

Received: 24.12.2025

Revised: 21.04.2026

Accepted: 22.05.2026

DOI: 10.17804/2410-9908.2026.4.035-046

KINETICS OF THE REDISTRIBUTION OF ENERGY CONSUMPTION DURING DEFORMATION OF FRACTURE SURFACES IN DIFFERENTLY ORIENTED SEMI-ELLIPTICAL LOW-CYCLE CRACKS

I. V. Makarenko^{a, *} and L. V. Makarenko^b

A. A. Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences,
4 Malyi Kharitonievskiy Lane, Moscow, 101990, Russia

^a  <https://orcid.org/0000-0002-0067-035X>  I.V.Makarenko@yandex.ru;

^b  <https://orcid.org/0009-0002-0773-5520>  L.V.Makarenko@Yandex.ru

*Corresponding author. Email: I.V.Makarenko@yandex.ru

Address for correspondence: Malyi Kharitonievsky per., 4, Moscow, 101990, Russia

Phone/fax: +7 (499) 135-6298

Features of modeling the kinetics of spatial semi-elliptical surface cracks under cyclic elastoplastic loading for the refined resource and survivability of critical equipment are formulated. The kinetics of deformation and energy parameters and characteristics of the morphology of the fracture surfaces of the cracks in 08Kh18N10T-type austenitic steels are studied at the microscopic, mesoscopic, and macroscopic structural-scale levels. The functional relation of the mesostructural characteristics of the low-cycle fragmentation of the fracture surface of the cracks under study to such a parameter of nonlinear fracture mechanics as specific elastoplastic work of fracture at a certain point is shown by experimental and numerical calculations based on the Ansys and Matlab software packages. As the crack grows, the redistribution of local values of change in the specific energy of elastoplastic fracture at crack surface points is determined on the basis of the energy criterion of fracture. Determination of the consumption of the specific elastoplastic energy of deformation for the formation of one fractographic (low-cycle) groove of low-cycle fracture explains the experimental result showing a prevailing growth of the fracture surface in the direction of the minor semi-axis.

Keywords: elastoplastic energy, low-cycle semi-elliptical cracks, fracture surface

Acknowledgment

The work was performed under the state assignment for the IMASH RAS (FFGU-2024-0020).

References

1. Makhutov, N.A. *Konstruktsionnaya prochnost, resurs i tekhnogennaya bezopasnost* [Constructional Durability, Resource and Technogenic Safety: in 2 parts]. Nauka Publ., Novosibirsk, 2005. (In Russian).
2. Makhutov, N.A., Makarenko, I.V., and Makarenko, L.V. Analysis of kinetics and directions of elastoplastic deformation and fracture. *Inorganic Materials*, 2020, 56 (15), 1506–1510. DOI: 10.1134/S002016852015011X.
3. Makhutov, N.A., Makarenko, I.V., and Makarenko, L.V. Modeling the change in shape of low-cycle inclined semi-elliptical cracks. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2024, 53, 693–701. DOI: 10.1134/S1052618824700353.

Makarenko I. V., Makarenko L. V. Kinetics of the redistribution of energy consumption during deformation of fracture surfaces in differently oriented semi-elliptical low-cycle cracks // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2026. – Iss. 4. – P. 35–46. – DOI: 10.17804/2410-9908.2026.4.035-046.

4. Makarenko, I.V. and Makarenko, L.V. Studying the relationship of deformational and morphometric surface fracture characteristics of differently oriented semi-elliptical low-cycle cracks. *Perspektivnye materialy i tekhnologii* [Rubanik, V.V., ed., Advanced Materials and Technologies: International Symposium Proceedings]. IVTs Minfina Publ., Minsk, 2025, p. 79. (In Russian).
5. Makarenko, I.V. and Makarenko, L.V. Features of shaping of fracture surfaces of surface semielliptical low-cycle cracks based on the kinetics of their mesorelief. In: *ICSID 2025 8th International Conference on Structural Integrity and Durability*, September 16–19, 2025 and Summer School “Fatigue and Fracture Modeling and Analysis”, September 15–16, 2025, Dubrovnik, Croatia: Abstracts.
6. Makhutov, N.A. and Makarenko, I.V. Growth of small surface angled cracks under conditions of low-cycle fatigue. *Soviet Materials Science*, 1986, 22 (1), 64–67. DOI: 10.1007/BF00720868.
7. Nikolaychuk, O.A., Pavlov, A.I., and Stolbov, A.B. The identification of unique mechanical systems state based on agent-based simulation modelling. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, 1801, 012001. DOI: 10.1088/1742-6596/1801/1/012001.
8. Shanyavsky, A.A. Scales of metal fatigue cracking. *Physical Mesomechanics*, 2015, 18, 163–173. DOI: 10.1134/S1029959915020095.
9. Li, J., Zhang, X.-B., and Recho, N. J-M^p based criteria for bifurcation assessment of a crack in elastic–plastic materials under mixed mode I–II loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 2004, 71 (3), 329–343. DOI: 10.1016/S0013-7944(03)00117-6.
10. Beyerlein, I.J. and Knezevic, M. Review of microstructure and micromechanism-based constitutive modeling of polycrystals with a low-symmetry crystal structure. *Journal of Materials Research*, 2018, 33, 3711–3738. DOI: 10.1557/jmr.2018.333.
11. Zinovieva, O., Romanova, V., and Balokhonov, R. Effects of scanning pattern on the grain structure and elastic properties of additively manufactured 316L austenitic stainless steel. *Materials Science and Engineering: A*, 2022, 832, 142447. DOI: 10.1016/j.msea.2021.142447.
12. Yu, X. and Wang, X. Weight functions for T-stress for semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 2005, 40 (5), 403–418. DOI: 10.1243/030932405X16043.
13. Kim, Y.-J., Kim, J.-S., Park, Y.-J., and Kim, Y.-J. Elastic-plastic fracture mechanics method for finite internal axial surface cracks in cylinders. *Engineering Fracture Mechanics*, 2004, 71 (7), 925. DOI: 10.1016/S0013-7944(03)00159-0.
14. Xiang, M. and Guo, W. Formulation of the stress fields in power law solids ahead of three-dimensional tensile cracks. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50 (20–21), 3067–3088. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2013.05.011.
15. Neimitz, A., Dzioba, I., and Janus, U. Cleavage fracture of ultra-high-strength steels. microscopic observations. numerical analysis. local fracture criterion. *Key Engineering Materials*, 2014, 598, 168–177. DOI: 10.4028/www.scientific.net/kem.598.168.
16. Latypov, F.T., Mayer, A.E., and Krasnikov, V.S., Dynamics of growth and collapse of nanopores in copper. *International Journal of Solids and Structures*, 2020, 202, 418–433. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2020.06.027.
17. Govindaraj, R.B., Junghans, E., Andersen, I., Lim, Y.ki, and Lindström, P. Additive manufactured marine component – Ni Al bronze propeller. *Procedia Structural Integrity*, 2021, 34, 20–25. DOI: 10.1016/j.prostr.2021.12.039.
18. Shibamura, K. and Aihara, S. Quantitative prediction of cleavage fracture toughness of ferrite steel without adjustable parameters. *Procedia Materials Science*, 2014, 3, 1238–1243. DOI: 10.1016/j.mspro.2014.06.201.

