

**Received:** 07.04.2023

**Revised:** 20.06.2023

**Accepted:** 25.08.2023



**DOI:** 10.17804/2410-9908.2023.4.015-028



## SOME PROBLEMS OF HEAT AND MASS TRANSFER DURING THE OPERATION OF ENGINEERING SYSTEMS IN MULTIPHASE ENVIRONMENTS

M. Yu. Filimonov<sup>1, 2, a), \*</sup> and N. A. Vaganova<sup>1, 2, b)</sup>

<sup>1</sup>*N. N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of RAS,  
16 S. Kovalevskoy St., Ekaterinburg, 620108, Russia*

<sup>2</sup>*Ural Federal University, 19 Mira St., Ekaterinburg, 620002, Russia*

a)  <https://orcid.org/0000-0002-9561-5416>  [fmy@imm.uran.ru](mailto:fmy@imm.uran.ru);

b)  <https://orcid.org/0000-0001-6966-9050>  [vna@imm.uran.ru](mailto:vna@imm.uran.ru)

\*Corresponding author. E-mail: [fmy@imm.uran.ru](mailto:fmy@imm.uran.ru)

Address for correspondence: ul. S. Kovalevskoy, 16, Ekaterinburg, 620108, Russia

Tel.: +7 (343) 375-3480

Three types of problems related to problems of heat and mass transfer in the soil are considered. The first class of problems deals with the diagnostics of damage of underground pipelines by thermal fields on the soil surface. The second type studies the dynamics of changes in the temperature of a geothermal reservoir depending on the temperature of the water entering this reservoir and the pressure gap between injection and production wells. The third-type problems consider the propagation of non-stationary thermal fields in the soil from operated engineering systems in the permafrost. The main attention is paid to long-term forecasting of the propagation of non-stationary thermal fields in the frozen soil between operating production wells of northern oil and gas fields. In problems of the first two classes, which served as a basis for the development of problems of the third type, water filtration in the soil is considered, and thermal fields propagate in single-phase media. The third-class problems take into account possible phase transitions in the soil when describing non-stationary thermal fields in permafrost soils, leading to Stefan-type problems. Accounting for water migration for the specific third-type problems on the determination of the radius of frozen soil thawing from production wells in northern oil and gas fields does not significantly affect this process since lateral water migration above the groundwater level is minimal. Therefore, only the latent heat of the initial water content is taken into consideration. This paper discusses a mathematical model containing the most significant physical and climatic data affecting the distribution of thermal fields in permafrost rocks and presents the results of numerical calculations.

**Keywords:** heat and mass transfer, wells, permafrost, computer modelling

### Acknowledgment

*The Uran supercomputer, IMM UB RAS, was used in the numerical calculations.*

### References

1. Obu, J., Westermann, S., Bartsch, A., Berdnikov, N., Christiansen, H.H., Dashtseren, A., Delaloye, R., Elberling, B., Etzelmüller, B., Kholodov, A., Khomutov, A., Käab, A., Leibman, M.O., Lewkowicz, A.G., Panda, S.K., Romanovsky, V., Way, R.G., Westergaard-Nielsen, A., Wu, T., Yamkhin, J., and Zou, D. Northern Hemisphere permafrost map based on TTOP modelling for 2000–2016 at 1 km<sup>2</sup> scale. *Earth-Science Reviews*, 2019, 193, 136–155. DOI: 10.1016/j.earscirev.2019.04.023.
2. Obu, J. How much of the Earth's surface is underlain by permafrost? *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 2021, 126, e2021JF006123. DOI: 10.1029/2021JF006123.

3. Romanovsky, V.E., Drozdov, D.S., Oberman, N.G., Malkova, G.V., Kholodov, A.L., Marchenko, S.S., Moskalenko, N.G., Sergeev, D.O., Ukraintseva, N.G., Abramov, A.A., Gilichinsky, D.A., and Vasiliev, A.A. Thermal state of permafrost in Russia. *Permafrost and Periglacial Processes*, 2010, 21, 136–155. DOI: 10.1002/ppp.683.
4. Nitzbon, J., Westermann, S., Langer, M., Martin, Léo C.P., Strauss, J., Laboor, S., and Boike, J. Fast response of cold ice-rich permafrost in northeast Siberia to a warming climate. *Nature Communications*, 2020, 11, 2201. DOI: 10.1038/s41467-020-15725-8.
5. Vaganova, N. and Filimonov, M.Yu. Different shapes of constructions and their effects on permafrost. *AIP Conference Proceedings*, 2016, 1789, 020019. DOI: 10.1063/1.4968440.
6. Gladkikh, V.S., Ilin, V.P., Petukhov, A.V., and Krylov, A.M. Numerical modeling of non-stationary heat problems in a two-phase medium. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, 1715 (1), 012002. DOI: 10.1088/1742-6596/1715/1/012002.
7. Wu, Q., Zhang, Z., Gao, S., and Ma, W. Thermal impacts of engineering activities on permafrost in different alpine ecosystems in Qinghai-Tibet Plateau, China. *The Cryosphere*, 2016, 10, 1695–1706. DOI: 10.5194/tc-10-1695-2016.
8. Schneider von Deimling, T., Lee, H., Ingeman-Nielsen, T., Westermann, S., Romanovsky, V., Lamoureux, S., Walker, D.A., Chadburn, S., Trochim, E., Cai, L., Nitzbon, J., Jacobi, S., and Langer, M. Consequences of permafrost degradation for Arctic infrastructure – bridging the model gap between regional and engineering scales. *The Cryosphere*, 2021, 15, 2451–2471. DOI: 10.5194/tc-15-2451-2021.
9. Nelson, F.E., Anisimov, O.A., and Shiklomanov, N.I. Subsidence risk from thawing permafrost. *Nature*, 2001, 410 (6831), 889–890. DOI: 10.1038/35073746.
10. Pepin, N., Bradley, R.S., Diaz, H.F., Baraer, M., Caceres, E.B., Forsythe, N., Fowler, H., Greenwood, G., Hashmi, M.Z., Liu, X.D., Miller, J.R., Ning, L., Ohmura, A., Palazz, E., Rangwala, I., Schöner, W., Severskiy, I., Shahgedanova, M., Wang, M.B., Williamson, S.N., and Yang, D.Q. Elevation-dependent warming in mountain regions of the world. *Nature Climate Change*, 2015, 5, 424–430. DOI: 10.1038/nclimate2563.
11. Guo, D. and Wang, H. CMIP5 permafrost degradation projection: a comparison among different regions. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 2016, 121 (9), 4499–4517. DOI: 10.1002/2015JD024108.
12. Guo, D. and Wang, H. Permafrost degradation and associated ground settlement estimation under 2°C global warming. *Climate Dynamics*, 2017, 49, 2569–2583. DOI: 10.1007/s00382-016-3469-9.
13. Chadburn, S.E., Burke, E.J., Cox, P.M., Friedlingstein, P., Hugelius, G., and Westermann, S. An observation-based constraint on permafrost loss as a function of global warming. *Nature Climate Change*, 2017, 7, 340–344. DOI: 10.1038/nclimate3262.
14. Wang, K., Zhang, T., Zhang, X., Clow, G.D., Jafarov, E.E., Overeem, I., Romanovsky, V., Peng, X., and Cao, B. Continuously amplified warming in the Alaskan Arctic: implications for estimating global warming hiatus. *Geophysical Research Letters*, 2017, 44, 9029–9038. DOI: 10.1002/2017GL074232.
15. Vasiliev, A.A., Drozdov, D.S., Gravis, A.G., Malkova, G.V., Nyland, K.E., and Streletskiy, D.A. Permafrost degradation in the Western Russian Arctic. *Environmental Research Letters*, 2020, 15, 045001. DOI: 10.1088/1748-9326/ab6f12.
16. Alexandrov, G.A., Ginzburg, V.A., Insarov, G.E., and Romanovskaya, A.A. CMIP6 model projections leave no room for permafrost to persist in Western Siberia under the SSP5-8.5 scenario. *Climatic Change*, 2021, 169 (3), 1–11. DOI: 10.1007/s10584-021-03292-w.
17. Biskaborn, B.K., Smith, S.L., Noetzli, J., et al. Permafrost is warming at a global scale. *Nature Communications*, 2019, 10 (1), 264. DOI: 10.1038/s41467-018-08240-4.
18. Moiseev, V., Komarova, T., and Petryaev, A. Year-round thermal stabilization of permafrost soils during road construction in the northern climatic zone of Russia. *E3S Web Conf.*, 2023, 383, 02010. DOI: 10.1051/e3sconf/202338302010.

