

Received: 15.12.2025

Revised: 05.06.2026

Accepted: 12.06.2026

DOI: 10.17804/2410-9908.2026.4.021-034

A COMPUTATIONALLY EFFICIENT TECHNIQUE FOR SIMULATING FATIGUE DEGRADATION OF FIBER-REINFORCED POLYMER COMPOSITES

S. E. Asanidze^{1, a, *}, D. D. Ozhgibesova^{2, b}, V. O. Shtegman^{2, c}, D. M. Zaynullina^{2, d},
A. I. Borovkov^{1, e}, and V. V. Kozin^{2, f}

¹Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
29B Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

²CentroTech Engineering LLC,
8/A 25th Line of Vasilievsky Is., Ste. 1-N, St. Petersburg, 199106, Russia

- ^a  <https://orcid.org/0009-0009-4018-7619>  saba.asanidze2503@gmail.com;
^b  <https://orcid.org/0009-0009-3587-3673>  d.ozhgibesova@gmail.com;
^c  <https://orcid.org/0000-0002-7176-1785>  vshtegman@gmail.com;
^d  <https://orcid.org/0000-0003-3429-0870>  zaynullinadina86@gmail.com;
^e  <https://orcid.org/0000-0003-3177-0959>  borovkov@compmechlab.com;
^f  <https://orcid.org/0009-0005-1540-7625>  Slavaftf78@mail.ru

*Corresponding author. Email: saba.asanidze2503@gmail.com

Address for correspondence: ul. Politekhnikeskaya 29B, St. Petersburg, 195251, Russia
Tel.: +7 (911) 779-5083

This study addresses the simulation of fatigue degradation in fiber-reinforced polymer composites (FRPCs) under cyclic loading. A phenomenological model by M. Shokrieh and L. Lessard is used, incorporating both gradual and sudden failure modes through strength and stiffness degradation. A novel cycle accumulation strategy is proposed, where the number of elapsed cycles is defined as an exponential function of calculation time. The model is implemented as a user-defined UMAT subroutine in LS-DYNA. Verification and validation were performed against experimental data. The proposed approach significantly reduces calculation time and output data volume without compromising accuracy.

Keywords: composite materials, fatigue, strength degradation, stiffness degradation, LS-DYNA, UMAT, user-defined material models

References

1. Singh, P., Raghavender, V., Joshi, S., Vasant, N.P., Awasthi, A., Nagpal, A., and Abd al-saheb, A.J. Composite material: a review over current development and automotive application. *Materials Today: Proceedings*, 2023. DOI: 10.1016/j.matpr.2023.11.012.
2. Reddy, S.S.P., Suresh, R., Hanamantraygouda, M.B., and Shivakumar, B.P. Use of composite materials and hybrid composites in wind turbine blades. *Materials Today: Proceedings*, 2021, 46 (7), 2827–2830. DOI: 10.1016/j.matpr.2021.02.745.
3. Hashin, Z. and Rotem, A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. *Journal of Composite Materials*, 1973, 7 (4), 448–464. DOI: 10.1177/002199837300700404.
4. D'Amore, A. and Grassia, L. Comparative study of phenomenological residual strength models for composite materials subjected to fatigue: predictions at constant amplitude (CA) loading. *Materials (Basel)*, 2019, 12 (20), 3398. DOI: 10.3390/ma12203398.

5. Sendekyj, G.P. Fitting models to composite materials fatigue data. In: *Test Methods and Design Allowables for Fibrous Composites*, ed., C.C. Chamis, ASTM International, West Conshohocken, PA, 1981, STP734-EB, 245–260. DOI: 10.1520/stp29314s.
6. D'Amore, A., Caprino, G., Stupak, P., Zhou, J., and Nicolais, L. Effect of stress ratio on the flexural fatigue behaviour of continuous strand mat reinforced plastics. *Science and Engineering of Composite Materials*, 1996, 5 (1), 1–8. DOI: 10.1515/SECM.1996.5.1.1.
7. D'Amore, A. and Grassia, L. Constitutive law describing the strength degradation kinetics of fibre-reinforced composites subjected to constant amplitude cyclic loading. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 2016, 20, 1–12. DOI: 10.1007/s11043-015-9281-9.
8. Degrieck, J. and Van Paepegem, W. Fatigue damage modelling of fibre-reinforced composite materials: review. *Applied Mechanics Reviews*, 2001, 54, 279–300. DOI: 10.1115/1.1381395.
9. Van Paepegem, W. and Degrieck, J. Coupled residual stiffness and strength model for fatigue of fibre-reinforced composite materials. *Composites Science and Technology*, 2002, 62 (5), 687–696. DOI: 10.1016/S0266-3538(01)00226-3.
10. Shokrieh, M.M. and Lessard, L.B. Progressive fatigue damage modeling of composite materials. Part I. Modeling. *Journal of Composite Materials*, 2000, 34 (13), 1056–1080. DOI: 10.1177/002199830003401301.
11. Khan, A.I., Venkataraman, S., and Miller, I. Predicting fatigue damage of composites using strength degradation and cumulative damage model. *Journal of Composites Science*, 2018, 2 (1), 9. DOI: 10.3390/jcs2010009.
12. Kiauka, M., Kasatkin, M., Tcygantceva, I., Efimov-Soini, N., and Borovkov, A. Method for residual strain modeling taking into account mold and distribution of heat transfer coefficients for thermoset composite material parts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2021, 117, 2429–2443. DOI: 10.1007/s00170-021-07149-5.
13. ASTM D3479/D3479M–19.
14. Shokrieh, M.M. and Lessard, L.B. Progressive fatigue damage modeling of composite materials. Part II. Material characterization and model verification. *Journal of Composite Materials*, 2000, 34, 1081–1116. DOI: 10.1177/002199830003401302.
15. Naghipour, P., Pineda, E.J., Bednarczyk, B., Arnold, S.M., and Waas, A.M. Fatigue analysis of notched laminates: a time-efficient macro-mechanical approach. *Journal of Composite Materials*, 51 (15), 2163–2180. DOI: 10.1177/0021998316668569.
16. Russo, A., Sellitto, A., Curatolo, P., Acanfora, V., Saputo, S., and Riccio, A. A robust numerical methodology for fatigue damage evolution simulation in composites. *Materials (Basel)*, 2021, 14 (12), 3348. DOI: 10.3390/ma14123348.