19. Evans, R., Clarke, A., Gravina, R., Heller, M., and Stewart, R. Improved stress intensity factors for selected configurations in cracked plates. *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, 127, 296–312. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2014.06.003.
20. Shen, H. and Guo, W. 3D constraint effect on 3D fatigue crack propagation. *International Journal of Fatigue*, 2005, 27 (6), 617–623. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2004.12.005.
21. Dake, Yi., Sridhar, I., Zhongmin, X., and Kumar, Sh.B. Fracture capacity of girth welded pipelines with 3D surface cracks subjected to biaxial loading conditions. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2012, 92, 115–126. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2011.10.019.
22. Yi, D., Xiao, Zh.M., Idapalapati, S., and Kumar, Sh.B. Fracture analysis of girth welded pipelines with 3D embedded cracks subjected to biaxial loading conditions. *Engineering Fracture Mechanics*, 2012, 96, 570–587. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2012.09.005.
23. Bal, B., Gumus, B., Gerstein, G., Canadinc, D., and Maier, H.J. On the micro-deformation mechanisms active in high-manganese austenitic steels under impact loading. *Materials Science and Engineering: A*. 2015, 632, 29–34. DOI: 10.1016/j.msea.2015.02.054.
24. Anderson, T.L. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, 2nd ed., CRC Press, Boca Raton, 2005, 688 p. DOI: 10.1201/9781482265583.
25. Neimitz, A., Pala, T., and Dzioba, I. Fracture toughness of Hardox-400 steel at the ductile-to-brittle transition temperature range – the influence of the in-plane constraint. *Solid State Phenomena*, 2014, 224, 167–172. DOI: 10.4028/www.scientific.net/ssp.224.167.
26. Wang, X. Elastic T-stress solutions for penny-shaped cracks under tension and bending. *Engineering Fracture Mechanics*, 2004, 71 (16–17), 2283–2298. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2004.02.001.
27. Neimitz, A., Graba, M., and Galkiewicz, J. An alternative formulation of the Ritchie–Knott–Rice local fracture criterion. *Engineering Fracture Mechanics*, 2007, 74 (8), 1308–1322. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2006.07.015.
28. Neimitz, A., Galkiewicz, J., and Dzioba, I. The ductile-to-cleavage transition in ferritic Cr-Mo-V steel: a detailed microscopic and numerical analysis. *Engineering Fracture Mechanics*, 2010, 77 (13), 2504–2526. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2010.06.003.
29. Neimitz, A. and Galkiewicz, J. Approximation of strain-stress curves in front of a crack in a non-linear material. *International Journal of Fracture*, 2010, 161 (2), 227–232. DOI: 10.1007/s10704-010-9444-2.
30. Grigoriev, A.S., Zabolotskiy, A.V., Shilko, E.V., Dmitriev, A.I., and Andreev, K. Analysis of the quasi-static and dynamic fracture of the silica refractory using the mesoscale discrete element modelling. *Materials*, 2021, 14 (23), 7376. DOI: 10.3390/ma14237376.
31. Zhang, D., Qiu, D., Gibson, M.A., Zheng, Yu., Fraser, H.L., Stjohn, D.H., and Easton, M.A. Additive manufacturing of ultrafine-grained high-strength titanium alloys. *Nature*, 2019, 576 (7785), 91–95. DOI: 10.1038/s41586-019-1783-1.
32. Meng, Q. and Wang, Zh. Creep damage models and their applications for crack growth analysis in pipes: a review. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, 205, 547–576. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2015.09.055.