19. Vaganova, N.A. and Filimonov, M.Yu. Simulation of cooling devices and effect for thermal stabilization of soil in a cryolithozone with anthropogenic impact. *Lecture Notes in Computer Science*, 2019, 11386, 580–587. DOI 10.1007/978-3-030-11539-5\_68.
20. Vaganova, N.A. Mathematical model of testing of pipeline integrity by thermal fields. *AIP Conference Proceedings*, 2014, 1631, 37–41. DOI 10.1063/1.4902455.
21. Vaganova, N.A. Simulation of thermal fields from an underground pipeline at the ground surface. *AIP Conference Proceedings*, 2017, 1910, 020005. DOI 10.1063/1.5013942.
22. Vaganova, N.A. and Filimonov, M.Yu. Numerical analysis and diagnostics of pipelines by thermal fields. *AIP Conference Proceedings*, 2020, 2312, 050026. DOI: 10.1063/5.0035412.
23. Bashurov, V.V., Vaganova, N.A., and Filimonov, M.Yu. Numerical Simulation of Thermal Conductivity Processes with Fluid Filtration in Soil. *Vychislitelnye Tekhnologii*, 2011, 16 (4), 3–18. (In Russian).
24. Vaganova, N. and Filimonov, M.Yu. Refinement of model of an open geothermal system. *AIP Conference Proceedings*, 2016, 1789, 020020. DOI: 10.1063/1.4968441.
25. Filimonov, M.Yu., Akimova, E.N., Misilov, V.E., and Vaganova, N.A. Numerical simulation of temperature fields in an open geothermal system on multicore processors. *Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources*, 2022, 8 (2), 76. DOI: 10.1007/s40948-022-00386-2.
26. Filimonov, M.Yu. and Vaganova, N.A. Optimal simulation of design and operation of geothermal systems. In: Y. Noorollahi, M.N. Naseer, M.M. Siddiqi, eds. *Utilization of Thermal Potential of Abandoned Wells: Fundamentals, Applications and Research*, Academic Press, 2022, 3, 35–57. DOI: 10.1016/B978-0-323-90616-6.00003-8.
27. Kamnev, Ya.K., Filimonov, M.Yu., Shein, A.N., and Vaganova, N.A. Automated monitoring the temperature under buildings with pile foundations in Salekhard (preliminary results). *Geography, Environment, Sustainability*, 2021, 14 (4), 75–82. DOI: 10.24057/2071-9388-2021-021.
28. Filimonov, M.Yu., Kamnev, Ya.K., Shein, A.N., and Vaganova, N.A. Modeling the temperature field in frozen soil under buildings in the city of Salekhard taking into account temperature monitoring. *Land*, 2022, 11 (7), 1102. DOI: 10.3390/land11071102.
29. Filimonov, M.Yu. and Vaganova N.A. Thawing of permafrost during the operation of wells of North-Mukerkamyl oil and gas field. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*, 2021, 14 (6), 795–804. DOI: 10.17516/1997-1397-2021-14-6-795-804.
30. Filimonov, M. and Vaganova, N. Permafrost thawing from different technical systems in Arctic regions. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2017, 72, 012006. DOI: 10.1088/1755-1315/72/1/012006.
31. Samarskii, A.A. and Moiseyenko, B.D. An economic continuous calculation scheme for the Stefan multidimensional problem. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1965, 5 (5), 43–58. DOI: 10.1016/0041-5553(65)90004-2.
32. Samarsky, A.A. and Vabishchevich, P.N. *Computational Heat Transfer, Vol. 2: The Finite Difference Methodology*, Wiley, New York, Chichester, 1995, 432 p.
33. Lamontagne-Hallé, P., McKenzie, J.M., Kurylyk, B.L., Molson, J., and Lyon, L.N. Guidelines for cold-regions groundwater numerical modeling. *WIREs Water*, 2020, 7 (6). DOI: 10.1002/wat2.1467.
34. Yang, X., Hu, J., Ma, R., and Sun, Z. Integrated hydrologic modelling of groundwater-surface water interactions in cold regions. *Front. Earth Sci.*, 2021, 9, 721009. DOI: 10.3389/feart.2021.721009.
35. Hinkel, K.M., Outcalt, S.I., and Taylor, A.E. Seasonal patterns of coupled flow in the active layer at three sites in northwest north America. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 1997, 34 (5), 667–678. DOI: 10.1139/e17-053.
36. Kurylyk, B.L. and Watanabe, K. The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils. *Advances in Water Resources*. 2013, 60, 160–177. DOI: 10.1016/j.advwatres.2013.07.016.