Подана в журнал: 15.12.2025

УДК 51-3:51-72:678.84

DOI: 10.17804/2410-9908.2026.4.021-034

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНО ЭФФЕКТИВНАЯ МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ УСТАЛОСТНОЙ ДЕГРАДАЦИИ ВОЛОКНИСТЫХ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

С. Э. Асанидзе^{1, а, *}, Д. Д. Ожгибесова^{2, б}, В. О. Штегман^{2, в}, Д. М. Зайнуллина^{2, г},
А. И. Боровков^{1, д}, В. В. Козин^{2, е}

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»,
ул. Политехническая, д. 29, лит. Б, г. Санкт-Петербург, 195251, Россия

²Общество с ограниченной ответственностью «Центротех-Инжиниринг»,
Линия 25-я В. О., д. 8, лит. А, помещ. 1-Н, г. Санкт-Петербург, 199106, Россия

^а  <https://orcid.org/0009-0009-4018-7619>  saba.asanidze2503@gmail.com;
^б  <https://orcid.org/0009-0009-3587-3673>  d.ozhgibesova@gmail.com;
^в  <https://orcid.org/0000-0002-7176-1785>  vshtegman@gmail.com;
^г  <https://orcid.org/0000-0003-3429-0870>  zaynullinadina86@gmail.com;
^д  <https://orcid.org/0000-0003-3177-0959>  borovkov@compmechlab.com;
^е  <https://orcid.org/0009-0005-1540-7625>  Slavaftf78@mail.ru

*Ответственный автор. Электронная почта: saba.asanidze2503@gmail.com

Адрес для переписки: ул. Политехническая, д. 29, лит. Б, г. Санкт-Петербург, 195251, Россия

Тел.: +7 (911) 779-50-83

В работе рассматривается задача моделирования усталостной деградации механических свойств волокнистых полимерных композиционных материалов (ВПКМ) при циклическом нагружении. В основу положена феноменологическая модель M. Shokrieh и L. Lessard, описывающая постепенное и внезапное разрушение с учетом деградации прочности и жесткости. Предложен новый способ накопления циклов, при котором число пройденных циклов задается как экспоненциальная функция времени расчета. Модель реализована в виде пользовательской подпрограммы UMAT в LS-DYNA. Проведены верификация и валидация модели на основе экспериментальных данных. Предложенный подход позволяет значительно снизить время расчета и объем выходных данных без потери точности.

Ключевые слова: композиционные материалы, усталость, деградация прочности, деградация жесткости, LS-DYNA, UMAT, пользовательские модели материалов

1. Введение

Волокнистые полимерные композиционные материалы (ВПКМ) широко распространены в авиационной, автомобильной и энергетической областях промышленности, где важно обеспечить высокие показатели прочности, жесткости конструкции и заданный ресурс изделия при минимальной массе и габаритах [1]. Так, например, в авиации из ВПКМ могут быть изготовлены силовые элементы планеров, лопасти вертолетов и элементы несущих конструкций, которые при многократных циклах взлета и посадки испытывают циклические нагрузки. В энергетике с применением ВПКМ для лопастей ветрогенератора возможно увеличение длины лопасти за счет высоких удельных механических характеристик этих материалов, что повышает эффективность энергетической системы [2]. При этом лопасти ветрогенераторов находятся под воздействием постоянных знакопеременных ветровых нагрузок. Исходя

из этого, расчет на усталостную долговечность является актуальной проблемой для проектирования изделий из ВПКМ.

Усталость – это процесс зарождения и дальнейшего распространения трещин в материале, возникающий в результате циклических нагрузок. После появления усталостная трещина постепенно увеличивается, что может привести к разрушению материала.

Поведение композитных конструкций при усталостном нагружении изучалось рядом ученых. Модели, описанные в их исследованиях, основываются на концепциях усталостной долговечности, постепенной деградации жесткости и прочности и моделях микромеханики. Обычно при прогнозировании усталостной долговечности используют кривые зависимости между уровнем циклических напряжений и числом циклов нагружения до разрушения, известные как кривые $S-N$ [3]. Для построения этих кривых данные испытаний с постоянной амплитудой при различных уровнях напряжений аппроксимируются единой кривой. Циклические нагрузки постоянной амплитуды характеризуются средним уровнем напряжения σ_m и амплитудой колебаний напряжений относительно среднего уровня σ_a . Важным параметром является коэффициент асимметрии цикла R – отношение максимальных напряжений в цикле к минимальным. Ограничение этого подхода к прогнозированию заключается в том, что при низких уровнях напряжений проведение циклических испытаний до разрушения образца может занять слишком много времени. В результате этого испытания не охватывают весь спектр возможных в эксплуатации напряжений.

Феноменологические модели, основанные на эмпирическом приближении данных испытаний, описывают постепенное снижение механических свойств ВПКМ на макроскопическом уровне вследствие накопления повреждений. Их ограничение заключается в относительном упрощении сложного многослойного характера повреждений до нескольких скалярных параметров (прочность, жесткость), что не отражает полностью анизотропию и многоосное напряженное состояние в реальных конструкциях [4], а также в описании постепенного снижения механических свойств единым законом, который может быть не актуальным для описания поведения других ВПКМ. Тем не менее благодаря своей относительной простоте такие модели получили широкое распространение.

Считается, что разрушение наступает, когда остаточная прочность снижается до уровня приложенного напряжения. Поэтому во многих моделях остаточная прочность используется как показатель поврежденности.

Модель Sendeckyj [5] описывает зависимость прочности от числа циклов степенным законом с двумя приближенными параметрами. Существенным недостатком базовой модели Sendeckyj является то, что для разных R приходится заново подбирать параметры – фактически, модель в изначальной форме не учитывает влияние среднего напряжения. Для учета влияния асимметрии цикла R существуют различные модификации модели [4].

Модель Caprino [6] основывается на концепции «износа» прочности (wear-out), в явном виде включающей коэффициент R в формулы деградации прочности. Модель может использоваться для описания усталостного поведения ВПКМ при разных соотношениях нагрузок. Модель D'Amore [7] развивает подход Caprino: она сохраняет простоту (два-три приближенных параметра), но позволяет предсказывать развитие повреждений при накоплении приложенных циклов и остаточную прочность даже при переменной амплитуде нагрузок, т. е. в условиях переменного уровня нагружения.