Подана в журнал: 24.12.2026
УДК 669.018.2:622.276
DOI: 10.17804/2410-9908.2026.4.035-046

КИНЕТИКА ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГОЗАТРАТ ПРИ ФОРМОИЗМЕНЕНИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ РАЗРУШЕНИЯ РАЗНООРИЕНТИРОВАННЫХ ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКИХ МАЛОЦИКЛОВЫХ ТРЕЩИН

И. В. Макаренко^{а, *}, Л. В. Макаренко^б

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук,
Малый Харитоньевский пер., д. 4., г. Москва, 101990, Россия*

^а  <https://orcid.org/0000-0002-0067-035X>  I.V.Makarenko@yandex.ru;

^б  <https://orcid.org/0009-0002-0773-5520>  L.V.Makarenko@Yandex.ru

*Ответственный автор. Электронная почта: I.V.Makarenko@yandex.ru
Адрес для переписки: Малый Харитоньевский пер., д. 4. Москва, 101990, Россия
Тел./факс: +7 (499) 135-62-98

Сформулированы особенности моделирования кинетики пространственных полуэллиптических поверхностных трещин при циклическом упругопластическом нагружении для уточненного ресурса и живучести ответственного оборудования. На структурно-масштабных микро-, мезо- и макроуровнях проводились исследования кинетики деформационных, энергетических параметров и характеристик морфологии поверхностей разрушения исследуемых трещин в аустенитных сталях типа 08X18H10T. На основе экспериментальных и численных расчетов на базе программных комплексов Ansys и Matlab показана функциональная взаимосвязь мезоструктурных характеристик малоциклового фрагментации поверхности разрушения исследуемых трещин с таким параметром нелинейной механики разрушения, как удельная упругопластическая работа разрушения в определенной точке. По мере роста трещины, на основе энергетического критерия разрушения определено перераспределение локальных величин изменения удельной энергии упругопластического разрушения в точках поверхности трещины. Определение затрат удельной упругопластической энергии деформирования на образование одной фрактографической малоциклового усталостной бороздки малоциклового разрушения объясняет экспериментальный результат преобладающего роста поверхности разрушения трещин в направлении малой полуоси.

Ключевые слова: упругопластическая энергия, малоцикловые полуэллиптические трещины, поверхность разрушения

1. Введение

В работе проведено исследование изменения деформационных, энергетических параметров нелинейной механики разрушения и характеристик морфологии поверхностей разрушения пространственных малоциклового трещин при их развитии в аустенитных сталях типа 08X18H10T для уточненного ресурса (т. е. календарной продолжительности эксплуатации) и живучести (**свойства конструкции продолжать выполнять свои функции при повреждении**) элементов авиационного, ракетно-космического, атомного и другого ответственного оборудования [1–32]. Показана взаимосвязь исследуемых характеристик с параметрами нелинейной механики разрушения. На основе численных расчетов на базе программных

комплексов и результатов экспериментальных исследований получена их функциональная зависимость [1–3]. По мере роста трещины определено перераспределение локальных величин изменения удельной энергии упругопластического разрушения по ее контуру. Определение параметров малоциклового разрушения по характеристикам микро- и мезорельефа поверхностей трещин и изменения относительных величин удельной упругопластической работы деформирования, затраченной на образование одной бороздки [1–5], позволяет дать уточняющее прогнозирование формоизменения области разрушения

2. Материал и методы исследования

На основе параметров нелинейных уравнений состояния, в работе использованы как расчетно-экспериментальные методы исследования развития поверхностных полуэллиптических трещин, так и численные методы расчета на базе соответствующих программных комплексов.

В результате анализа экспериментальных данных, полученных оптическим методом, оптической металлографией и численными методами на основе деформационного и энергетического критериев разрушения, показаны особенности малоциклового деформирования и разрушения поверхностных наклонных полуэллиптических трещин. В качестве исследуемого материала использовали аустенитную циклически стабильную сталь типа 08X18H10T [1, 2]. Численные расчеты выполняли на основе энергетической теории пластичности на базе программного комплекса Ansys.

Исследования проводили с исходными полуэллиптическими разноориентированными трещинами на трубчатых образцах, наносимыми электроэрозионным методом на специально изготовленном устройстве [6] при мягком осевом нагружении с коэффициентом асимметрии цикла $R_\sigma = -1$ и частотой нагружения 0,01 Гц. Схема образца и изометрическое изображение поверхности трещины, подросшей из исходного полуэллиптического надреза, приведены на рис. 1 а. На полированную рабочую часть образца электроэрозионным методом наносились отдельные разноориентированные острые полуэллиптические надрезы с радиусом в вершине от 0,025 до 0,050 мм глубиной от 0,1 до 1,0 мм [5]. При этом глубины исходных надрезов (малые полуоси эллипсов) варьировались в интервале $b_0 = (0,06–0,3)t$, а их длины на поверхности образца (большие оси) – в пределах $2a_0 = (0,003–0,045)L$, где t и L – толщина стенки образца ($t = (D - d)/2$) и его периметр по наружной поверхности соответственно. Наружный диаметр образца $D = 50$ мм, внутренний диаметр d был 46, 42 и 30 мм.

Кроме того, на рис. 1 б и в приведены расчетная схема конечно-элементной модели трещины и зависимость отношения полуосей подрастающих поверхностей разрушения от относительной глубины дефекта [2, 3].

3. Результаты и обсуждение

Оптический анализ поверхностей разрушения исследуемых трещин показал, что определяющей чертой наблюдаемого микрорельефа является локальное изменение направления развития трещины при переходе от зерна к зерну ($10–25^\circ$) при наличии карбидных включений по границе зерен.