37. Kurylyk, B.L., Hayashi, M., Quinton, W.L., McKenzie, J.M., and Voss, C.I. Influence of vertical and lateral heat transfer on permafrost thaw, peatland landscape transition, and groundwater flow. *Water Resources Research*, 2016, 52, 20, 1286–1305. DOI: 10.1002/2015WR018057.
38. Magnússon, R.Í., Hamm, A., Karsanaev, S.V., Limpens, J., Kleijn, D., Frampton, A., Maximov, T.C., and Heijmans, M.M.P.D. Extremely wet summer events enhance permafrost thaw for multiple years in Siberian tundra. *Nature Communications*, 2022, 13, 1556. DOI: 10.1038/s41467-022-29248-x.
39. Painter, S.L., Karra, S. Constitutive model for unfrozen water content in subfreezing unsaturated soils. *Vadose Zone Journal*, 2014, 13 (4), 1–8. DOI: 10.2136/vzj2013.04.0071.
40. Sjöberg, Y., Coon, E., Sannel, A.B.K.R., Pannetier, R., Harp, D., Frampton, A., Painter, S.L., and Lyon, S.W. Thermal effects of groundwater flow through subarctic fens: a case study based on field observations and numerical modeling. *Water Resources Research*, 2016, 52 (3), 1591–1606. DOI: 10.1002/2015WR017571.
41. Orgogozo L., Prokushkin A.S., Pokrovsky, O.S., Grenier, C., Quintard, M., Viers, J., Audry, S. Water and energy transfer modelling in a permafrost-dominated, forested catchment of Central Siberia: the key role of rooting depth. *Permafrost and Periglacial Processes*, 2019, 30, 75–89. DOI: 10.1002/ppp.1995.
42. Sergeyev F., Kiselyov, F. Iterative refinement of the boundary condition in the numerical solution of the thermoelasticity problem. In: P. Akimov, N. Vatin, eds. *Proceedings of FORM 2021, Series Lecture Notes in Civil Engineering*, Springer, Cham, 2022, 170, 329–338. DOI: 10.1007/978-3-030-79983-0\_31.



Подана в журнал: 07.04.2023  
УДК 551.34, 536.5, 519.68  
DOI: 10.17804/2410-9908.2023.4.015-028



## НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В МНОГОФАЗНЫХ СРЕДАХ

М. Ю. Филимонов<sup>1, 2, а), \*</sup>, Н. А. Ваганова<sup>1, 2, б)</sup>

<sup>1</sup>Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук,  
ул. Софьи Ковалевской, 16, г. Екатеринбург, 620108, Россия

<sup>2</sup>Уральский федеральный университет,  
ул. Мира 19, г. Екатеринбург, 620002, Россия

<sup>а)</sup>  <https://orcid.org/0000-0002-9561-5416>  fmy@imm.uran.ru;

<sup>б)</sup>  <https://orcid.org/0000-0001-6966-9050>  vna@imm.uran.ru

\* Ответственный автор. Электронная почта: fmy@imm.uran.ru

Адрес для переписки: ул. Софьи Ковалевской, 16, г. Екатеринбург, 620108, Россия  
Тел.: 8 (343) 375–34–80

Рассматриваются три типа задач, связанных с задачами тепломассопереноса в грунте. Первый класс задач связан с диагностикой повреждений подземных трубопроводов по тепловым полям на поверхности грунта. Второй тип задач посвящен исследованию динамики изменения температуры геотермального резервуара в зависимости от температуры воды, поступающей в этот резервуар, и перепада давлений между нагнетательными и добывающими скважинами. Третий класс задач посвящен изучению распространения нестационарных тепловых полей в грунте от эксплуатируемых технических систем в районе распространения вечной мерзлоты. Основное внимание уделено долгосрочному прогнозированию распространения нестационарных тепловых полей в мерзлом грунте между работающими добывающими скважинами северных нефтегазовых месторождений. В первых двух классах задач, которые послужили основой для разработки задач третьего типа, учитывается фильтрация жидкости в грунте, а тепловые поля распространяются в однофазных средах. В третьем классе задач учитываются возможные фазовые переходы в грунте при описании нестационарных тепловых полей в многолетнемерзлых грунтах, приводящих к задачам типа Стефана. Учет миграции жидкости для конкретных рассматриваемых задач третьего типа, связанных с определением радиуса оттаивания мерзлого грунта от добывающих скважин на северных нефтегазовых месторождениях, не оказывает существенного влияния на этот процесс, поскольку боковая миграция воды выше уровня грунтовых вод минимальна. Поэтому учитывается только скрытая теплота начального содержания воды. В предложенной работе рассматривается математическая модель, содержащая наиболее существенные физические и климатические данные, влияющие на распространение тепловых полей в многолетнемерзлых породах, приводятся результаты численных расчетов.

**Ключевые слова:** тепломассоперенос, скважины, вечная мерзлота, компьютерное моделирование

### 1. Введение

Вечная мерзлота занимает около четверти от общей площади Северного полушария [1, 2]. В России более 60 % территории занимает криолитозона [3], в которой добывается 93 % природного газа и 75 % нефти. Потенциальные запасы углеводородов здесь оцениваются в 90 миллиардов баррелей нефти и 47,3 триллиона кубических метров природного газа (13 и 30 % неоткрытых мировых запасов). Толщина многолетнемерзлых пород (ММП)

в криолитозоне изменяется от 10 до 800 метров. Таяние вечной мерзлоты из-за глобального потепления или различных воздействий, связанных с деятельностью человека, будет сопровождаться оседанием поверхности земли и развитием криогенных опасных геологических процессов, называемых термокарстом [4–17]. Производство и транспортировка нефти и газа также оказывают существенное влияние на вечную мерзлоту, поскольку теплая нефть нагревает трубы в скважинах и трубопроводах; к деградации вечной мерзлоты могут привести и другие производственные процессы. Поэтому проблема снижения интенсивности тепловых взаимодействий в системе «источник тепла – ММП» имеет особое значение для решения задач энергосбережения, охраны окружающей среды, безопасности, экономии средств и повышения эксплуатационной надежности различных инженерных сооружений. В работе рассматриваются различные модели тепломассопереноса, связанные с описанием распространения нестационарных тепловых полей в грунте от различных технических систем с учетом не только наиболее значимых климатических факторов (сезонные изменения температуры и интенсивности солнечного излучения из-за географического расположения объекта), но и технические особенности строительства эксплуатационных скважин, а также другие типы технических систем, таких как отсыпки, резервуары, трубопроводы, факельные системы, сезоннодействующие охлаждающие устройства [18, 19].

Учет солнечного излучения был использован авторами в задачах, связанных с диагностикой целостности подземных продуктопроводов по тепловым полям на дневной поверхности [20, 21]. При компьютерном моделировании трехмерных тепловых полей от подземного трубопровода в окружающем его грунте учитывались следующие физические факторы: термодиффузионные свойства грунта, неоднородность грунта, возможные повреждения поверхности трубопровода, а также солнечная радиация на дневной поверхности (рис. 1 а). Расчет теплового поля от подземного трубопровода с повреждением теплоизоляции трубопровода приведен на рис. 1 б. Линия АВ на дневной поверхности находится над местом повреждения трубопровода. Алгоритм определения повреждений подземного трубопровода описан в работе [22].