Другим важным индикатором усталостного повреждения является остаточная жесткость ВПКМ, обычно оцениваемая по снижению модуля упругости или модуля сдвига. Деградации характеристик прочности и жесткости связаны: снижение прочности происходит одновременно с накоплением повреждений, вызывающих потерю жесткости [8]. J. Degrieck и W. V. Paeregem [9] разработали модель, в которой уравнения остаточной прочности и жесткости сопряжены через единый параметр поврежденности.

Обобщенная модель, предложенная M. Shokrieh и L. Lessard [10], учитывает модель деградации свойств материала и объединяет теории остаточной прочности и жесткости с критериями разрушения. Модель описывает, как в каждом слое ВПКМ падают прочностные и жесткостные характеристики по мере роста числа циклов, а разрушение прогнозируется по достижению критерия повреждения волокон или матрицы. Важное достоинство этой модели – возможность учитывать произвольный коэффициент асимметрии цикла R без необходимости нового подбора параметров. Недостатком является отсутствие учета изменения напряженно-деформированного состояния (НДС) по мере снижения жесткости. Для реализации модели авторы использовали метод конечных элементов (МКЭ).

В работе [11] модель M. Shokrieh и L. Lessard была дополнена моделью накопления повреждений для учета переменного НДС. Модель предполагает, что при переменных уровнях напряжений (нагрузки разной амплитуды и частоты) можно привести сложную историю нагрузки к эффективному числу пройденных циклов. Модель была реализована в виде пользовательского материала (UMAT) в программе конечно-элементного анализа Abaqus.

Применение пользовательских материалов обеспечивает широкие возможности для моделирования поведения композиционных материалов – от задач, связанных с накоплением усталостных повреждений и прочностными характеристиками, до задач, учитывающих термомеханическое взаимодействие и остаточные деформации [12].

В модели M. Shokrieh и L. Lessard количество пройденных циклов при моделировании циклического нагружения увеличивается на постоянную величину δn после каждого цикла нагружения-разгружения. Такой подход к моделированию накопления циклов требует адаптации δn , поскольку выбор слишком большого шага может привести к пропуску ключевых моментов деградации, в том числе момента разрушения, а слишком малый шаг значительно увеличивает время расчета за счет избыточной детализации на начальной стадии, когда свойства материала практически не изменяются.

В данной работе модель M. Shokrieh и L. Lessard реализована в программе конечно-элементного анализа LS-DYNA R11.1.0 в виде пользовательского материала с целью разработки нового вычислительно эффективного подхода моделирования циклического нагружения, позволяющего на этапе проектирования оценить усталостный ресурс конструктивных элементов из ВПКМ.

Таким образом, целью данной работы является валидация предложенного подхода моделирования усталостной деградации механических свойств, который позволяет снизить время расчета и объем выделенного дискового пространства.

2. Постановка задачи и методы решения

1.1. Обзор методов испытаний, исходные данные к разработке цифровой модели материала

Экспериментальное исследование свойств материала при циклических нагрузках проводится по стандарту ASTM-D 3479 [13], который регламентирует метод определения усталостного поведения композиционных материалов с полимерной матрицей. Стандарт предусматривает две независимые процедуры для определения изменения упругих и прочностных свойств в зависимости от количества приложенных циклов нагружения через построение кривых $\varepsilon-N$ и $S-N$ соответственно. Помимо данного метода, существуют комплексные методики испытаний [14], которые позволяют сократить длительность экспериментов путем одновременного получения зависимостей свойств жесткости и прочности от количества циклов при различных амплитудах нагружения. Методика предусматривает возможность получения свойств ортотропного материала, отвечающих различным режимам нагружения: растяжение–растяжение (T–T) и сжатие–сжатие (C–C). В первую очередь проводят испытания по стандарту ASTM-D 3479 и определяют предельное количество циклов. Далее повторяют каждое испытание на партии образцов, доводя до 40, 60, 75, 80 и 85 % от предельного количества цик-

лов и проводят статические испытания для определения свойств в плоскости слоя, устанавливая уровень влияния накопленных микрповреждений в результате многоциклового воздействия на прочность и жесткость образца. Такой цикл испытаний необходимо повторить минимум для двух уровней напряжения, обеспечивая постоянную амплитуду воздействия, но не превышая 40 и 60 % от предела прочности образца.

Разработка математической модели (ММ) и методики моделирования выполнена по экспериментальным данным о статических свойствах в плоскости слоя (табл. 1) и данным о постепенной деградации свойств при циклическом воздействии (табл. 2) [14]. Приведены ортотропные характеристики композиционного материала в локальной системе координат (1 – вдоль волокон, 2 – поперек волокон, 3 – по толщине). Упругие характеристики E11, E22, G12 и ν_{12} описывают линейно-упругое поведение однонаправленного слоя в его локальной системе координат и определяют связь между напряжениями и деформациями до начала разрушения. Прочностные характеристики S11T, S11C, S22T, S22C и S12 представляют собой предельные значения напряжений при различных видах нагружения и используются в критериях прочности для определения момента инициирования повреждения или разрушения слоя. В

Таблица 2 форма, размеры и способ закрепления образцов приняты согласно стандарту ASTM-D 3479 и комплексной методике испытаний.

Таблица 1

Исходные данные о статических свойствах в плоскости слоя

Свойства	Упругие		Прочностные	
Продольные при растяжении	E11T	147 ГПа	S11T	2000 МПа
Продольные при сжатии	E11C	147 ГПа	S11C	1200 МПа
Поперечные при растяжении	E22T	9 ГПа	S22T	53 МПа
Поперечные при сжатии	E22C	9 ГПа	S22C	204 МПа
Сдвиг в плоскости слоя	G12	5 ГПа	S12	137 МПа
Коэффициент Пуассона в плоскости слоя	ν_{12}	0,278	–	–

Таблица 2

Исходные данные к разработке цифровой модели

Свойства	Режим нагружения	Стандарт образца	Схема армирования	Наличие экспериментальных данных
E11T, S11T	T–T	ASTM 3039	[0] ₁₆	кривая S–N, данные о деградации прочности и жесткости
E11C, S11C	C–C	ASTM 3410	[0] ₂₄	кривая S–N, данные о деградации прочности
E22T, S22T	T–T	ASTM 3039	[90] ₁₆	кривая S–N, данные о деградации прочности и жесткости
E22C, S22C	C–C	ASTM 3410	[90] ₂₄	кривая S–N, данные о деградации прочности
G12T, S12T	T–T	ASTM 3518	[±45] _{2s}	кривая S–N, данные о деградации прочности и жесткости

1.2. Описание ММ

Ввиду того что экспериментальные данные получены на плоских образцах, исследовались только свойства в плоскости слоя, и в силу особенности структуры однонаправленных

ВПКМ целесообразно рассматривать упрощение матрицы жесткости трансверсально-изотропного тела [15].