Переход от зерна к зерну, в пределах которого идет разрушение по модели нормального отрыва, характеризуется образованием ступенек, и при дальнейшем слиянии ступенек и бороздок происходит продвижение трещины (рис. 2 б) с общим фронтом, соответствующим линиям контура поверхности трещины на рис. 1 а.

При соответствующих номинальных относительных напряжениях цикла нагружения $\bar{\sigma}_n = \sigma_n / \sigma_T$ и углах наклона расчетной поверхности β^* наблюдается приоритетный рост малой полуоси с увеличением глубины трещины (σ_n – номинальное напряжение в сечении об-

разца, σ_T – предел текучести, a – большая и b – малая полуоси полуэллиптической трещины, a_x^* – проекция полуоси расчетной поверхности на ось OX , t – толщина стенки конструкции). Это функциональное изменение можно описать зависимостью (1).

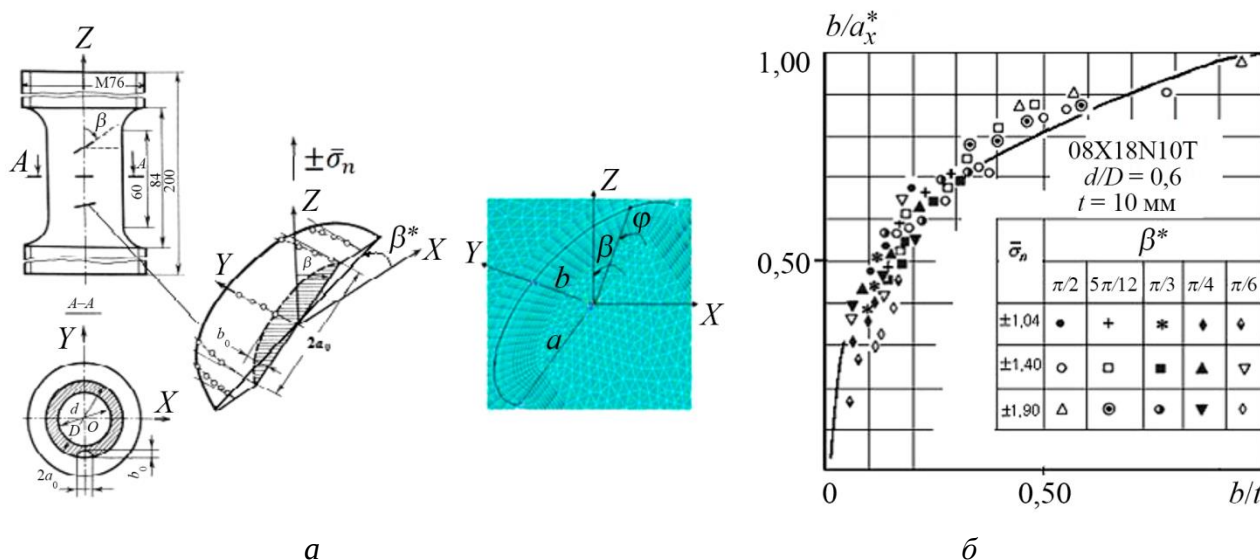


Рис. 1. Схема образца и изометрическое изображение поверхности трещины, подросшей из исходного полуэллиптического надреза (а); расчетная схема конечно-элементной модели полуэллиптической поверхностной трещины (б); экспериментальные точки и расчетные линии зависимости b/a_x^* (уравнение (1)) от относительной глубины трещины b/t (в)

$$\frac{b}{a_x^*} = \left(A_1 - A_2 \left(\frac{\sigma_{bi}}{\sigma_{Ti}} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{b}{t} \right)^{A_3 - A_4 \cdot \left(\frac{\sigma_{bi}}{\sigma_{Ti}} \right)} \cdot (A_5 + A_6 \bar{e}_{fi}), \quad (1)$$

где σ_{bi} , σ_{Ti} – соответственно локальный предел прочности и текучести материала в i -зоне; $\bar{e}_{fi}$ – относительная разрушающая деформация в локальной зоне трещины, равная $\bar{e}_{fi} = \bar{e}_c D_e / I$ (согласно работе [1]); $\bar{e}_c$ – относительная разрушающая местная деформация для гладкого образца; D_e – коэффициент снижения предельных пластических деформаций в зоне вершины трещины; I – коэффициент повышения первого главного напряжения в зоне вершины трещины за счет возникновения объемного напряженного состояния. Параметры A_i (при $i = 1-6$) приведены в работе [2].

На основании численных расчетов, согласно работам [1–3], приведено отношение локальных разрушающих деформаций в поверхностной точке контура $(e_f)_{\varphi=0}$ к самой глубокой точке $(e_f)_{\varphi=\pi/2}$ от относительной глубины трещины (рис. 2 а):

$$\tilde{e}_f = e_{f(\varphi=0)} / e_{f(\varphi=\pi/2)} = f(b/t), \quad (2)$$

где $\tilde{e}_f$ – относительная локальная разрушающая деформация в зоне точек контура трещины. Полученные результаты [2] на основе деформационного критерия разрушения объясняют экспериментальный факт большей скорости роста трещины в направлении ее малой полуоси (рис. 1 в и 2) в противовес большей интенсивности деформаций вдоль большой полуоси эллипса в силу существенно более высокого уровня локальной разрушающей деформации в поверхностной точке трещины.