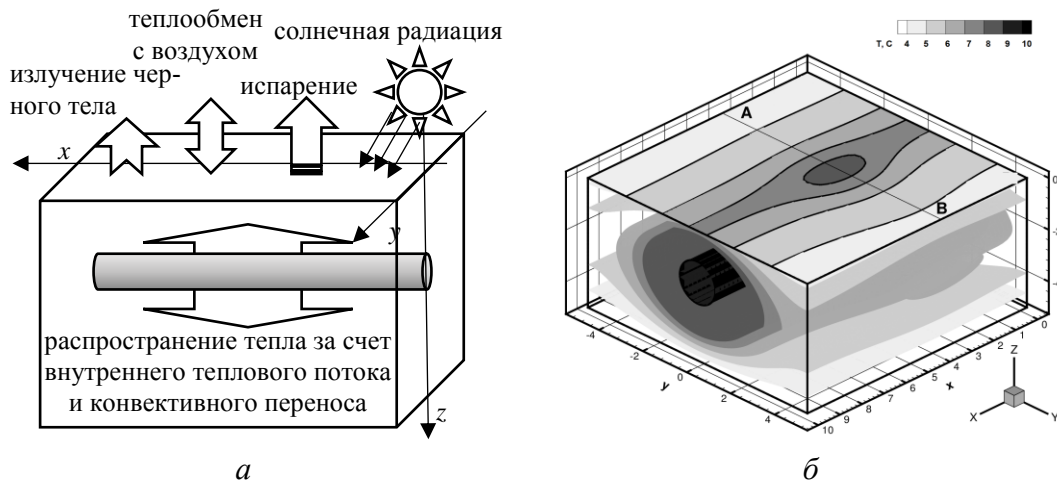


Рис. 1. Основные тепловые потоки в грунте (а); тепловые поля от подземного трубопровода с поврежденной теплоизоляцией (б)

В работе [23] учитывается также и фильтрация жидкости в грунте вдоль оси  $z$ .

При моделировании геотермальных задач [24, 25], связанных с добычей горячей воды из геотермального резервуара из добывающей скважины  $\Omega_2$ , учитывается фильтрация холодной воды, закачиваемой после использования горячей в скважину  $\Omega_1$  (рис. 2).

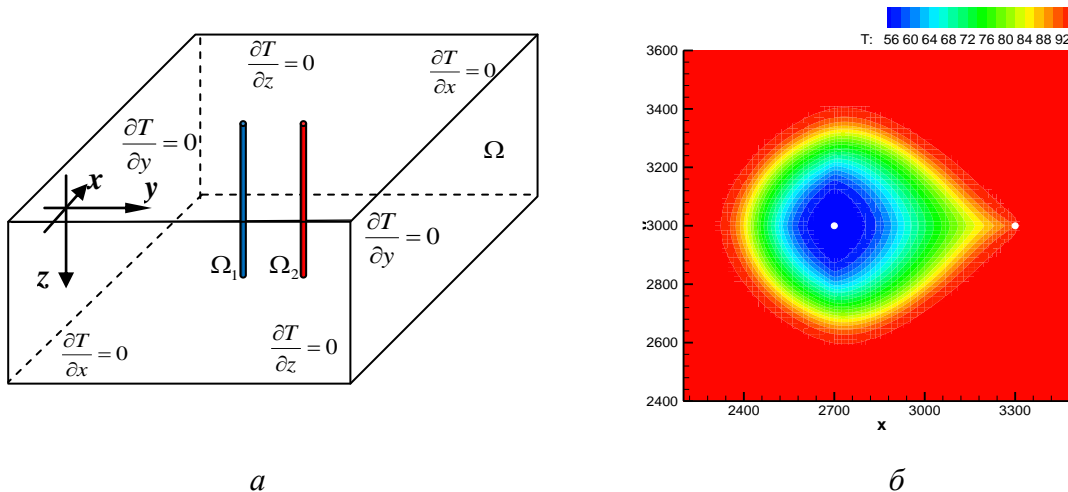


Рис. 2. Схема расчетной области и краевые условия для геотермальной системы (а); температурное поле в геотермальном резервуаре в горизонтальной плоскости  $xu$  после 15 лет эксплуатации геотермальной станции, состоящей из двух скважин (б)

Обзор различных геотермальных задач, исследуемых авторами, содержится в главе 3 монографии [26]. Описанные для геотермального резервуара задачи тепломассопереноса не учитывают возможность фазового перехода при замерзании и оттаивания грунта в криолитозоне.

Для моделирования тепловых полей при проведении строительства различных инженерных объектов в зоне ММП следует учитывать вместе с климатическими данными и возможные источники тепла от скважин, трубопроводов, фундаментов сооружений и т. п. Для верификации численных методик используются термометрические скважины, которые позволяют проверить и повысить точность получаемого решения за счет имеющихся параметров [27, 28]. В работе основное внимание уделено описанию моделей распространения нестационарных тепловых полей от эксплуатируемых северных нефтегазовых месторождений. Предложенные модели и численные алгоритмы были опробованы на 15 северных российских нефтяных и газовых месторождениях. Без проведения таких расчетов по долгосрочному прогнозированию распространения тепловых полей в окрестности скважин невозможно начинать эксплуатацию таких месторождений. Важной проблемой применения любых алгоритмов для решения поставленной задачи является адаптация алгоритмов к конкретному географическому месту на основании температурных данных из разведочных скважин. В отличие от ранее использованных подходов в [29, 30], в настоящей работе использован новый способ привязки разработанного алгоритма к конкретной кустовой площадке северного нефтегазового месторождения.

## 2. Постановка задачи и математическая модель

При обустройстве кустовых площадок для северных нефтегазовых месторождений большое значение имеет точное определение радиуса растепления (положение изотермы фазового перехода) от скважин, поскольку при проектировании кустовой площадки завышенное расстояние между скважинами приводит к существенному увеличению затрат на обустройство кустовых площадок. Существуют нормативные документы, регламентирующие расстояния между скважинами. Для кустовых площадок различных месторождений необходимо в каждом случае рассчитывать радиусы протаивания как для нетеплоизолированных, так и для теплоизолированных конструкций с учетом характеристик мерзлого разреза и температуры флюида. Согласно нормативным документам, расстояние между двумя скважинами не может быть меньше, чем 2 радиуса растепления от одиночной скважины за 25–30 лет

ее эксплуатации. Было показано, что расчет радиуса от одиночной скважины не может гарантировать требуемого расстояния между соседними скважинами, поскольку растепление ММП между двумя соседними эксплуатируемыми добывающими скважинами происходит быстрее, чем растепление от одиночной скважины. Поэтому и требуется рассчитывать радиусы растепления в пространстве между двумя соседними скважинами. Для моделирования тепловых полей в зоне ММП при эксплуатации различных технических систем следует учитывать различные климатические и физические факторы. К первой группе факторов относится учет солнечного излучения, сезонное изменение температуры воздуха, приводящее к периодическому протаиванию (промерзанию) грунта, снежный покров и т. п. Ко второй группе факторов относятся теплофизические параметры грунтов, меняющиеся от влажности, их неоднородность и температура. Для полного моделирования тепловых полей при проведении строительства различных инженерных объектов в зоне ММП дополнительно следует учитывать возможные источники тепла от них и теплофизические параметры применяемой теплоизоляции. Основные тепловые потоки, возникающие при эксплуатации кустовых площадок, приведены на рис. 3.

