



Received: 19.06.2024 Revised: 25.08.2024 Accepted: 25.10.2024 DOI: 10.17804/2410-9908.2024.5.079-087

DEFORMATION PROPERTIES OF A METAMATERIAL UNDER CHANGES IN THE SIZES OF THE TETRACHIRAL STRUCTURE ELEMENTS

L. R. Akhmetshin

Institute of Strength Physics and Materials Science, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 2/4 Akademicheskiy Ave., Tomsk, 634055, Russia

b https://orcid.org/0000-0002-9926-6567 🙆 akhmetshin.lr@gmail.com

Email: akhmetshin.lr@gmail.com Address for correspondence: pr. Akademicheskii, 2/4, Tomsk, 634055, Russia

Due to their special properties, mechanical honeycomb metamaterials, such as tetrachiral ones, have attracted a lot of research. The present study investigates the effect of deflection of a metamaterial sample under uniaxial loading. The mechanical behavior (deviation of the sample from its initial position) reveals an interesting phenomenon to consider, which is influenced by the cross-sectional area of the tetrachiral structure and the ring size. A comparison shows that a larger cross-sectional area results in less deviation for smaller ring sizes. Greater deviation is associated with larger areas as the ring size increases, as opposed to smaller areas. The twisting of the rings causes the lateral dimensions of the sample to change, and this makes it possible to study how changes in the metamaterial structure affect its effective Poisson's ratio. Although Poisson's ratio varies only slightly depending on the parameters, it can also take on a negative value. For Poisson's ratio, an analytical formula is presented, which sufficiently characterizes any graph of dependencies.

Keywords: mechanical metamaterial, tetrachiral metamaterial, numerical simulation, structure– property relationship, rotating structure, effective Poisson's ratio

Acknowledgment

The study was financially supported by the Russian Science Foundation, grant No. 23-29-00402, https://rscf.ru/en/project/23-29-00402/.

References

1. Zhong, R., Fu, M., Yin, Q., Xu, O., and Hu, L. Special characteristics of tetrachiral honeycombs under large deformation. *International Journal of Solids and Structures*, 2019, 169, 166– 176. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2019.04.020.

2. Huang, J., Zhang, Q., Scarpa, F., Liu, Y., and Leng, J. Multi-stiffness topology optimization of zero Poisson's ratio cellular structures. *Composites Part B: Engineering*, 2018, 140, 35–43. DOI: 10.1016/j.compositesb.2017.12.014.

3. Fu, M., Liu, F., and Hu, L. A novel category of 3D chiral material with negative Poisson's ratio. *Composites Science and Technology*, 2018, 160, 111–118. DOI: 10.1016/j.compscitech.2018.03.017.

4. Li, X., Fan, R., Fan, Zh., and Lu, Y. Programmable mechanical metamaterials based on hierarchical rotating structures. *International Journal of Solids and Structures*, 2021, 216, 145–155. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.01.028.

5. Wu, W., Hu, W., Qian, G., Liao, H., Xu, X., and Berto, F. Mechanical design and multifunctional applications of chiral mechanical metamaterials: a review. *Materials & Design*, 2019, 180, 107950. DOI: 10.1016/j.matdes.2019.107950.

Akhmetshin L. R. Deformation properties of a metamaterial under changes in the sizes of the tetrachiral structure elements // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2024. – Iss. 5. – P. 79–87. – DOI: 10.17804/2410-9908.2024.5.079-087.





6. Shi, H.Y.Y., Tay, T.E., and Lee, H.P. Numerical studies on composite meta-material structure for mid to low frequency elastic wave mitigation. *Composite Structures*, 2018, 195, 136–146. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.04.049.

7. Spadoni, A., Ruzzene, M., and Scarpa, F. Global and local linear buckling behavior of a chiral cellular structure. *Physica Status Solidi* (*b*), 2005, 242 (3), 695–709. DOI: 10.1002/pssb.200460387.

8. Mizzi, L. and Spaggiari, A. Novel chiral honeycombs based on octahedral and dodecahedral Euclidean polygonal tessellations. *International Journal of Solids and Structures*, 2022, 238, 111428. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2022.111428.

9. Kelvin, W.T. Baltimore Lectures on Molecular Dynamics and the Wave Theory of Light, C. J. Clay and Sons, London, 1904.