На основании работы [3] используется количественная оценка фрактографических особенностей малоциклового разрушения и их функциональной связи с прочностными характеристиками материала и объемности напряженно-деформированного состояния в локальных зонах разрушения (уравнение (3)).

$$\lambda_{\rho\varphi} = f(\varphi, \rho, \sigma_{bi}, \sigma_{Ti}, \bar{e}_{fi}, b^*/t), \quad (3)$$

где $\lambda_{\rho\varphi}$ – ширина малоцикловых усталостных бороздок в соответствующей точке расчетной поверхности разрушения с координатами (ρ, φ) на расстоянии ρ от начала координат с эллиптическим углом φ (рис. 1). Для расчета параметров нелинейной механики разрушения на основе расчетно-экспериментальных результатов и работ [1–5] использовались соответствующие уравнения (4) и (5).

$$\{\tilde{\lambda}_{\rho\varphi}, b/a\} = F(\sigma_{bi}, \sigma_{Ti}, \bar{e}_{fi}, \bar{e}_c, t, B_i, \varphi, \rho), \quad (4)$$

где $\tilde{\lambda}_{\rho\varphi} = \lambda_b/\lambda_a$; λ_b^* , λ_a^* – соответственно, ширина фрактографических бороздок (малоцикловых усталостных бороздок), образовавшихся при малоцикловом нагружении вдоль полуосей эллипса $b^* = b$ и a^* .

Экспериментальную величину относительного коэффициента интенсивности деформаций $\bar{K}_{ie}^{*(k)} = K_{ie}^{*(k)} / \sigma_T$ для исследуемых трещин, согласно [1, 2], определяли по уравнению

$$\bar{K}_{ie}^{*(k)} = \left[\left((2\pi r^*)^{p_{re}^{(k)}} \bar{\sigma}_n^{m_i^{(k)}(1+m_i^{(k)})} \right) / \left(\bar{e}_n [f(r^*/l_{ij}^*)]^{p_{ke}^{(k)}} \right) \right] \bar{e}_{i\varphi}^* \sin^2 \beta^*, \quad (5)$$

где $\bar{e}_n = \bar{e}_n / e_T$ – номинальная относительная упругопластическая деформация в микрообъеме материала, $K_{ie}^{*(k)}$ – коэффициент интенсивности деформаций в соответствующем полуцикле нагружения, $\bar{e}_{i\varphi}^*$ – локальная относительная упругопластическая деформация в вершине трещины, r^* – расстояние точки от контура трещины, $m_i^{(k)}$ – показатель упрочнения локального объема в k -полуцикле нагружения, $\mu_{ni} = 0,5 - (0,2 / \bar{\sigma}_{in}^{(1-m_i)/m_i})$ – коэффициент Пуассона. Остальные параметры – $f(r^*/l_{ij}^*)$, $p_{re}^{(k)}$, $p_{ke}^{(k)}$ – также даны в работе [1].

На основе результатов экспериментальных исследований и численных расчетов параметров фрагментации микро- и мезорельефа поверхностей (распределение усталостных бороздок с регламентацией их ширины по соответствующим направлениям) малоциклового разрушения наклонных поверхностных полуэллиптических трещин в сталях аустенитного класса типа 08X18H10T показана их функциональная взаимосвязь с такими параметрами нелинейной механики разрушения, как коэффициент интенсивности деформаций и удельная упругопластическая работа разрушения, затраченная на образование одной бороздки в данной точке контура трещины [1–5]. Получена количественная оценка исследуемых величин:

$$\{\tilde{\lambda}_{\rho\varphi i}, \Delta \tilde{W}_{p\varphi}, \tilde{K}_{i\varphi e}, b/a\} = F(\sigma_{bi}, \sigma_{Ti}, \bar{e}_{fi}, \bar{e}_c, \bar{e}_{i\varphi}^*, b/t, B_i, \varphi, \rho). \quad (6)$$

Здесь $\tilde{K}_{i\varphi} = K_{i\varphi=\pi/2} / K_{i\varphi=0} \times$, $K_{i\varphi=\pi/2}$, $K_{i\varphi=0}$ – коэффициенты интенсивности деформаций, соответственно, в самой глубокой и поверхностной точках; φ – эллиптический угол;

$\Delta\tilde{W}_{\rho\varphi} = \Delta W_{\rho\varphi=\pi/2} / \Delta W_{\rho\varphi=0}$; $\Delta W_{\rho\varphi=\pi/2}$ и $\Delta W_{\rho\varphi=0}$ – величины удельной упругопластической энергии, затраченной на образование одной бороздки, в самой глубокой и поверхностной точках трещины соответственно.

Известно, что в общем виде для упругопластического разрушения материала при росте трещины и релаксации напряжений известный энергетический критерий может быть записан следующим выражением:

$$\int_S X_{ni} \frac{\partial u_i}{\partial t} dS - \left(\frac{\partial W^p}{\partial t} + \frac{\partial W^y}{\partial t} \right) = D_f, \quad (7)$$

где X_{ni} – поверхностные силы, действующие на части поверхности тела S ; u_i – смещения его точек тела; D_f – удельная энергия разрушения, которая используется для формирования тонкого приповерхностного слоя трещины в локальной зоне разрушения; W^p и W^y – плотность, соответственно, пластической и упругой энергии деформации, вычисляемая по формулам

$$W^y = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^y; \quad W^p = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p; \quad (ij = x, y, z), \quad (8)$$

где σ_{ij} , ε_{ij}^y , ε_{ij}^p – тензоры, соответственно, напряжений, упругой и пластической деформаций.

Упругопластическая энергия тела W определяется суммой упругой и пластической энергий деформации.

На основе результатов экспериментальных исследований и численных расчетов параметров формоизменения, с учетом характеристик микрорельефа, сложной поверхности малоциклового разрушения получена количественная оценка энергозатрат при фрагментации поверхности разрушения.