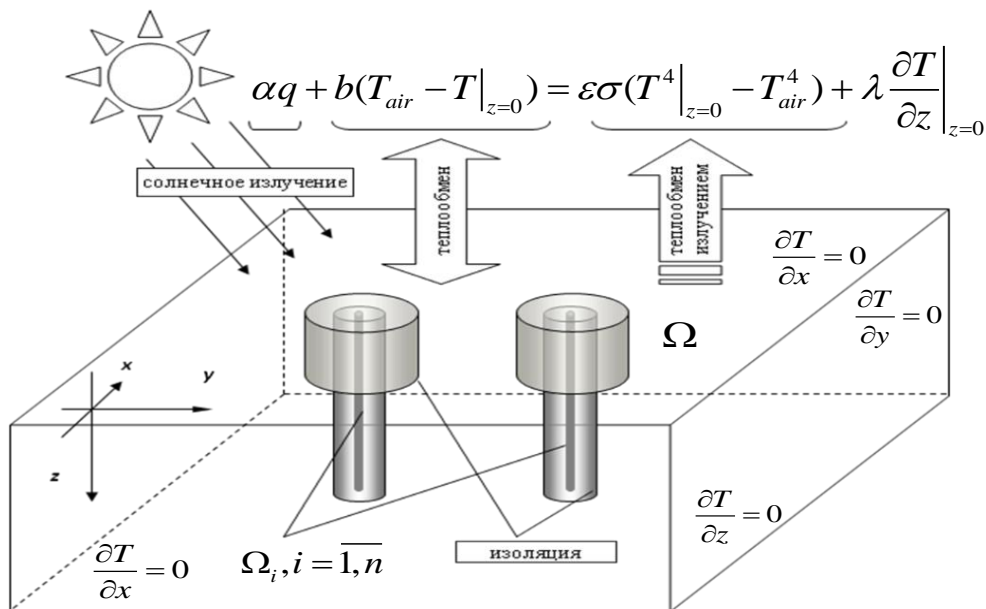


Рис. 3. Основные тепловые потоки и краевые условия двух скважин ( $n = 2$ )

В качестве основной математической модели для учета излучения от каждой скважины используется уравнение контактной (диффузионной) теплопроводности с неоднородными коэффициентами, включающее локализованную теплоемкость фазового перехода [31, 32]. Такой подход позволяет решать задачу типа Стефана без явного выделения границы фазового перехода. Теплота фазового превращения вводится с применением дельта-функции Дирака  $\delta$  как сосредоточенная теплоемкость фазового перехода в коэффициент теплоемкости. Получаемая таким образом разрывная функция затем «распределяется» по температуре и не зависит от числа измерений и фаз. В предложенной модели не учитывается миграция жидкости [33–35], которая не будет оказывать существенного влияния на распространение тепловых полей в мерзлом грунте от добывающих скважин, поскольку боковая миграция воды выше уровня грунтовых вод минимальна. Существует множество подходов к решению таких проблем, которые учитывают взаимосвязь между водо- и теплообменом и влияние бокового стока подземных вод [36–41].

Пусть в начальный момент времени  $t_0 = 0$  грунт занимает заданный параллелепипед  $\Omega$  и имеет температуру  $T_0(x, y, z)$ . Расчетная область представляет собой трехмерный паралле-



лепипед, в котором оси  $x$  и  $y$  расположены параллельно поверхности грунта, а ось  $z$  направлена вниз. Будем считать, что размер области  $\Omega$  определяется положительными числами  $L_x, L_y, L_z$ :  $-L_x \leq x \leq L_x, -L_y \leq y \leq L_y, -L_z \leq z \leq 0$ . Для моделирования распространения тепла в этом объеме была предложена следующая математическая модель. Пусть  $T = T(t, x, y, z)$  – температура грунта в точке  $(x, y, z)$  в момент времени  $t$ . Основные тепловые потоки, связанные с климатическими факторами, на поверхности грунта  $z = 0$  представлены на рис. 3. В качестве граничного условия на поверхности грунта – основной зоне формирования естественных тепловых полей – используется уравнение баланса потоков, приносящих и уносящих энергию, с учетом основных климатических факторов: среднемесячной температуры воздуха и мощности солнечного излучения (в основном в летние месяцы). Через  $T_{air}(t)$  обозначена температура воздуха в приповерхностном слое, которая изменяется периодически в соответствии с годичным температурным циклом,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>) – постоянная Стефана–Больцмана,  $b = b(t, x, y)$  – коэффициент теплообмена,  $\varepsilon = \varepsilon(t, x, y)$  – коэффициент серости. Коэффициенты теплообмена и серости зависят от типа и состояния поверхности грунта. Суммарная солнечная радиация  $q(t)$  состоит из суммы прямой солнечной радиации и рассеянной радиации. Грунтом поглощается только часть суммарной радиации, равной  $\alpha q(t)$ , где  $\alpha = \alpha(t, x, y)$  – доля энергии, ушедшая на нагрев грунта, которая в общем случае зависит от состояния атмосферы, угла падения солнечных лучей, т. е. широты местности и времени суток. Заметим, что солнечное излучение исследователи все чаще начинают учитывать в своих моделях [42], связанных с задачами, возникающими при обустройстве северных нефтегазовых месторождений.

В общем случае моделирование процессов распространения тепла в грунте сводится к решению в области  $\Omega$  уравнения

$$\rho(c_v(T) + k\delta(T - T^*)) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda(T) \text{grad } T) \quad (1)$$

с учетом начального условия

$$T(0, x, y, z) = T_0(x, y, z). \quad (2)$$

Здесь  $\rho = \rho(x, y, z)$  – плотность [кг/м<sup>3</sup>],  $T^* = T^*(x, y, z)$  – температура фазового перехода,  $c_v(T)$  – удельная теплоемкость [Дж/(кг·К)],

$$c_y(T) = \begin{cases} c_1(x, y, z) \text{ при } T < T^*, \\ c_2(x, y, z) \text{ при } T > T^*, \end{cases}$$

$\lambda(T)$  – коэффициент теплопроводности [Вт/(м·К)],

$$\lambda(T) = \begin{cases} \lambda_1(x, y, z) \text{ при } T < T^*, \\ \lambda_2(x, y, z) \text{ при } T > T^*, \end{cases}$$

$k = k(x, y, z)$  – теплота фазового перехода,  $\delta$  – дельта-функция Дирака. Коэффициенты, входящие в уравнение (1), могут меняться в различных точках расчетной области ввиду неоднородности грунта. Обоснование применимости этого уравнения для решения задач типа Стефана приведено в работе [18] и в монографии [19].

Баланс потоков на поверхности грунта  $z = 0$  определяет соответствующее нелинейное граничное условие

$$\alpha q + b(T_{air} - T|_{z=0}) = \varepsilon\sigma(T^4 - T_{air}^4) + \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0}. \quad (3)$$

Учет поглощенной и отраженной солнечной энергии в условии (3) является сложной задачей, поскольку при выборе параметров  $\alpha$  и  $\varepsilon$  присутствует много неопределенностей. В идеале для полного количественного описания солнечной радиации, поглощенной и отраженной поверхностью грунта в конкретной географической местности, нужно учитывать много факторов, которые, как правило, неизвестны. Для того чтобы воспользоваться численными методами, необходимо на границах расчетной области  $\Omega$  задать, например, краевые условия

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\pm L_x} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\pm L_y} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=-L_z} = 0, \quad (4)$$

которые при больших размерах  $\Omega$  не будут оказывать существенного влияния на получающееся решение. Здесь очень важной задачей является правильное определение размеров  $L_x$  и  $L_y$ , поскольку с увеличением этих размеров происходит и увеличение числа узлов расчетной сетки, что может привести к нехватке машинной памяти, а при малых числах  $L_x$  и  $L_y$  краевое условие (4) будет оказывать существенное влияние на результаты численного моделирования (особенно если расстояние между скважинами планируется выбрать минимальным).