10. Alderson, A., Alderson, K. L., Attard, D., Evans, K.E., Gatt, R., Grima, J.N., Miller, W., Ravirala, N., Smith, C.W., and Zied, K. Elastic constants of 3-, 4- and 6-connected chiral and antichiral honeycombs subject to uniaxial in-plane loading. *Composites Science and Technology*, 2010, 70 (7), 1042–1048. DOI: 10.1016/j.compscitech.2009.07.009.

11. Yuan, Zh., Cui, Zh., and Ju, J. Micropolar homogenization of wavy tetra-chiral and tetraachiral lattices to identify axial–shear coupling and directional negative Poisson's ratio. *Materials and Design*, 2021, 201, 109483. DOI: 10.1016/j.matdes.2021.109483.

12. Chen, Y.J., Scarpa, F., Liu, Y.J., and Leng, J.S. Elasticity of anti-tetrachiral anisotropic lattices. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50 (6), 996–1004. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2012.12.004.

13. Akhmetshin, L.R., Iokhim, K.V., Kazantseva, E.A., and Smolin, I.Yu. Numerical study of the deformation behavior of a 2D chiral metamaterial. *Letters on Materials*, 2024, 14 (1), 9–14. DOI: 10.48612/letters-2024-1-9-14.

14. Akhmetshin, L.R., Iokhim, K.V., Kazantseva, E.A., and Smolin, I.Yu. Effective mechanical properties of a two-dimensional tetrachiral metamaterial. *Izvestiya Vuzov. Fizika*, 2024, 67, 3 (796), 90–99. (In Russian). DOI: 10.17223/00213411/67/3/10.





Подана в журнал: 19.06.2024 УДК 539.3+514.851 DOI: 10.17804/2410-9908.2024.5.079-087

ДЕФОРМАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА МЕТАМАТЕРИАЛА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ РАЗМЕРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕТРАХИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Л. Р. Ахметшин

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук, Академический пр-кт, 2/4, Томск, 634055, Россия

b https://orcid.org/0000-0002-9926-6567 🙆 akhmetshin.lr@gmail.com

Электронная почта: akhmetshin.lr@gmail.com Адрес для переписки: Академический пр-кт, 2/4, Томск, 634055, Россия

Механические метаматериалы по типу сот, например тетрахиральные, привлекают большое внимание благодаря своим уникальным свойствам. В настоящей работе изучен эффект отклонения образца из метаматериала при одноосном нагружении. В механическом поведении (отклонение от исходного положения) обнаружен интересный эффект, который зависит от площади поперечного сечения тетрахиральной структуры и размера кольца. При сравнении большей и меньшей площадей обнаружено, что для малого размера кольца бо́льшая площадь дает меньшее отклонение. При увеличении размера кольца бо́льшая площадь дает большее отклонение в сравнении с меньшей площадью. Эффект скручивания связан с изменением линейных размеров образца, что позволило исследовать влияние изменения в структуре метаматериала на его эффективный коэффициент Пуассона. Несмотря на малые отличия при различных случаях варьирования параметров, зафиксировано отрицательное значение коэффициента Пуассона. Предложена аналитическая формула, адекватно описывающая каждый график зависимостей для коэффициента Пуассона.

Ключевые слова: механический метаматериал, тетрахиральный метаматериал, численное моделирование, скручивание структуры, коэффициент Пуассона

1. Введение

Метаматериал – материал, свойства которого зависят не от химического состава базового материала, а от искусственно заданной структуры. Он представляет собой не сплошной материал, а эффективную среду, или своего рода композитный материал или композитную структуру, обладающую различными уникальными свойствами, которых нет в большинстве природных материалов [1]. Например, есть метаматериалы, у которых коэффициент Пуассона нулевой [2] или имеет отрицательное значение [3, 4]. Последние называют ауксетиками, они известны как материалы с антирезиновыми, или дилатационными свойствами. В отличие от традиционных материалов, при сжатии ауксетика в поперечном направлении будет наблюдаться сжатие. По сравнению с традиционными материалами с положительным коэффициентом Пуассона, ауксетические материалы (т. е. материалы с отрицательным коэфциентом Пуассона) имеют следующие улучшенные механические свойства: а) повышенное сопротивление вдавливанию в плоскости; б) повышенная вязкость разрушения; в) повышенный модуль поперечного сдвига; г) улучшенные динамические свойства, такие как поглощение энергии удара, характеристики затухания волн и т. д. [5].