На рис. 2 представлены зависимость $\tilde{\epsilon}_f$ от относительной глубины трещины, а также электронно-фрактографическое изображение микрорельефа в соответствующей точке поверхности разрушения полуэллиптической трещины и распределение изменения удельной упругопластической энергии деформирования, затраченной на образование одной бороздки $\Delta W_{\rho\varphi}$ в данной точке. Определяющей чертой наблюдаемого микрорельефа поверхности разрушения является локальное изменение направления развития трещины при переходе от зерна к зерну (10° – 25°) и наличии карбидных включений по границе зерен (рис. 2 б). Переход от зерна к зерну, в пределах которого идет разрушение по модели нормального отрыва, характеризуется образованием ступенек, и при дальнейшем слиянии ступенек и бороздок происходит продвижение трещины с общим фронтом, соответствующим линиям контура поверхности трещины (рис. 1 а), как показано в работе [3]. Согласно указанной работе, приемлемое совпадение расчетно-экспериментальных и численных величин наблюдается при глубине дефектов до 50 % толщины оболочки образца. При уменьшении исходного угла наклона полуэллиптической трещины β происходит существенное перераспределение локальной работы разрушения. В этом случае уменьшается затрата энергии на формирование бороздчатого микрорельефа и увеличивается – на упругопластическое деформирование по модели разрушения поперечного и продольного сдвига. Существенное влияние моделей разрушения I и II на образование рельефа поверхностей разрушения развивающихся наклонных трещин иллюстрируется соответствующим пороогообразованием, который увеличивается с уменьшением угла β . На площадках бороздчатого рельефа наблюдается разрушение по модели I.

Также небольшие отклонения численных результатов можно объяснить тем, что на начальных этапах развития трещин не учитываются в расчетном алгоритме затраты работы на сдвиговые и вращательные перемещения дислокационных конгломератов. При значительном размере трещин энергозатраты на преодоление микробарьеров вносят незначительный вклад в их развитие.

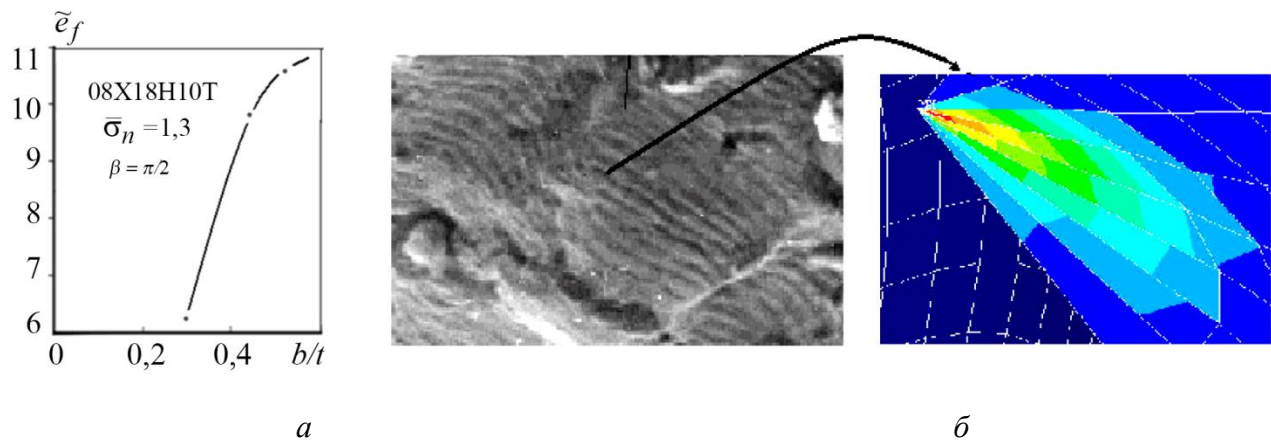


Рис. 2. Зависимость $\tilde{e}_f$ от относительной глубины трещины b/t (а); изображение микрорельефа в соответствующей точке поверхности, $\times 1000$ (б); удельная упругопластическая энергия деформирования, затраченная на образование одной бороздки в точке трещины (в)

Численные и расчетно-экспериментальные результаты изменения энергозатрат по контуру трещины при ее развитии $\Delta\tilde{W}_{\rho\varphi}$ и распределение характеристик $\tilde{\lambda}_{\rho\varphi}$ по поверхности разрушения регламентируются графическим представлением на рис. 3. Эти зависимости, показывающие изменения относительных величин удельной пластической работы деформирования при продвижении трещины на ширину одной бороздки в соответствующих точках ее контура $\Delta\tilde{W}_{\rho\varphi}$ при формоизменении поверхностей полуэллиптических малоцикловых трещин нормального отрыва, объясняют приоритетный рост трещин в направлении малой полуоси b (рис. 1).