Shokrieh, M. M. и Lessard, L. B. [10, 14] предложили феноменологическую математическую модель для описания усталостного поведения ВПКМ, в которой предусмотрены два типа деградации: внезапная деградация, т. е. «резкий отказ» (*sudden death*), и постепенная деградация, т. е. «износ» (*wear-out*). На рис.1 представлена связь кривых деградации прочности, получаемых при различных уровнях напряжений (σ_1 и σ_2), и кривой $S-N$.

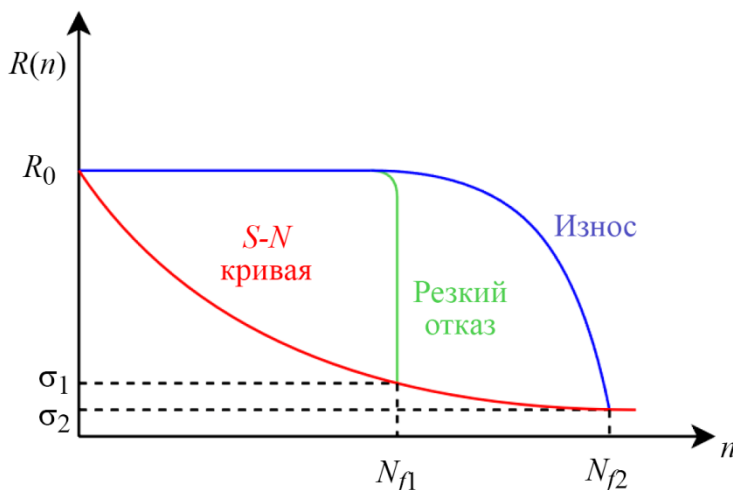


Рис. 1. Связь кривых деградации прочности, получаемых при различных напряжениях (σ_1 и σ_2), и кривой $S-N$

При внезапной деградации происходит мгновенное обнуление (или критическое снижение, около 10^{-3} от изначального значения) механических свойств при достижении критерия разрушения. Модель имитирует скачкообразное снижение несущей способности, связанное с образованием новой трещины. Такое поведение характерно при высоких уровнях напряжения. Напротив, при относительно низких уровнях напряжения свойства материала снижаются постепенно. Модель износа имитирует накопление повреждений: плавное снижение свойств материала в процессе циклического нагружения, вплоть до наступления момента разрушения.

Для описания поведения ВПКМ при циклическом нагружении вводятся три функциональные зависимости: нормализованная модель усталостной долговечности, нормализованная остаточная прочность и нормализованная остаточная жесткость.

В статье Khan et al. [11] выводится выражение для вычисления единого параметра нагружения u (1).

$$u = \frac{\ln(a/f)}{\ln[(1-q)(q+c)]}, \quad (1)$$

где $q = \sigma_m/\sigma_t$; $a = \sigma_a/\sigma_t$;

$c = \sigma_c/\sigma_t$;

$\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min})/2$ – амплитуда нагружения, Па;

$\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2$ – средняя нагрузка, Па;

σ_{max} – максимальные напряжения в цикле, Па;

σ_{min} – минимальные напряжения в цикле, Па;

σ_t – предел прочности на растяжение, Па;

σ_c – предел прочности на сжатие, Па;

f – параметр аппроксимации модели.

Параметр u используется в эмпирической модели для установления зависимости между уровнем нагружения и числом циклов до разрушения. М. Shokrieh и L. Lessard [10] предложили описывать эту зависимость линейной аппроксимацией логарифма числа циклов до разрушения как функции параметра u :

$$u = A + B \log N_f, \quad (2)$$

где A, B – приближенные параметры кривой; N_f – кол-во циклов до разрушения.

В статье [11] описывается, что использование формулы (1) совместно с моделью усталостной долговечности (2) для случая поперечного нагружения дает некорректную оценку N_f , вместо формулы (1) предлагается модифицированная формула для данного случая:

$$\hat{u} = \frac{\ln(\hat{a}/f)}{\ln[(\sigma_m/\sigma_c + 1)((\sigma_t/\sigma_c) - (\sigma_m/\sigma_c))]}, \quad (3)$$

где $\hat{a} = \sigma_a/\sigma_c$; $\hat{u}$ – модифицированный объединенный параметр нагружения.

В случае сдвига в плоскости слоя единый параметр нагружения u рассчитывается по формуле

$$u = \log_{10} \left[\frac{\ln(\frac{z}{f})}{\ln[(1-q)(1+q)]} \right], \quad (4)$$

где $z = \sigma_a/\sigma_{\text{shear}}$;

$q = \sigma_{\text{shear}}/S$;

σ_{shear} – напряжение в сдвиговом направлении;

S – предел прочности в сдвиговом направлении.

Остаточная прочность и жесткость при нагрузке σ в цикле n рассчитываются по формулам (5) и (6) соответственно, нормализованное количество циклов – по формуле (7):

$$R(n, \sigma, k) = [1 - \bar{n}^\beta]^{1/\alpha} (R_s - \sigma) + \sigma \quad (5)$$

$$E(n, \sigma, k) = [1 - \bar{n}^\lambda]^{1/\gamma} \left(E_s - \frac{\sigma}{\varepsilon_f} \right) + \frac{\sigma}{\varepsilon_f}, \quad (6)$$

$$\bar{n} = \frac{\log_{10}(n) - \log_{10}(0.25)}{\log_{10}(N_f) - \log_{10}(0.25)}, \quad (7)$$

где R_s – начальная прочность, Па;

E_s – начальная жесткость, Па;

n – кол-во прошедших циклов;

$\bar{n}$ – нормализованное число циклов;

$k = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ – коэффициент асимметрии;

ε_f – средняя деформация до разрушения;

$\alpha, \beta, \lambda, \gamma$ – приближенные параметры кривой [13].