Скважины являются источниками тепла, температура которых соответствует температурам находящихся в них флюидов  $T_i(t)$ . В связи с этим возникают дополнительные условия на поверхности этих объектов:

$$T|_{\Omega_i} = T_i(t), \quad i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Таким образом, для моделирования распространения нестационарных тепловых полей на кустовой площадке нефтегазового месторождения от скважин требуется решить задачу (1)–(5), в которой учтены не только климатические (сезонные изменения температуры и интенсивность солнечного излучения, обусловленные географическим расположением месторождения) и физические (различные теплофизические характеристики неоднородного грунта, меняющиеся со временем) факторы, но и инженерные особенности конструкций скважин, включая различные температуры нефти для добывающих скважин.

### 3. Численная реализация процесса растепления (промерзания) грунтов на кустовой площадке

В основу численной методики был заложен алгоритм, хорошо зарекомендовавший себя для нахождения тепловых полей от подземных трубопроводов [20, 22], но с учетом специфики, связанной с возможными фазовыми переходами в грунте. Новый механизм привязки алгоритма к конкретному северному месторождению основан на том, что, согласно термометрическим наблюдениям, на глубине 10 метров температура грунта практически не зависит от сезонных изменений температуры воздуха и известен промежуток ее изменения в течение года. В соответствии с этими данными подбираются начальные условия таким образом, чтобы на глубине 10 метров примерно выполнялось условие нахождения расчетной температуры в заданном промежутке изменения температуры на основе данных термометрической скважины. Обычно для этого достаточно 4–5 расчетов для различных начальных условий. Эти расчеты температур целесообразно проводить вблизи границы расчетной области в первые годы начала эксплуатации кустовой площадки, пока влияние от скважин не сказывается на распределении температуры на границе расчетной области.

Был разработан комплекс программ по моделированию распространения нестационарных тепловых полей и определению радиусов растепления в мерзлом грунте от добывающих скважин, расположенных на северных нефтегазовых месторождениях. Ниже приведены результаты численных расчетов для трех добывающих скважин. Выбиралась следующая расчетная область: 70 м (по оси  $x$ )  $\times$  50 м (по оси  $y$ )  $\times$  40 м (по оси  $z$ ). Сетка состояла из

$251 \times 151 \times 101 = 3828001$  узлов. Месяцем начала эксплуатации скважин выбирался октябрь. Оси трех скважин расположены соответственно на отметках 20, 40 и 50 м. Рабочая площадка, на которой располагались скважины, имеет сверху отсыпку толщиной 2 метра (бетонные плиты и песок).

Температура флюида в скважинах считается равной  $+25$  °С. Результаты численных расчетов представлены на рис. 4. Полученные тепловые поля иллюстрируют картину растепления ММП в процессе эксплуатации трех скважин в течение 5 и 15 лет соответственно.

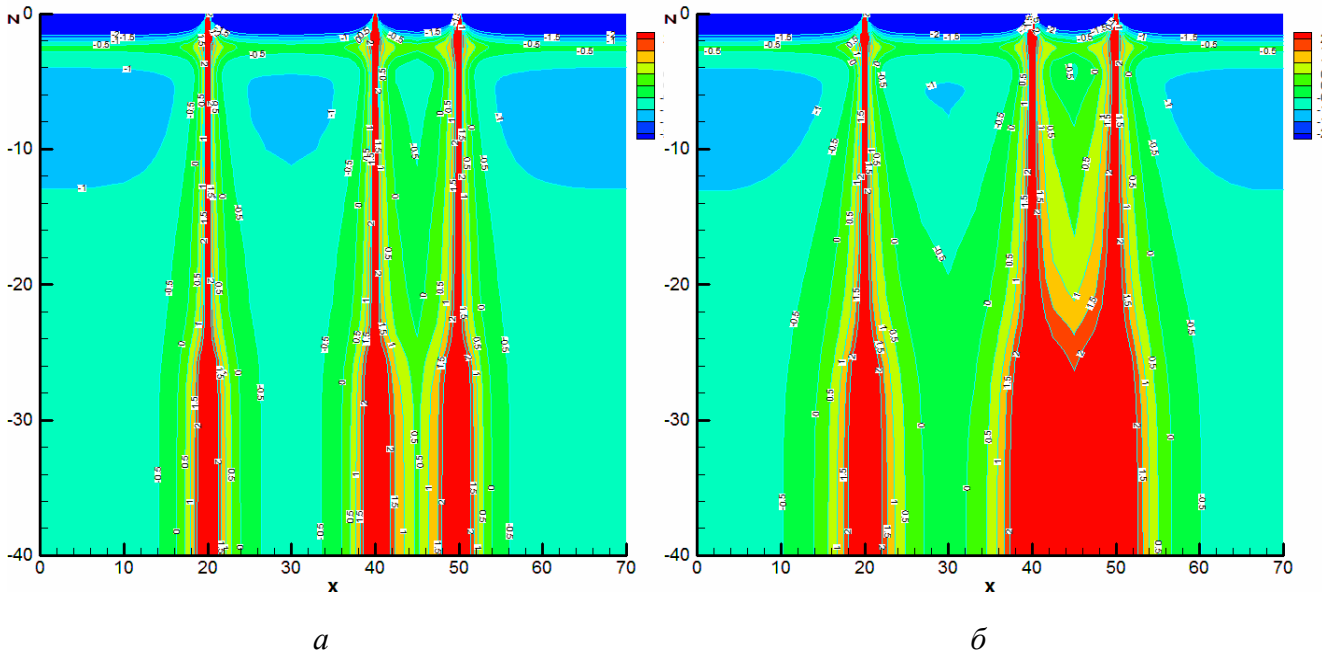


Рис. 4. Температурные поля от трех скважин через 5 (а) и 15 (б) лет после начала эксплуатации

Численные расчеты показали, что для конкретного северного нефтегазового месторождения расстояние между скважинами 10 метров является недостаточным для соблюдения строительных нормативов для вечномёрзлых грунтов. Точность численного алгоритма была проверена в 2012 году для российского нефтяного месторождения Русское, для которого полученные численные результаты отличались от экспериментальных менее чем на 5 % через 3 года после начала эксплуатации месторождения.