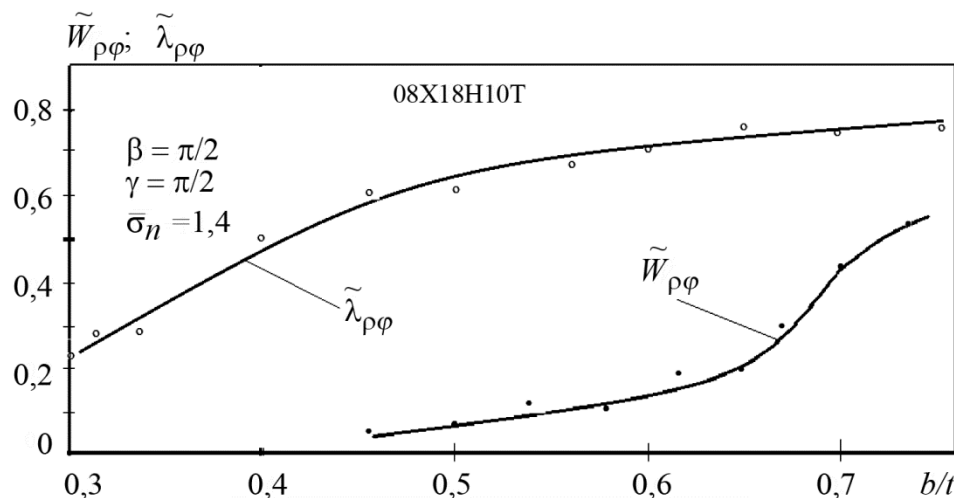


Рис. 3. Зависимость изменения энергозатрат по контуру трещины при ее развитии $\Delta\tilde{W}_{\rho\varphi}$ и характеристик $\tilde{\lambda}_{\rho\varphi}$ по поверхности разрушения

По мере увеличения роста трещины показано перераспределение локальных величин удельной работы упругопластического деформирования по контуру трещины. Увеличение энергозатрат на образование одной бороздки трещины в самой глубокой точке контура

(вдоль эллиптического угла $\varphi = \pi/2$) относительно поверхностной точки ($\varphi = 0$) объясняет преобладающее направление разрушения вдоль малой полуоси трещины.

4. Заключение

На основе функциональных зависимостей перераспределения энергозатрат при образовании микро- и мезорельефа поверхностей разрушения исследуемых трещин объясняется экспериментальный факт большей скорости их роста в направлении малой полуоси. Представленные результаты численных и расчетно-экспериментальных исследований при нелинейных условиях нагружения могут рассматриваться в качестве более точного моделирования формоизменения поверхностей исходных разноориентированных развивающихся трещин и использоваться для уточненного прогнозирования эксплуатационного ресурса, прочности, живучести и безопасной работоспособности оборудования.

Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМАШ РАН (FFGU-2024-0020).

Литература

1. Махутов Н. А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность : в 2-х ч. / отв. ред. К. В. Фролов, В. В. Москвичев. – Новосибирск : Наука, 2005.
2. Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V. Analysis of kinetics and directions of elastoplastic deformation // *Inorganic Materials*. – 2020. – Vol. 56 (15). – P. 1506–1510. – DOI: 10.1134/S002016852015011X.
3. Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V. Modeling the change in shape of low-cycle inclined semi-elliptical cracks // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. – 2024. – Vol. 53. – P. 693–701. – DOI: 10.1134/S1052618824700353.
4. Макаренко И. В., Макаренко Л. В. Исследование взаимосвязи деформационных и морфометрических характеристик разрушения поверхностей разноориентированных полуэллиптических малоцикловых трещин // *Перспективные материалы и технологии : материалы международного симпозиума, Витебск, 25–29 августа 2025 г.* / под. ред. В. В. Рубаника. – Минск : ИВЦ Минфина, 2025. – 79 с.
5. Makarenko I. V., Makarenko L. V. Features of shaping of fracture surfaces of surface semielliptical low-cycle cracks based on the kinetics of their mesorelief // *ICSID 2025 8th International Conference on Structural Integrity and Durability, September 16–19, 2025 and Summer School “Fatigue and Fracture Modeling and Analysis”, September 15–16, 2025, Dubrovnik, Croatia : abstracts*.
6. Makhutov N. A., Makarenko I. V. Growth of small surface angled cracks under conditions of low-cycle fatigue // *Soviet Materials Science*. – 1986. – Vol. 22 (1). – P. 64–67. – DOI: 10.1007/BF00720868.
7. Nikolaychuk O. A., Pavlov A. I., Stolbov A. B. The identification of unique mechanical systems state based on agent-based simulation modelling // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2021. – Vol. 1801. – P. 012001. – DOI: 10.1088/1742-6596/1801/1/012001.
8. Шанявский А. А. Масштабные уровни процессов усталости металлов // *Физическая мезомеханика*. – 2014. – Т. 17 (6). – С. 87–98.
9. Li J., Zhang X.-B., Recho N. J-M^p based criteria for bifurcation assessment of a crack in elastic-plastic materials under mixed mode I–II loading // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2004. – Vol. 71 (3). – P. 329–343. – DOI: 10.1016/S0013-7944(03)00117-6.

Makarenko I. V., Makarenko L. V. Kinetics of the redistribution of energy consumption during deformation of fracture surfaces in differently oriented semi-elliptical low-cycle cracks // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2026. – Iss. 4. – P. 35–46. – DOI: 10.17804/2410-9908.2026.4.035-046.