1.3. Методика моделирования усталостной деградации свойств в LS-DYNA

Для моделирования свойств и проведения процедуры верификации и валидации разработана серия модельных задач в соответствии с табл. 2 в программном обеспечении конечно-элементного моделирования LS-DYNA R11.1.0 с применением неявной схемы интегриро-

вания. На рис. 2 представлены граничные условия и конечно-элементная модель образца, выполненная из оболочечных элементов. Нагружение образца осуществляется путем приложения нагрузки на правую накладку, левая накладка зафиксирована. Слоистая структура в элементах задается через карточку `*PART_COMPOSITE`, обеспечивающую связь между глобальной и локальной системами координат (ГСК и ЛСК). Задание нагрузки с реализацией амплитуды нагружения возможно двумя способами (рис. 2 а и б):

- а) явное задание цикла нагружения–разгружения, например, в виде синусоиды [16];
- б) задание нагрузки как табличной функции от времени с участком нагрузки от минимального до максимального уровня и участком постоянной нагрузки на максимальном уровне до конца расчетного времени.

В данной работе подход задания нагрузки в виде табличной функции реализован совместно с новым подходом к накоплению приложенных циклов, который состоит в следующем: количество прошедших циклов n в явном виде зависит от времени расчета t по формуле

$$n = 10^t. \quad (8)$$

В отличие от подхода, где n увеличивается на заранее заданный инкремент δn после каждого цикла (далее «подход А») [10, 11], в предложенном подходе (далее «подход Б») скорость накопления циклов возрастает по логарифмической шкале: на ранних этапах моделирования пропускается минимальное количество циклов (единицы циклов), что обеспечивает высокую точность на стадии начального накопления повреждений. В то же время на поздних этапах моделирования, когда счет идет на тысячи и десятки тысяч циклов, пропускается значительно большее их количество, однако относительная погрешность остается незначительной и сопоставимой с таковой на начальных этапах.

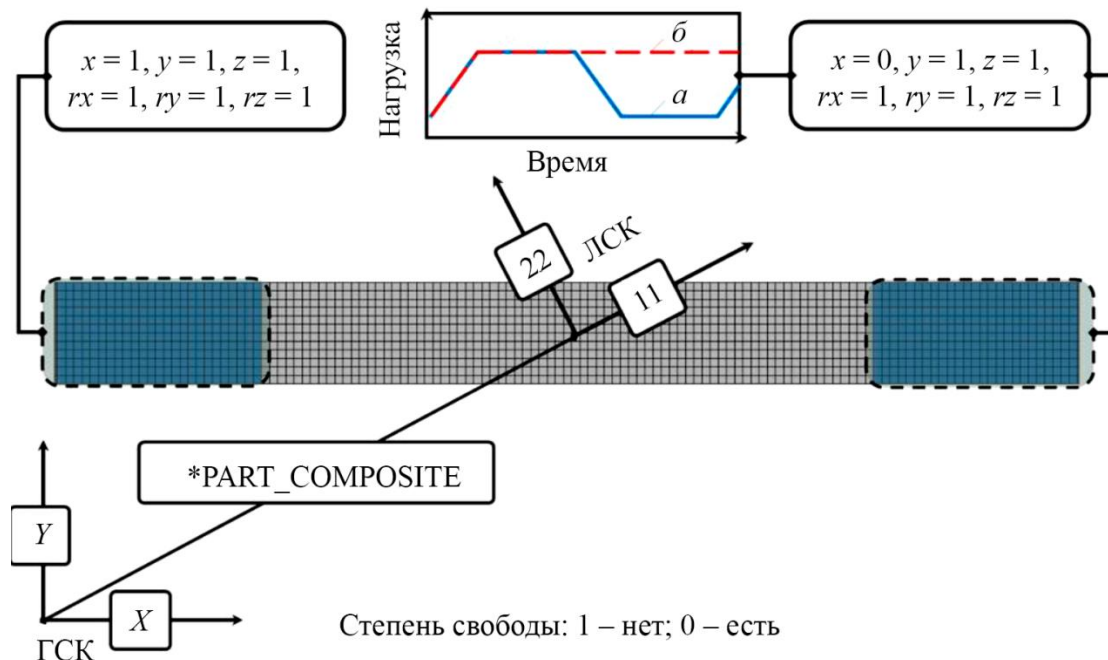


Рис. 2. Граничные условия

Математическая модель материала реализована на языке Fortran в пользовательской подпрограмме UMAT LS-DYNA с матрицей жесткости трансверсально-изотропного материала. Блок-схема, описывающая алгоритм пользовательского материала, приведена на рис. 3.

