l-l_d)}{(l_n-l_d)}\right], \quad (55)$$

где l – криволинейная координата на поверхности валка: $l = R \arcsin(x/R)$; l_d и $l_n - l$ – координаты, соответствующие декартовым координатам x_d и x_n точек D и N соответственно. Длина k -й волны возмущения равна $\lambda_k = (x_n - x_d)/k$. Коэффициенты разложения a_k в (55) произвольны.

Отметим, что интегральное уравнение (54) формально имеет такой же вид, что и соответствующее уравнение для идеально пластической полосы [13]. Существенным является то, что в зоне отставания первое определяет возмущения δv_t относительно особого стационарного течения, а второе – относительно стационарного течения.

Таким образом, возмущения скоростей перемещений в произвольный момент времени, используемые при исследовании устойчивости течения вязкопластической полосы при прокатке, должны удовлетворять не только уравнениям (31)–(35) и граничным условиям (37)–(41), но также и граничным интегральным уравнениям (46) и (54) или его решению (55). Устойчивость течения полосы по отношению к возмущениям скоростей перемещений в произвольный момент времени может быть исследована с помощью критерия локальной устойчивости в интегральном смысле, предложенного в работе [14].

4. Заключение

Найденные интегральные уравнения для возможных возмущений касательных скоростей перемещений в зоне отставания на границе контакта полосы с валком и нормальных скоростей перемещений на свободной границе полосы особого стационарного течения вязкопластической полосы при прокатке необходимо учитывать для построения возмущений скоростей перемещений в произвольный момент времени при исследовании устойчивости особого стационарного течения вязкопластической полосы при прокатке.

Литература

1. Горелик С. С. Рекристаллизация металлов и сплавов. – М. : Металлургия, 1978. – 568 с.
2. Formation of band structures in homogeneous materials under deformation / V. V. Gubernatorov, B. K. Sokolov, I. V. Gervasyeva, L. R. Vladimirov // Physical Mesomechanics. – 1999. – Vol. 2, no. 1–2. – P. 157–162.

3. The corrugation phenomenon and formation of strained and recrystallized structure and texture in metallic materials / V. V. Gubernatorov, L. R. Vladimirov, T. S. Sycheva, V. S. Matveeva, A. I. Pyatygin, M. B. Melnikov // Part II. Cubic syngony alloys. Physical Mesomechanics. – Vol. 5, no. 1–2. – P. 61–65.
4. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. – М. : Мир, 1973. – 280 с.
5. Solovei V.D. Flow stability and Prigogine theorem for the stationary flow of a viscoplastic body // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2011. – Vol. 84, no. 6. – P. 1393–1397.
6. Ламб Г. Гидродинамика. – М.; Л. : ГИТТЛ, 1947. – 930 с.
7. Ильюшин А. А. Деформация вязко-пластичного тела // Уч. зап. МГУ. Механика. – 1940. – Вып. 39. – С. 3–81.
8. Фрейденталь А., Гейрингер Х. Математические теории неупругой сплошной среды / пер. с англ. А. И. Смирнова; под ред. Э. И. Григолюка. – М. : Физматгиз, 1962. – 432 с.
9. Колмогоров В. Л. Механика обработки металлов давлением. – М. : Metallurgia, 1986. – 688 с.
10. Грудев А. П. Теория прокатки. – М. : Metallurgia, 1988. – 239 с.
11. Alekseev A. E. Nonlinear laws of dry friction in contact problems of linear theory of elasticity // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2002. – Vol. 43, iss. 4. – P. 622–629.
12. Ишлинский А. Ю. Об устойчивости вязкопластического течения полосы и круглого прута // Прикладная математика и механика. – 1943. – Т. VII. – С. 109–130.
13. Соловей В. Д. Возможные возмущения скоростей перемещений в зоне отставания при прокатке идеально пластической полосы // Деформация и разрушение материалов. – 2014. – № 12. – С. 23–26.
14. Соловей В. Д., Трухин В. Б. Устойчивость процесса осадки вязкопластического параллелепипеда без трения // Деформация и разрушение материалов. – 2014. – № 2. – С. 9–13.