Это уникальное свойство приводит к широкому применению этих материалов в сэндвич-панелях и энергопоглощающих материалах [6]. Ауксетическое свойство также приводит к синкластической кривизне, которая чрезвычайно полезна при изготовлении изогну-



ISSN 2410-9908

тых сэндвич-оболочек [7]. Хиральные структуры – типичные метаматериалы, которые вызвали большой исследовательский интерес. Подобными свойствами можно управлять, вводя хиральность в структуру метаматериала [8].

Говорят, что объект является хиральным, если он не может быть наложен на свое зеркальное отображение только перемещениями и вращениями в плоскости [9]. Хиральные структуры делятся на множество категорий по количеству и расположению связок, включая трихиральные, тетрахиральные, гексахиральные, а также антихиральные соты, и это лишь некоторые из них [1].

Для анализа механического поведения метаматериалов широко используется метод конечных элементов (МКЭ). Для проведения численного моделирования могут быть использованы либо полномасштабные геометрические модели, либо элементы представительного объема [10]. С механической и физической точек зрения хиральный материал должен быть описан адекватным определяющим уравнением с целью определения его характеристик. Подход к хиральной эластичности может описать связь между локальным вращением, изгибом и объемной деформацией, обеспечивая тем самым объяснение происхождения ауксетического поведения [5, 11].

Различные типы хиральных сот проявляют различные свойства [10]. Как сообщалось в некоторых работах, коэффициент Пуассона меняется в зависимости от геометрических параметров длины связок и радиуса кольца в хиральной структуре [12].

В данной работе мы ориентируемся на тетрахиральную структуру, изображенную на рис. 1, и описываем ее механическое поведение при различных значениях площади поперечного сечения структуры и при изменении размера кольца. После описания деформационного поведения логически следует изучение эффективного коэффициента Пуассона. В конце статьи предлагается аналитическая формула, позволяющая определить эффективное значение коэффициента Пуассона тетрахирального метаматериала через известные характеристики его структуры.

2. Материалы и метод

Рассмотрим плоский тетрахиральный механический метаматериал, представленный на рис. 1. Каждая ячейка метаматериала состоит из кольца из четырех связок, что позволяет называть данную структуру тетрахиральной. В данной работе исследовалось механическое поведение двухмерного тетрахирального метаматериала при изменении площади поперечного сечения структурных элементов (кольцо и связки) метаматериала. Геометрические параметры принимали следующие значения: размер ячейки l = 50 мм; площадь поперечного квадратного сечения $S_{cr.sec.} = 25/16/9/4/1$ мм², а длина образца вдоль оси Y, соответственно, L = 410/418/426/434/442 мм; T = t и H – толщина и ширина образца метаматериала. Площадь поперечного квадратного сечения $S_{cr.sec.}$ связана с параметрами t и h – толщиной и шириной структуры метаматериала. Она также определяет разность между r_2 и r_1 – внешним и внутренним радиусами кольца. Внешний радиус кольца варьировался от минимального до максимального значения (рис. 1). Если принять в качестве необходимого условия соединение связки с кольцом по касательной, то появится геометрическая связь межу средним радиусом кольцевого элемента, длиной связки и углом наклона связки θ .

Исследование проводилось при помощи численного моделирования методом конечных элементов. Геометрическая модель образца из метаматериала строится как трехмерный объект и при расчете моделируется как совокупность трехмерных твердотельных элементов.

Для интересующих нас полей перемещений u_i и напряжений σ_{ij} ставится краевая задача, определяемая системой уравнений теории упругости. Система включает уравнения равновесия, соотношения Коши и закон Гука в качестве определяющих соотношений. В данной работе для упругих постоянных базового материала были приняты следующие значения: $E_{bm} = 2,6$ ГПа, $v_{bm} = 0,4$. Из описания метаматериала следует, что его деформа-





ционное поведение в большей степени зависит не от значений упругих модулей, а от геометрии структуры.



Рис. 1. Структура метаматериала и его частные случаи при варьировании размера кольца и площади поперечного сечения структурных элементов тетрахирального метаматериала

В работе рассмотрена задача одноосного сжатия образца из механического метаматериала вдоль его длины (оси у): снизу – жесткая заделка (ограничение любых перемещений), сверху – сжатие вдоль образца на 3 % (Δy), остальные грани не имели ограничений.

