



Received: 15.12.2021**Revised:** 14.02.2022**Accepted:** 25.02.2022**DOI:** 10.17804/2410-9908.2022.1.006-015

AN OPTIMIZATION APPROACH TO THE DEVELOPMENT OF PARALLEL ALGORITHMS FOR DIGITAL SIGNAL PROCESSING OPERATIONS

O. V. Klimova

*Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
34, Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation* <https://orcid.org/0000-0003-4289-0526>  klimova@imach.uran.ruCorresponding author. E-mail: klimova@imach.uran.ru

Address for correspondence: ul. Komsomolskaya, 34, 620049, Ekaterinburg, Russian Federation

Tel.: +7 (343) 362 30 35; fax: +7 (343) 374 53 30

The paper studies the optimization possibilities of an approach which made it possible to develop a formal tool, i.e. a model of computation organization for digital signal processing (DSP) operations and operations structurally similar to them. The resulting formal tool describes the internal parameterized structure of operations and generates adaptive algorithms that can adjust to different conditions of parallel computation. The developed approach to the construction of such algorithms endows them with extended functionality, which ensures the implementation of the following capabilities: changes in the parameters of algorithm structures; synthesis of their variety; optimization of variants of computation organization. Due to the variety of this functionality, several directions are identified for implementing this optimization. A general description of the optimization approach to the reasonable choice of the best variant of computation organization under the given conditions of their implementation is given. We consider a scheme of actions aimed at computation optimization and enabling you to develop various classes of parameterized parallel algorithms within the framework of the approach proposed.

Keywords: optimization approach, decomposition, internal structure of algorithms, composition form, model description.

Acknowledgment

The work was performed according to the state assignment on theme No. 122011100398-2

References

1. Marchuk G.I., Kotov V.E. Problems of computers and fundamental research. *Avtomatika i vychislitel'naya tekhnika*, 1979, No. 2, pp. 3–14. (In Russian).
2. Voevodin V.V. *Computational Mathematics and Algorithm Structure*. Moscow, MGU Publ., 2006, 112 p. (In Russian).
3. Voevodin V.V., Voevodin V.I. *Parallel Computing*. St. Petersburg., BHV-Peterburg Publ., 2002, 608 p. (In Russian).
4. Kung S.Y. *VLSI Array Processors*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1988.
5. Lee G.G., Chen Y.K., Mattavelli M., and Jang E.S. Algorithm/Architecture Co-Exploration of Visual Computing on Emergent Platforms: Overview and Future Prospects. In: *IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology*, 2009, vol. 19 (11), pp. 1576–1587. DOI: 10.1109/TCSVT.2009.2031376.

6. Lee Gwo Giun, Lin He-Yuan, Chen Chun-Fu, and Huang Tsung-Yuan. Quantifying Intrinsic Parallelism Using Linear Algebra for Algorithm/Architecture Coexploration. In: *IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems*, 2012, vol. 23, iss. 5, pp. 944–957. DOI: 10.1109/TPDS.2011.230.
7. Malyshkin V., Perepelkin V. Trace-Based Optimization of Fragmented Programs Execution in LuNA System. In: *PaCT 2021: Parallel Computing Technologies: Proceedings of 16th International Conference, PaCT 2021, Kaliningrad, Russia, September 13–18, 2021, Book Ser. Lecture Notes in Computer Science*, Springer, 2021, vol. 12942. DOI: 10.1007/978-3-030-86359-3_1.
8. Lookin N.A. Digital image processing systems based on functional-oriented processors with a homogeneous structure. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1680, pp. 012034. DOI: 10.1088/1742-6596/1680/1/012034.
9. Malyshkin V. Parallel computing technologies 2020. *The Journal of Supercomputing*, 2021. DOI: 10.1007/s11227-021-04014-w.
10. Akhmed-Zaki D., Lebedev D., Malyshkin V., Perepelkin V. Automated construction of high performance distributed programs in LuNA system. In: Malyshkin, V., ed. *International Conference on Parallel Computing Technologies, PaCT 2019: Parallel Computing Technologies, 2019, book ser. Lecture Notes in Computer Science (LNCS)*, Springer, 2019, vol. 11657, pp. 3–9, DOI: 10.1007/978-3-030-25636-4_1.
11. Gergel V., Grishagin V., Israfilov R. Parallel Dimensionality Reduction for Multiextremal Optimization Problems. In: Malyshkin V., ed. *Parallel Computing Technologies: PaCT 2019, ser. Lecture Notes in Computer Science*, Springer, 2019, vol 11657. DOI: 10.1007/978-3-030-25636-4_13.
12. Klimova O.V. A Methodology for Parallel Implementation of the Basic Operations of Digital Signal Processing. In: *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2176, 030023. DOI: 10.1063/1.5135131.
13. Edward A. Lee. The Problem with Threads. *Computer*, 2006, vol. 39. iss. 5. pp. 33–42. DOI: 10.1109/MC.2006.180.
14. Klimova O.V. Parallel computations and construction law of model description for digital signal processing algorithms. *Informatsionnye Tekhnologii i Vychislitel'nye Sistemy*, 2016, No. 2, pp. 11–22. (In Russian).
15. Nussbaumer H.J. *Fast Fourier Transform and Convolution Algorithms*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 1982.
16. McClellan J.H., Rader C.M. *Primenenie teorii chisel v tsifrovoy obrabotke signalov* [Application of number theory in digital signal processing]. Moscow, Radio i Svyaz Publ., 1983, 264 p.
17. Klimova O.V. Pseudo-two-Dimensional Decomposition Methods and Parallel Algorithms of Convolution. In: *International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing*, Tampere, Finland, TICSP Series, 2001.
18. Klimova O.V. Fast parallel algorithms and recursive pseudo-two-dimensional convolution decomposition. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2002, No. 1 (II), pp. 227–232.