#### 4. Заключение

Описаны три класса задач, связанных с распространением нестационарных трёхмерных тепловых полей в грунте. Первый класс задач связан с диагностикой повреждений подземных трубопроводов, второй класс задач связан с задачами моделирования геотермальных систем. Эти два класса задач были использованы для построения моделей и идей алгоритмов для третьего класса задач, связанных с обустройством и эксплуатацией северных нефтегазовых месторождений. Для третьего типа задач разработаны математическая модель, алгоритмы, адаптирующиеся к конкретному географическому месту, а также комплекс программ для численного моделирования нестационарных трехмерных тепловых полей в системе «скважины–многолетнемерзлые породы», позволяющий проводить вычислительные эксперименты и делать долговременные прогнозы по оценке радиуса растепления мерзлых пород от теплоизолированных скважин с учетом годичного цикла оттаивания/промерзания верхних слоев грунта под воздействием сезонных изменений температуры воздуха и интенсивности солнечного излучения. В ходе численных расчетов были выявлены некоторые закономерности

сти по увеличению скорости распространения радиусов растепления от двух соседних скважин навстречу друг другу в зависимости от различных параметров, что может послужить основанием для корректировки строительных стандартов.

### Благодарность

*При проведении численных расчетов был использован суперкомпьютер «Уран» ИММ УрО РАН.*

### Литература

1. Northern Hemisphere permafrost map based on TTOP modelling for 2000–2016 at 1 km<sup>2</sup> scale / J. Obu, S. Westermann, A. Bartsch, N. Berdnikov, H. H. Christiansen, A. Dashtseren, R. Delaloye, B. Elberling, B. Etzelmueller, A. Kholodov, A. Khomutov, A. Käab, M. O. Leibman, A. G. Lewkowicz, S. K. Panda, V. Romanovsky, R. G. Way, A. Westergaard-Nielsen, T. Wu, J. Yamkhin, D. Zou // *Earth Science Reviews*. – 2019. – Vol. 193. – P. 136–155. – DOI: 10.1016/j.earscirev.2019.04.023.
2. Obu J. How much of the Earth's surface is underlain by permafrost? // *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*. – 2021. – Vol. 126. – P. e2021JF006123. – DOI: 10.1029/2021JF006123.
3. Thermal state of permafrost in Russia / V. E. Romanovsky, D. S. Drozdov, N. G. Oberman, G. V. Malkova, A. L. Kholodov, S. S. Marchenko, N. G. Moskalenko, D. O. Sergeev, N. G. Ukraintseva, A. A. Abramov, D. A. Gilichinsky, A. A. Vasiliev // *Permafrost and Periglacial Processes*. – 2010. – Vol. 21. – P. 136–155. – DOI: 10.1002/ppp.683.
4. Fast response of cold ice-rich permafrost in northeast Siberia to a warming climate / J. Nitzbon, S. Westermann, M. Langer, L. C. P. Martin, J. Strauss, S. Laboor, J. Boike // *Nature Communications*. – 2020. – Vol. 11. – P. 2201. – DOI: 10.1038/s41467-020-15725-8.
5. Vaganova N., Filimonov M. Yu. Different shapes of constructions and their effects on permafrost // *AIP Conference Proceedings*. – 2016. – Vol. 1789. – P. 020019. – DOI: 10.1063/1.4968440.
6. Numerical modeling of non-stationary heat problems in a two-phase medium / V. S. Gladkikh, V. P. Ilin, A. V. Petukhov, A. M. Krylov // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. – Vol. 1715, No. 1. – P. 012002. – DOI: 10.1088/1742-6596/1715/1/012002.
7. Thermal impacts of engineering activities on permafrost in different alpine ecosystems in Qinghai-Tibet Plateau, China / Q. Wu, Z. Zhang, S. Gao, W. Ma // *The Cryosphere*. – 2016. – Vol. 10. – P. 1695–1706. – DOI: 10.5194/tc-10-1695-2016.
8. Consequences of permafrost degradation for Arctic infrastructure – bridging the model gap between regional and engineering scales / T. Schneider von Deimling, H. Lee, T. Ingeman-Nielsen, S. Westermann, V. Romanovsky, S. Lamoureux, D. A. Walker, S. Chadburn, E. Trochim, L. Cai, J. Nitzbon, S. Jacobi, M. Langer // *The Cryosphere*. – 2021. – Vol. 15. – P. 2451–2471. – DOI: 10.5194/tc-15-2451-2021.
9. Nelson F. E., Anisimov O. A., Shiklomanov N. I. Subsidence risk from thawing permafrost // *Nature*. – 2001. – Vol. 410, No. 6831. – P. 889–890. – DOI: 10.1038/35073746.
10. Elevation-dependent warming in mountain regions of the world / N. Pepin, R. S. Bradley, H. F. Diaz, M. Baraer, E. B. Caceres, N. Forsythe, H. Fowler, G. Greenwood, M. Z. Hashmi, X. D. Liu, J. R. Miller, L. Ning, A. Ohmura, E. Palazz, I. Rangwala, W. Schöner, I. Severskiy, M. Shahgedanova, M. B. Wang, S. N. Williamson, D. Q. Yang // *Nature Climate Change*. – 2015. – Vol. 5. – P. 424–430. – DOI: 10.1038/nclmate2563.
11. Guo D., Wang H. CMIP5 permafrost degradation projection: a comparison among different regions // *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. – 2016. – Vol. 121. – P. 4499–4517. – DOI: 10.1002/2015JD024108.
12. Guo D., Wang H. Permafrost degradation and associated ground settlement estimation under 2°C global warming // *Climate Dynamics*. – 2017. – Vol. 49. – P. 2569–2583. – DOI: 10.1007/s00382-016-3469-9.