3. Результаты и обсуждение

В процессе одноосного сжатия образца из метаматериала с тетрахиральной структурой связки передают усилие на кольцо, и оно скручивается. Совокупное скручивание всех структур в образце приводит к его отклонению от исходного положения. Подобный эффект обозначим как «нагружение–отклонение». Схема такого поведения представлена на рис. 2 а. Также представлен результат влияния при варьировании параметров (рис. 2 б). В данном исследовании моделирование одноосного нагружения проводилось для различных площадей сечения структурных элементов метаматериала и размеров кольца (*r*₂).

Характер зависимости для всех случаев повторялся, при увеличении размера кольца увеличивалось и отклонение по модулю. Для каждой площади поперечного сечения наблюдался максимум с дальнейшим резким уменьшением (по модулю) отклонения вдоль оси Х. Это связано с увеличением площади контакта связок и кольца, а также с нарушением хиральности в виде контакта соседних связок. Аналогично анализу в предыдущих работах [13], данный график можно разделить на две части.

Несмотря на более высокие в среднем значения (по модулю) отклонения для площади поперечного сечения ($S_{cr.sec}$) 1 мм², наибольшее отклонение зафиксировано для $S_{cr.sec} = 16$ мм². После того как размер кольца достиг 17,5 мм, каждая из полученных кривых меняла свое поведение относительно другой кривой. Наибольшая из представленных площадей сечения поначалу принимала меньшие значения отклонения по сравнению с наименьшей площадью поперечного сечения (таблица). Вероятно, данный эффект связан с изменением в деформировании каждого структурного элемента метаматериала. Чем толще связки тетрахиральной структуры, тем большее воздействие они оказывают на кольцо.

Akhmetshin L. R. Deformation properties of a metamaterial under changes in the sizes of the tetrachiral structure elements // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. - 2024. - Iss. 5. - P. 79-87. - DOI: 10.17804/2410-9908.2024.5.079-087.



Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures Issue 5, 2024



http://dream-journal.org

ISSN 2410-9908



Рис. 2. Примерная схема скручивания тетрахиральных структур метаматериала с расположением реперных точек (а) и график изменения отклонения в зависимости от размера кольца для различных значений площади поперечного сечения структурных элементов тетрахирального метаматериала (б)

Таблица

Δx	<i>r</i> ₂ = 5 мм	<i>r</i> ₂ = 17,5 мм	<i>r</i> ₂ = 22 мм
$S_{cr.sec.} = 25 \text{ mm}^2$	$\Delta x = -6,18 \text{ MM}$	$\Delta x = -11,7$ мм	$\Delta x = -14,63 \text{ MM}$
$S_{cr.sec.} = 9 \text{ mm}^2$	$\Delta x = -6,71$ MM	$\Delta x = -12,1$ мм	$\Delta x = -14,2$ MM
$S_{cr.sec.} = 1 \text{ mm}^2$	$\Delta x = -7,19$ MM	$\Delta x = -11,59$ MM	$\Delta x = -12,57$ мм

Значения отклонений для различных вариаций изменяемых параметров

Скручивание структуры приводит к тому, что образец изменяет свои поперечные размеры, поэтому далее будет рассмотрено эффективное значение коэффициента Пуассона для рассматриваемого тетрахирального метаматериала. Будет проанализировано его изменение относительно вариации тех же параметров, что и при отклонении образца.

Для вычисления значения эффективного коэффициента Пуассона определялось продольное и поперечное изменение размеров образца из метаматериала. Для этого вдоль каждого образца были выбраны 14 реперных точек: по 7 с каждой стороны вдоль образца. Это значит, что точки располагались через каждую тетрахиральную структуру. Не фиксировалось изменение продольного и поперечного размеров для верхней и нижней структур. Зная координаты и перемещения этих точек, можно рассчитать деформации, отношение которых позволяет определить эффективные значения коэффициента Пуассона. Для вычисления эффективного значения коэффициента Пуассона используем выражение [14]



Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures Issue 5, 2024



ISSN 2410-9908

$$\mathbf{v}_{eff} = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial x}}{\frac{\partial u_y}{\partial y}} = \frac{-\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(\Delta x_2 - \Delta x_1) \cdot (x_3 - x_4) - (\Delta x_4 - \Delta x_3) \cdot (x_2 - x_1)}{(x_2 - x_1) \cdot (x_3 - x_4)}\right]}{-\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(\Delta y_1 - \Delta y_4) \cdot (y_2 - y_3) - (\Delta y_2 - \Delta y_3) \cdot (y_1 - y_4)}{(y_1 - y_4) \cdot (y_2 - y_3)}\right]} = \frac{-\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 - \Delta x_4}{\Delta y_1 + \Delta y_2 - \Delta y_3 - \Delta y_4},$$