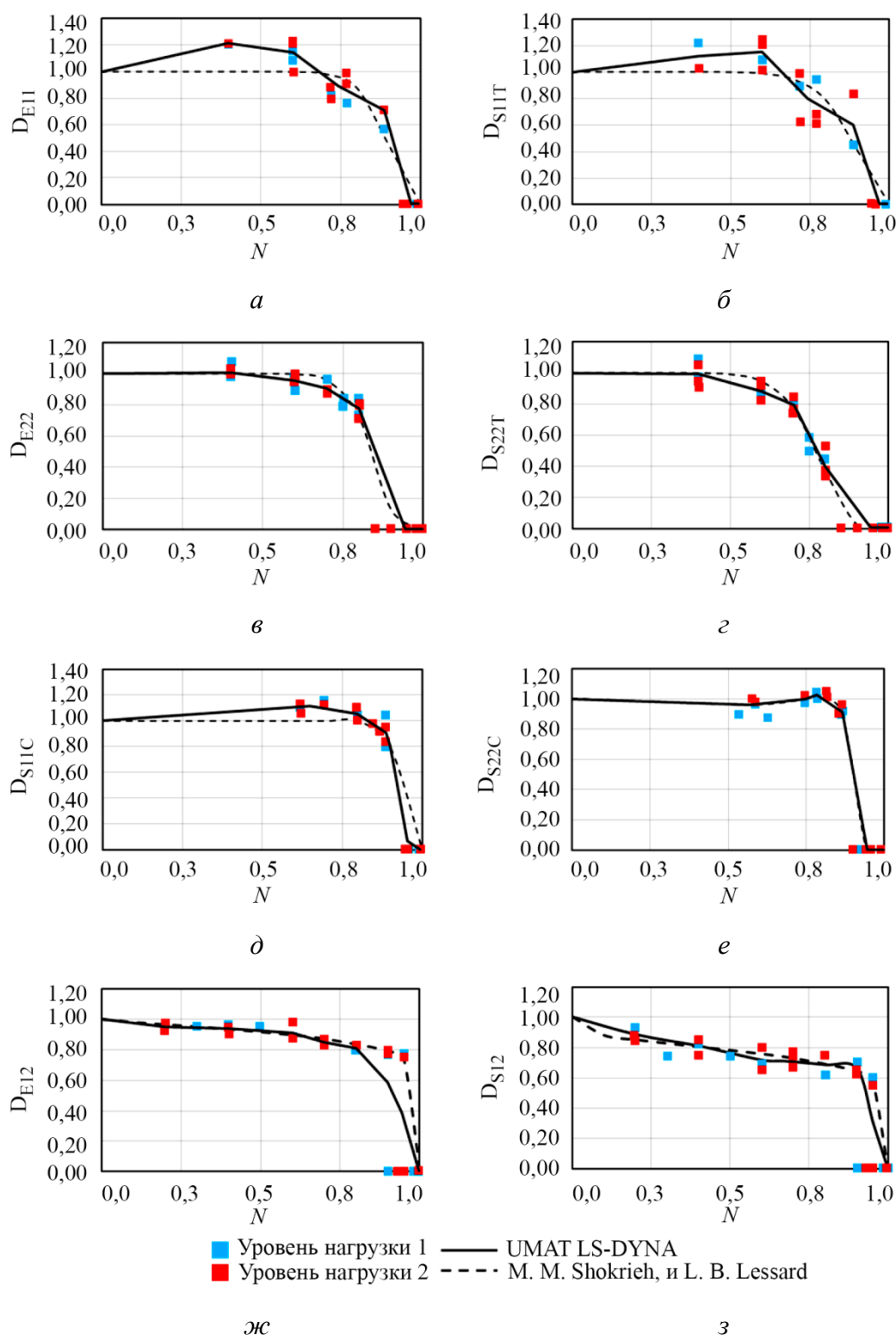


Рис. 4. Функции деградации жесткости и прочности: деградация жесткости в продольном направлении (а); деградация прочности в продольном направлении на растяжение (б); деградация жесткости в поперечном направлении (в); деградация прочности в поперечном направлении на растяжение (г); деградация прочности в продольном направлении на сжатие (д); деградация прочности в поперечном направлении на сжатие (е); деградация жесткости в сдвиговом направлении (ж); деградация прочности в сдвиговом направлении (з)

Для универсализации модели с целью описания большего разнообразия экспериментальных данных других материалов в данной работе задание зависимости остаточной прочности и жесткости от количества нормализованных циклов ($\bar{n}$) осуществляется через табличные функции, сообщаемые подпрограмме UMAT через встроенный функционал LS-DYNA (*DEFINE_CURVE). В процессе расчета пользовательская подпрограмма обращается к табличным функциям деградации параметров жесткости и прочности для получения соответствующих значений на текущем цикле. В интервалах между экспериментальными точками значения интерполируются линейно. Табличные функции получены путем осреднения экспериментальных данных по уровням $\bar{n}$. На рис. 4 приведены используемые кривые, построенные по точкам табличных функций, в сравнении с функциональной зависимостью М. М. Shokrieh, и L. B. Lessard, [10] и экспериментальными данными.



Рис. 3. Алгоритм работы UMAT

В качестве критерия разрушения для реализации методики моделирования выбран критерий максимальных напряжений. Данный критерий является необходимым и достаточным для описания разрушения при плоском напряженном состоянии в случае одноосного нагружения в рамках рассматриваемых модельных задач. Для уточнения критерия разрушения необходимы экспериментальные данные, полученные, например, на перекрестно-армированных образцах, выполненных в соответствии со стандартом ASTM D-3039 при простом одноосном нагружении, где компоненты тензора напряжений или деформаций будут описывать различные комбинации НДС.

3. Результаты

1.4. Верификация и валидация

Модель достоверно реализует деградацию жесткости и прочности с течением времени (циклов) в зависимости от уровня напряжений вплоть до наступления момента разрушения: численная погрешность верификации составляет менее 0,5 %. Результаты валидации модельных задач, выполненных согласно табл. 2, представлены на рис. 5: погрешности модели находятся в пределах 5 %.