10. Beyerlein I.J., Knezevic M. Review of microstructure and micromechanism-based constitutive modeling of polycrystals with a low-symmetry crystal structure // *J. of Materials Research*. 2018. Vol. 33. P. 3711-3738. DOI: 10.1557/jmr.2018.333.
11. Zinovieva O., Romanova V., Balokhonov R. Effects of scanning pattern on the grain structure and elastic properties of additively manufactured 316L austenitic stainless steel // *Materials Science and Engineering: A*. – 2022. – Vol. 832. – P. 142447. – DOI: 10.1016/j.msea.2021.142447.
12. Yu X., Wang X. Weight functions for T-stress for semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates // *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. – 2005. – Vol. 40 (5). – P. 403–418. – DOI:10.1243/030932405X16043.
13. Elastic-plastic fracture mechanics method for finite internal axial surface cracks in cylinders / Y.-J. Kim, J.-S. Kim, Y.-J. Park, Y.-J. Kim // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2004. – Vol. 71 (7–8). – DOI: 10.1016/S0013-7944(03)00159-0.
14. Xiang M., Guo W. Formulation of the stress fields in power law solids ahead of three-dimensional tensile cracks // *International Journal of Solids and Structures*. – 2013. – Vol. 50 (20–21). – P. 3067–3088. – DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2013.05.011.
15. Neimitz A., Dzioba I., Janus U. Cleavage fracture of ultra-high-strength steels. microscopic observations. numerical analysis. local fracture criterion // *Key Engineering Materials*. – 2014. – Vol. 598. – P. 168–177. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/kem.598.168.
16. Latypov F. T., Mayer A. E., Krasnikov V. S. Dynamics of growth and collapse of nanopores in copper // *International Journal of Solids and Structures*. – 2020. – Vol. 202. – P. 418–433. – DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2020.06.027.
17. Additive manufactured marine component – Ni Al bronze propeller / R. B. Govindaraj, E. Junghans, I. Andersen, Y. ki Lim, P. Lindström // *Procedia Structural Integrity*. – 2021. – Vol. 34. – P. 20–25. – DOI: 10.1016/j.prostr.2021.12.039.
18. Shibamura K., Aihara S. Quantitative prediction of cleavage fracture toughness of ferrite steel without adjustable parameters // *Procedia Materials Science*. – 2014. – Vol. 3. – P. 1238–1243. – DOI: 10.1016/j.mspro.2014.06.201.
19. Improved stress intensity factors for selected configurations in cracked plates / R. Evans, A. Clarke, R. Gravina, M. Heller, R. Stewart // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2014. – Vol. 127. – P. 296–312. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2014.06.003.
20. Shen H., Guo W. 3D constraint effect on 3D fatigue crack propagation // *International Journal of Fatigue*. – 2005. – Vol. 27 (6). – P. 617–623. – DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2004.12.005.
21. Fracture capacity of girth welded pipelines with 3D surface cracks subjected to biaxial loading conditions / Y. Dake, I. Sridhar, X. Zhongmin, Sh.B. Kumar // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. – 2012. – Vol. 92. – P. 115–126. – DOI: 10.1016/j.ijpvp.2011.10.019.
22. Fracture analysis of girth welded pipelines with 3D embedded cracks subjected to biaxial loading conditions / D. Yi, Zh. M. Xiao, S. Idapalapati, Sh. B. Kumar // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2012. – Vol. 96. – P. 570–587. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2012.09.005.
23. On the micro-deformation mechanisms active in high-manganese austenitic steels under impact loading / B. Bal, B. Gumus, G. Gerstein, D. Canadinc, H. J. Maier // *Materials Science and Engineering: A*. – 2015. – Vol. 632. – P. 29–34. – DOI: 10.1016/j.msea.2015.02.054.
24. Anderson T. L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. – 2nd ed. – Boca Raton CRC Press, 2005. – 688 p. – DOI: 10.1201/9781482265583.
25. Neimitz A., Pala T., Dzioba I. Fracture toughness of Hardox-400 steel at the ductile-to-brittle transition temperature range – the influence of the in-plane constraint // *Solid State Phenomena*. – 2014. – Vol. 224. – P. 167–172. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/ssp.224.167.
26. Wang X. Elastic T-stress solutions for penny-shaped cracks under tension and bending // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2004. – Vol. 71 (16–17). – P. 2283–2298. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2004.02.001.

Makarenko I. V., Makarenko L. V. Kinetics of the redistribution of energy consumption during deformation of fracture surfaces in differently oriented semi-elliptical low-cycle cracks // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2026. – Iss. 4. – P. 35–46. – DOI: 10.17804/2410-9908.2026.4.035-046.

27. Neimitz A., Graba M., Galkiewicz J. An alternative formulation of the Ritchie–Knott–Rice local fracture criterion // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2007. – Vol. 74 (8). – P. 1308–1322. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2006.07.015.
28. Neimitz A., Galkiewicz J., Dzioba I. The ductile-to-cleavage transition in ferritic Cr-Mo-V steel: a detailed microscopic and numerical analysis // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2010. – Vol. 77 (13). – P. 2504–2526. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2010.06.003.
29. Neimitz, A., Galkiewicz, J. Approximation of strain-stress curves in front of a crack in a non-linear material // *International Journal of Fracture*. – 2010. – Vol. 161 (2). – P. 227–232. – DOI: 10.1007/s10704-010-9444-2.
30. Analysis of the quasi-static and dynamic fracture of the silica refractory using the mesoscale discrete element modelling / A. S. Grigoriev, A. V. Zabolotskiy, E. V. Shilko, A. I. Dmitriev, K. Andreev // *Materials*. – 2021. – Vol. 14 (23). – P. 7376. – DOI: 10.3390/ma14237376.
31. Additive manufacturing of ultrafine-grained high-strength titanium alloys / D. Zhang, D. Qiu, M. A. Gibson, Yu. Zheng, H. L. Fraser, D. H. Stjohn, M. A. Easton // *Nature*. – 2019. – Vol. 576 (7785). – P. 91–95. – DOI: 10.1038/s41586-019-1783-1.
32. Meng Q., Wang Zh. Creep damage models and their applications for crack growth analysis in pipes: a review // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2019. – Vol. 205. – P. 547–576. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2015.09.055.