где ε_{xx} и ε_{yy} – поперечная и продольная деформации соответственно; $y_1 - y_4 = y_2 - y_3 = 50$ мм, $x_2 - x_1 = x_3 - x_4 = 150$ мм; индексы «1», «2», «3» и «4» обозначают номера реперных точек; Δ – изменение координат соответствующих реперных точек. Реперные точки были расположены вдоль образца на каждом уровне тетрахиральных структур.

Результат исследования эффективного значения коэффициента Пуассона представлен на рис. 3. Аналогично графику для отклонения, поведение кривых для эффективного значения коэффициента Пуассона повторяется для каждой площади поперечного сечения.

При увеличении размера кольца наблюдается увеличение сужения в поперечном направлении в процессе одноосного нагружения. Это видно по графику зависимости v_{eff} от r_2 . Зафиксировано отрицательное значение коэффициента Пуассона. Это значит, что такая структура проявляет свойство ауксетичности. Аналогично предыдущему случаю, график можно разделить на две части.

Следует также отметить, что значение эффективного коэффициента Пуассона на графике при $r_2 = 5$ мм выше единицы, что, очевидно, связано с геометрией структуры. В этом случае кольцо в структуре отсутствует, тетрахиральные структуры метаматериала превращаются в набор параллелограммов, которые не могут скручиваться, поэтому вместо сужения отмечается расширение размеров образца в направлении, поперечном направлению сжатия. Увеличение площади поперечного сечения элементов структуры приводит к увеличению ее жесткости и, соответственно, увеличению коэффициента Пуассона.



Рис. 3. Изменение эффективного коэффициента Пуассона в зависимости от размера кольца для различных значений площади поперечного сечения структурных элементов тетрахирального метаматериала

Подобная зависимость может качественно описываться аналитической формулой

$$\mathbf{v}_{eff} = \mathbf{v}_{bm} \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{t}{r_2} \cdot \frac{V_{con}}{V_{bm}} \right),$$

где v_{bm} – коэффициент Пуассона базового материала, из которого построен каркас метаматериала; Δx и Δy – отклонения верхней грани образца от исходного положения по осям x и y соответственно; $V_{con} = L \cdot H \cdot T$ – объем образца, если бы он был сплошным телом; V_{bm} – объем базового материала метаматериала. Формула получена на основе определенных из расче-

Akhmetshin L. R. Deformation properties of a metamaterial under changes in the sizes of the tetrachiral structure elements // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2024. – Iss. 5. – P. 79–87. – DOI: 10.17804/2410-9908.2024.5.079-087.



Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures Issue 5, 2024

ISSN 2410-9908

http://dream-journal.org

тов прямых и обратных зависимостей коэффициента Пуассона от параметров структуры, а также их влияния на эффект скручивания метаматериала. На рис. 3 пунктирными линиями приведены графики, построенные по этой формуле для случаев $S_{cr.sec.} = 25 \text{ мm}^2$ и $S_{cr.sec.} = 1 \text{ мm}^2$. Несмотря на значительные отличия при малых значениях размера кольца, для средних и больших размеров кольца результаты численного расчета и аналитической зависимости хорошо соотносятся друг с другом. Примечательно, что данная формула хорошо описывает резкое возрастание значения эффективного коэффициента Пуассона.

4. Заключение

В результате численного моделирования изучено влияние площади поперечного сечения структурных элементов тетрахирального метаматериала на отклонение от исходного положения и эффективное значение коэффициента Пуассона. Из полученных результатов выявлено, что характер зависимостей повторяется для каждой площади поперечного сечения.

В процессе изучения отклонения обнаружено значение размера кольца, при котором происходит резкое изменение в механическом поведении. Если до этой точки кривая с бо́льшим значением $S_{cr.sec.}$ имела более низкие значения отклонения, чем кривая с меньшим значением $S_{cr.sec.}$, то после $r_2 = 17,5$ мм эти значения были выше.

Относительно эффективного коэффициента Пуассона стоит отметить, что тетрахиральная структура обладает свойством ауксетичности лишь при некоторых вариациях переменных параметров. Это связано с отношением длины связки к кольцу: чем меньше кольцо, тем больше связка тетрахиральной структуры. Предложена аналитическая формула, которая способна описывать кривую эффективного значения коэффициента Пуассона для всех значений r_2 и изменяющейся площади поперечного сечения структурных элементов метаматериала.