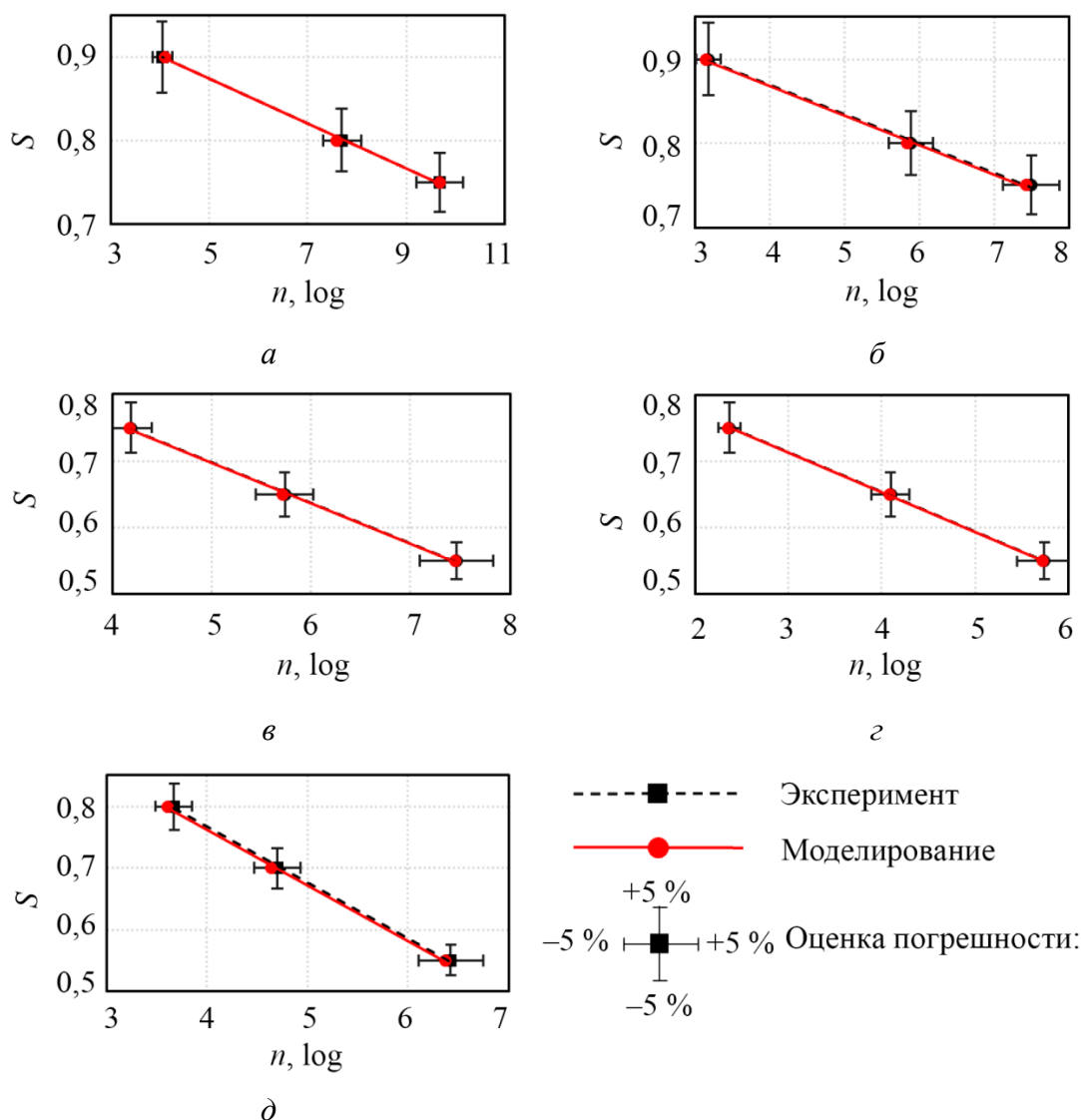


Рис. 5. Результаты валидации модельных задач: кривые S – n для продольных свойств при растяжении и сжатии (а, б); кривые S – n для поперечных свойств при растяжении и сжатии (в, г); кривые S – n для свойств сдвига в плоскости слоя (д)

1.5. Валидация применимости предложенного подхода

С целью оценки преимущества предложенной стратегии моделирования накопления циклов были проведены сравнения по времени расчета и объему используемого дискового пространства, которые представлены, соответственно, на рис. 6 и 7. Величина $\delta n = 20$ была выбрана как наиболее оптимальная для нагрузки $\sigma_{max} = 0,8S$: она позволяет подробно проследить усталостное поведение и при этом не приводит к необоснованно большим вычислительным затратам. Время расчета и объем памяти были нормированы относительно максимальных значений, полученных при уровне $\sigma_{max} = 0,8S$.

При отношении нагрузки, равному 0,7 от предела прочности, объем дискового пространства, необходимого для хранения результатов расчета с использованием подхода А, достигает 61,93 условных единиц, в то время как подход Б требует 3,56, что соответствует экономии более чем в 17 раз. Сходная тенденция наблюдается и при анализе времени расчета: для самой низкой нагрузки (0,7) подход А требует 14,80 условных единиц времени, тогда как подход Б – всего 1,33, обеспечивая ускорение процесса почти в 11 раз.

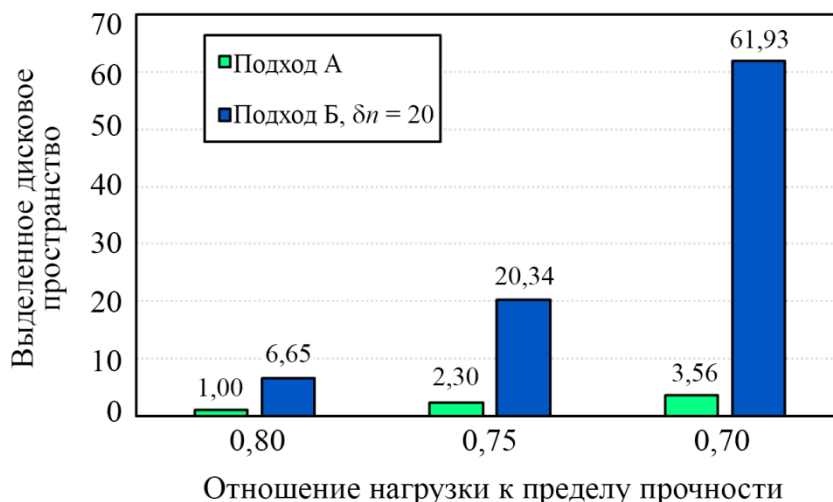


Рис. 6. Диаграмма выделенного дискового пространства

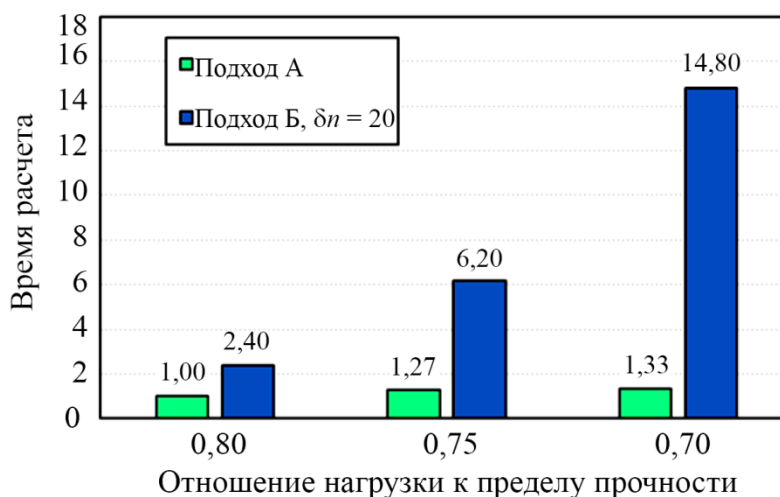


Рис. 7. Диаграмма времени расчета

Важно отметить, что эффективность нового алгоритма возрастает при уменьшении уровня нагрузки, что особенно ценно в контексте моделирования долговременных усталостных процессов. Таким образом, предложенный подход демонстрирует высокую вычислительную эффективность и практическую применимость, особенно в задачах, где существующие подходы [16] становятся избыточно ресурсоемкими.