13. An observation-based constraint on permafrost loss as a function of global warming / S. E. Chadburn, E. J. Burke, P. M. Cox, P. Friedlingstein, G. Hugelius, S. Westermann // *Nature Climate Change*. – 2017. – Vol. 7. – P. 340–344. – DOI: 10.1038/nclimate3262.
14. Continuously amplified warming in the Alaskan Arctic: implications for estimating global warming hiatus / K. Wang, T. Zhang, X. Zhang, G. D. Clow, E. E. Jafarov, I. Overeem, V. Romanovsky, X. Peng, B. Cao // *Geophysical Research Letters*. – 2017. – Vol. 44. – P. 9029–9038. – DOI: 10.1002/2017GL074232.
15. Permafrost degradation in the Western Russian Arctic / A. A. Vasiliev, D. S. Drozdov, A. G. Gravis, G. V. Malkova, K. E. Nyland, D. A. Streletskiy // *Environmental Research Letters*. – 2020. – Vol. 15. – P. 045001. – DOI: 10.1088/1748-9326/ab6f12.
16. CMIP6 model projections leave no room for permafrost to persist in Western Siberia under the SSP5-8.5 scenario / G. A. Alexandrov, V. A. Ginzburg, G. E. Insarov, A. A. Romanovskaya // *Climatic Change*. – 2021. – Vol. 169, No. 3. – P. 1–11. – DOI: 10.1007/s10584-021-03292-w.
17. Permafrost is warming at a global scale / B. K. Biskaborn, S. L. Smith, J. Noetzli, et al. // *Nature Communications*. – 2019. – Vol. 10. – DOI: 10.1038/s41467-018-08240-4.
18. Moiseev V., Komarova T., Petryaev A. Year-round thermal stabilization of permafrost soils during road construction in the northern climatic zone of Russia // *E3S Web Conf.* – 2023. – Vol. 383. – P. 02010. – DOI: 10.1051/e3sconf/202338302010.
19. Vaganova N. A., Filimonov M. Yu. Simulation of cooling devices and effect for thermal stabilization of soil in a cryolithozone with anthropogenic Impact // *Lecture Notes in Computer Science*. – 2019. – Vol. 11386. – P. 580–587. – DOI: 10.1007/978-3-030-11539-5\_68.
20. Vaganova N. A. Mathematical model of testing of pipeline integrity by thermal fields // *AIP Conference Proceedings*. – 2014. – Vol. 1631. – P. 37–41. – DOI 10.1063/1.4902455.
21. Vaganova N. A. Simulation of thermal fields from an underground pipeline at the ground surface // *AIP Conference Proceedings*. – 2017. – Vol. 1910. – P. 020005. – DOI: 10.1063/1.5013942.
22. Vaganova N. A., Filimonov M. Yu. Numerical analysis and diagnostics of pipelines by thermal fields // *AIP Conference Proceedings*. – 2020. – Vol. 2312. – P. 050026. – DOI: 10.1063/5.0035412.
23. Башуров В. В., Ваганова Н. А., Филимонов М. Ю. Численное моделирование процессов теплообмена в грунте с учетом фильтрации жидкости // *Вычислительные технологии*. – 2011. – Т. 16, № 4. – С. 3–18.
24. Vaganova N., Filimonov M. Yu. Refinement of model of an open geothermal system // *AIP Conference Proceedings*. – 2016. – Vol. 1789. – P. 020020. – DOI: 10.1063/1.4968441.
25. Numerical simulation of temperature fields in an open geothermal system on multicore processors / M. Yu. Filimonov, E. N. Akimova, V. E. Misilov, N. A. Vaganova // *Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources*. – 2022. – Vol. 8, iss. 2. – P. 76. – DOI: 10.1007/s40948-022-00386-2.
26. Filimonov M. Yu., Vaganova N. A. Optimal simulation of design and operation of geothermal systems. Utilization of Thermal Potential of Abandoned Wells: Fundamentals, Applications and Research / ed. by Y. Noorollahi, M. N. Naseer, M. M. Siddiqi. – Cambridge : Academic Press, 2022. – Ch. 3. – P. 35–57. – DOI: 10.1016/B978-0-323-90616-6.00003-8.
27. Automated monitoring the temperature under buildings with pile foundations in Salekhard (preliminary results) / Ya. K. Kamnev, M. Yu. Filimonov, A. N. Shein, N. A. Vaganova // *Geography, Environment, Sustainability*. – 2021. – Vol. 14, No. 4. – P. 75–82. – DOI: 10.24057/2071-9388-2021-021.
28. Modeling the temperature field in frozen soil under buildings in the city of Salekhard taking into account temperature monitoring / M. Yu. Filimonov, Ya. K. Kamnev, A. N. Shein, N. A. Vaganova // *Land*. – 2022. – Vol. 11, No. 7. – P. 1102. – DOI: 10.3390/land11071102.

29. Filimonov M. Yu., Vaganova N. A. Thawing of permafrost during the operation of wells of North-Mukerkamyl oil and gas field // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics.* – 2021. – Vol. 14, No. 6. – P. 795–804. – DOI: 10.17516/1997-1397-2021-14-6-795-804.
30. Filimonov M., Vaganova N. Permafrost thawing from different technical systems in Arctic regions // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science.* – 2017. – Vol. 72. – P. 012006. – DOI: 10.1088/1755-1315/72/1/012006.
31. Samarskii A. A., Moiseyenko B. D. An economic continuous calculation scheme for the Stefan multidimensional problem // *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics.* – 1965. – Vol. 5, No. 5. – P. 43–58. – DOI: 10.1016/0041-5553(65)90004-2.
32. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
33. Guidelines for cold-regions groundwater numerical modeling / P. Lamontagne-Hallé, J. M. McKenzie, B. L. Kurylyk, J. Molson, L. N. Lyon // *WIREs Wate.* – 2020. – Vol. 6, No. 7. – DOI: 10.1002/wat2.1467.
34. Integrated hydrologic modelling of groundwater-surface water interactions in cold regions / X. Yang, J. Hu, R. Ma, Z. Sun // *Front. Earth Sci.* – 2021. – Vol. 9. – DOI: 10.3389/feart.2021.721009.
35. Hinkel K. M., Outcalt S. I., Taylor A. E. Seasonal patterns of coupled flow in the active layer at three sites in northwest north America // *Canadian Journal of Earth Sciences.* – 1997. – Vol. 34. – P. 667–678. – DOI: 10.1139/e17-053.
36. Kurylyk B. L., Watanabe K. The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils // *Advances in Water Resources.* – 2013. – Vol. 60. – P. 160–177. – DOI: 10.1016/j.advwatres.2013.07.016.
37. Influence of vertical and lateral heat transfer on permafrost thaw, peatland landscape transition, and groundwater flow / B. L. Kurylyk, M. Hayashi, W. L. Quinton, J. M. McKenzie, C. I. Voss // *Water Resources Research.* – 2016. – Vol. 52. – P. 1286–1305. – DOI: 10.1002/2015WR018057.
38. Extremely wet summer events enhance permafrost thaw for multiple years in Siberian tundra / R. Í. Magnússon, A. Hamm, S. V. Karsanaev, J. Limpens, D. Kleijn, A. Frampton, T. C. Maximov, M. M. P. D. Heijmans // *Nature Communications.* – 2022. – Vol. 13. – P. 1556. – DOI: 10.1038/s41467-022-29248-x.
39. Painter S. L., Karra S. Constitutive model for unfrozen water content in subfreezing unsaturated soils // *Vadose Zone Journal.* – 2014. – Vol. 13, No. 4. – DOI: 10.2136/vzj2013.04.0071.
40. Thermal effects of groundwater flow through subarctic fens: a case study based on field observations and numerical modeling / Y. Sjöberg, E. Coon, A. B. K. R. Sannel, R. Pannetier, D. Harp, A. Frampton, S. L. Painter, S. W. Lyon // *Water Resources Research* – 2016. – Vol. 52. – P. 1591–1606. – DOI: 10.1002/2015WR017571.
41. Water and energy transfer modelling in a permafrost-dominated, forested catchment of Central Siberia: the key role of rooting depth / L. Orgogozo, A. S. Prokushkin, O. S. Pokrovsky, C. Grenier, M. Quintard, J. Viers, S. Audry // *Permafrost and Periglacial Processes.* – 2019. – Vol. 30. – P. 75–89. – DOI: 10.1002/ppp.1995.
42. Sergeev F., Kiselyov F. Iterative Refinement of the boundary condition in the numerical solution of the thermoelasticity problem // *Lecture Notes in Civil Engineering : proceedings of FORM 2021.* – Springer, Cham, 2022 / ed. by P. Akimov, N. Vatin. – 2022. – Vol. 17. – P. 329–338. – DOI: 10.1007/978-3-030-79983-0\_31.