Благодарность

Исследование выполнено за счет гранта № 23-29-00402 Российского научного фонда, https://rscf.ru/project/23-29-00402/.

Литература

1. Special characteristics of tetrachiral honeycombs under large deformation / R. Zhong, M. Fu, Q. Yin, O. Xu, L. Hu // International Journal of Solids and Structures. – 2019. – Vol. 169. – P. 166–176. – DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2019.04.020.

2. Multi-stiffness topology optimization of zero Poisson's ratio cellular structures / J. Huang, Q. Zhang, F. Scarpa, Y. Liu, J. Leng // Composites Part B: Engineering. – 2018. – Vol. 140. – P. 35–43. – DOI: 10.1016/j.compositesb.2017.12.014.

3. Fu M., Liu F., Hu L. A novel category of 3D chiral material with negative Poisson's ratio // Composites Science and Technology. – 2018. – Vol. 160. – P. 111–118. – DOI: 10.1016/j.compscitech.2018.03.017.

4. Programmable mechanical metamaterials based on hierarchical rotating structures / X. Li, R. Fan, Zh. Fan, Y. Lu // International Journal of Solids and Structures. – 2021. – Vol. 216. – P. 145–155. – DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.01.028.

5. Mechanical design and multifunctional applications of chiral mechanical metamaterials: a review / W. Wu, W. Hu, G. Qian, H. Liao, X. Xu, F. Berto // Materials & Design. – 2019. – Vol. 180. – P. 107950. – DOI: 10.1016/j.matdes.2019.107950.

6. Shi H. Y. Y., Tay T. E., Lee H. P. Numerical studies on composite meta-material structure for mid to low frequency elastic wave mitigation // Composite Structures. – 2018. – Vol. 195. – P. 136–146. – DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.04.049.





7. Spadoni A., Ruzzene M., Scarpa F. Global and local linear buckling behavior of a chiral cellular structure // Physica Status Solidi (b). – 2005. – Vol. 242, No. 3. – P. 695–709. – DOI: 10.1002/pssb.200460387.

8. Mizzi L., Spaggiari A. Novel chiral honeycombs based on octahedral and dodecahedral Euclidean polygonal tessellations // International Journal of Solids and Structures. – 2022. – Vol. 238. – Art. 111428. – DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2022.111428.

9. Kelvin W. T. Baltimore Lectures on Molecular Dynamics and the Wave Theory of Light. – London : C. J. Clay and Sons. – 1904.

10. Elastic constants of 3-, 4- and 6-connected chiral and anti-chiral honeycombs subject to uniaxial in-plane loading / A. Alderson, K. L. Alderson, D. Attard, K. E. Evans, R. Gatt, J. N. Grima, W. Miller, N. Ravirala, C. W. Smith, K. Zied // Composites Science and Technology. – 2010. – Vol. 70, No. 7. – P. 1042–1048. – DOI: 10.1016/j.compscitech.2009.07.009.

11. Yuan Zh., Cui Zh., Ju J. Micropolar homogenization of wavy tetra-chiral and tetra-achiral lattices to identify axial–shear coupling and directional negative Poisson's ratio // Materials and Design. – 2021. – Vol. 201. – Art. 109483. – DOI: 10.1016/j.matdes.2021.109483.

12. Elasticity of anti-tetrachiral anisotropic lattices / Y. J. Chen, F. Scarpa, Y. J. Liu, J. S. Leng // International Journal of Solids and Structures. – 2013. – Vol. 50, No. 6. – P. 996–1004. – DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2012.12.004.

13. Numerical study of the deformation behavior of a 2D chiral metamaterial / L. R. Akhmetshin, K. V. Iokhim, E. A. Kazantseva, I. Yu. Smolin // Letters on Materials. – 2024. – Vol. 14, No. 1. – P. 9–14. – DOI: 10.48612/letters-2024-1-9-14.

14. Эффективные механические свойства двухмерного тетрахирального метаматериала / Л. Р. Ахметшин, К. В. Иохим, Е. А. Казанцева, И. Ю. Смолин // Известия вузов. Физика. – 2024. – Т. 67, № 3. – С. 90–99. – DOI: 10.17223/00213411/67/3/10.