4. Заключение

В данной работе рассмотрено моделирование усталостного поведения ВПКМ на основе феноменологической модели деградации остаточной прочности и жесткости, предложенной М. Shokrieh и L. Lessard [10]. Разработана и численно реализована модель усталостной долговечности ВПКМ в виде пользовательской подпрограммы UMAT в программе конечно-элементного анализа LS-DYNA R11.1.0.

С целью повышения вычислительной эффективности предложен новый подход к моделированию накопления циклов, при котором число циклов возрастает как экспоненциальная функция от времени расчета. Такой подход позволяет адаптивно изменять шаг расчета, увеличивая точность на начальных этапах и снижая вычислительные затраты на поздних.

Проведены верификация и валидация модели на основе экспериментальных данных, полученных для однонаправленных образцов при различных режимах циклического нагру-

жения (растяжение–растяжение и сжатие–сжатие). Анализ влияния стратегии на затраты по времени расчета и объему хранения результатов показал более чем десятикратную экономию ресурсов по сравнению с подходом с постоянным шагом.

Таким образом, предложенную методику можно использовать для предварительной оценки усталостной долговечности композиционных элементов на этапе проектирования, обеспечивая высокую точность прогноза при значительном снижении вычислительной нагрузки.

Литература

1. Composite material: a review over current development and automotive application / P. Singh, V. Raghavender, S. Joshi, N. P. Vasant, A. Awasthi, A. Nagpa, A. J. Abd al-saheb // *Materials Today: Proceedings*. – 2023. – DOI: 10.1016/j.matpr.2023.11.012.
2. Use of composite materials and hybrid composites in wind turbine blades / S. S. P. Reddy, R. Suresh, M. B. Hanamantraygouda, B. P. Shivakumar // *Materials Today: Proceedings*. – 2021. – Vol. 46 (7). – P. 2827–2830. – DOI: 10.1016/j.matpr.2021.02.745.
3. Hashin Z., Rotem A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials // *Journal of Composite Materials*. – 1973. – Vol. 7 (4). – P. 448–464. – DOI: 10.1177/002199837300700404.
4. D'Amore A., Grassia L. Comparative study of phenomenological residual strength models for composite materials subjected to fatigue: predictions at constant amplitude (CA) loading // *Materials (Basel)*. – 2019. – Vol. 12 (20). – P. 3398. – DOI: 10.3390/ma12203398.
5. Sendekyj G. P. Fitting models to composite materials fatigue data // *Test Methods and Design Allowables for Fibrous Composites* / ed. by C. C. Chamis. – West Conshohocken, PA : ASTM International, 1981. – Vol. STP734-EB. – P. 245–260. – DOI: 10.1520/STP29314S.
6. Effect of stress ratio on the flexural fatigue behaviour of continuous strand mat reinforced plastics / A. D'Amore, G. Caprino, P. Stupak, J. Zhou, L. Nicolais // *Science and Engineering of Composite Materials*. – 1996. – Vol. 5 (1). – P. 1–8. – DOI: 10.1515/SECM.1996.5.1.1.
7. D'Amore A., Grassia L. Constitutive law describing the strength degradation kinetics of fibre-reinforced composites subjected to constant amplitude cyclic loading // *Mechanics of Time-Dependent Materials*. – 2016. – Vol. 20. – P. 1–12. – DOI: 10.1007/s11043-015-9281-9.
8. Degrieck J., Van Paepegem W. Fatigue damage modelling of fibre-reinforced composite materials: review // *Applied Mechanics Reviews*. – 2001. – Vol. 54. – P. 279–300. – DOI: 10.1115/1.1381395.
9. Van Paepegem W., Degrieck J. Coupled residual stiffness and strength model for fatigue of fibre-reinforced composite materials // *Composites Science and Technology*. – 2002. – Vol. 62 (5). – P. 687–696. – DOI: 10.1016/S0266-3538(01)00226-3.
10. Shokrieh M. M., Lessard L. B. Progressive fatigue damage modeling of composite materials. Part I. Modeling // *Journal of Composite Materials*. – 2000. – Vol. 34 (13). – P. 1056–1080. – DOI: 10.1177/002199830003401301.
11. Khan A. I., Venkataraman S., Miller I. Predicting fatigue damage of composites using strength degradation and cumulative damage model // *Journal of Composites Science*. – 2018. – Vol. 2 (1). – Art. 9. – DOI: 10.3390/jcs2010009.
12. Method for residual strain modeling taking into account mold and distribution of heat transfer coefficients for thermoset composite material parts / M. Kiauka, M. Kasatkin, I. Tcygantceva, N. Efimov-Soini, A. Borovkov // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2021. – Vol. 117. – P. 2429–2443. – DOI: 10.1007/s00170-021-07149-5.
13. ASTM D3479/D3479M–19.
14. Shokrieh M. M., Lessard L. B. Progressive fatigue damage modeling of composite materials. Part II. Material characterization and model verification // *Journal of Composite Materials*. – 2000. – Vol. 34 (13). – P. 1081–1116. – DOI: 10.1177/002199830003401302.
15. Fatigue analysis of notched laminates: a time-efficient macro-mechanical approach / P. Naghipour, E. J. Pineda, B. A. Bednarczyk, S. M. Arnold, A. M. Waas // *Journal of Composite Materials*. – 2017. – Vol. 51 (15). – P. 2089–2103. – DOI: 10.1177/0021998316668569.
16. A robust numerical methodology for fatigue damage evolution simulation in composites / A. Russo, A. Sellitto, P. Curatolo, V. Acanfora, S. Saputo, A. Riccio // *Materials (Basel)*. – 2021. – Vol. 14 (12). – Art. 3348. – DOI: 10.3390/ma14123348.