Подана в журнал: 15.12.2021



УДК 004.272.2

DOI: 10.17804/2410-9908.2022.1.006-015

**ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ
ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ОПЕРАЦИЙ
ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

О. В. Климова

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения имени Э.С. Горкунова Уральского отделения Российской академии наук,
34, ул. Комсомольская, г. Екатеринбург, Российская Федерация*

 <https://orcid.org/0000-0003-4289-0526>  klimova@imach.uran.ru

Ответственный автор. Эл. почта: klimova@imach.uran.ruАдрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, 620049, г. Екатеринбург, Российская Федерация
Тел.: +7 (343) 362–30–35; факс: +7 (343) 374–53–30

Рассмотрены оптимизационные возможности подхода, позволившего разработать формальный инструмент – модель организации вычислений для операций цифровой обработки сигналов (ЦОС) и операций структурно им подобных. Созданный формальный инструмент описывает внутреннюю параметризованную структуру операций и порождает адаптивные алгоритмы, способные настраиваться на различные режимы параллельных вычислений. Разработанный подход к построению таких алгоритмов наделяет их расширенной функциональностью, обеспечивающей реализацию следующих возможностей: изменения по параметрам структур алгоритмов; синтеза их разнообразия; оптимизации вариантов организации вычислений. Благодаря разнообразию функциональности определяются несколько направлений для реализации такой оптимизации. Приведено общее описание оптимизационного подхода к обоснованному выбору наилучшего в заданных условиях реализации варианта организации вычислений, а также рассмотрена схема действий, направленных на оптимизацию вычислений и позволяющих разработать различные классы параметризованных параллельных алгоритмов в рамках предложенного подхода.

Ключевые слова: оптимизационный подход, декомпозиция, внутренняя структура алгоритмов, композиционная форма, модельное описание.

1. Введение

Современная параллельная обработка данных требует от формальных инструментов, предназначенных для описания организации вычислений, особых характеристик, которыми традиционные алгоритмы не обладают [1–11]. Такие формальные инструменты должны быть адаптивными и в них должна быть заложена возможность оптимизации вычислений. Поэтому для обеспечения эффективности параллельной обработки необходимо разрабатывать гибкие формальные описания организации вычислений, обладающие расширенной функциональностью, такие как адаптивные алгоритмы или модельные описания вычислений, т. е. инструменты для выполнения обоснованного выбора варианта организации вычислений в заданных условиях их реализации. Такие инструменты способны порождать разнообразие вариантов организации вычислений, а также оптимизировать их, управляя по параметрам изменениями их структур и выбирая наилучшие варианты на основе анализа оценок сложности их реализации. При помощи этих инструментов можно на формальной основе выполнять этап совместных исследований алгоритмов и архитектур [5, 6, 12], являющийся неотъемлемой частью процесса проектирования современных вычислительных устройств. Однако для

разработки таких инструментов необходимо искать подходы к раскрытию и изучению внутренних структур вычислений для различных операций. Из вышесказанного следует, что параллельная обработка изменила взгляд на организацию вычислений и сделала ее объектом исследований, нацеленных на выявление внутренней структуры вычислений и представление ее с помощью композиционных форм [2, 3, 13, 14]. Сложность этой задачи на разных этапах ее рассмотрения была отмечена многими исследователями [1–6, 13], на сегодняшний день получены лишь локальные ее решения для операций определенного класса [5, 6, 12, 14]. Однако нахождение и использование требуемых решений не только позволит повысить эффективность параллельной обработки, но и приведет к расширению аналитических способностей формального инструмента, используемого для описания организации вычислений. Это означает, что разработка инструментов, изначально предназначенных для описания организации параллельных вычислений, позволит с их помощью выполнять более тонкий и гибкий анализ обрабатываемых данных, основанный на понимании внутренней структуры вычислений. Таким образом, задача разработки указанных формальных инструментов является важной и актуальной. Можно выделить два варианта разработки требуемых формальных инструментов, которые различаются формами представления алгоритмов (графовыми и аналитическими), изначально положенными в основу процессов указанной разработки. Результаты [5, 6], связанные с использованием исходных графовых форм (графов потоков данных), характеризуются достаточно высокой сложностью реализации и не обладают требуемой гибкостью.

В работе рассмотрен декомпозиционный подход [14] и его оптимизационные свойства. В основе подхода – найденные правила выполнения эквивалентных преобразований над аналитическими выражениями, используемыми изначально для представления рассматриваемого класса операций. Подход позволил разработать требуемые формальные инструменты – модель организации вычислений и адаптивные алгоритмы для операций цифровой обработки сигналов (ЦОС) и операций структурно им подобных, а также предоставил разнообразные возможности оптимизации вычислений. Поэтому одной из основных особенностей подхода является его оптимизационный характер. Именно эта особенность разработанного подхода представлена в данной статье. Приводится общее описание подхода и рассматривается схема действий, направленных на оптимизацию вычислений и позволяющих разработать на его основе различные классы параметризованных параллельных алгоритмов.

2. Общее описание оптимизационного подхода к разработке параллельных алгоритмов

На основе предложенного подхода [14] были получены параметризованные композиционные формы для представления операций вышеуказанного класса. Прежде чем рассматривать оптимизационные характеристики подхода, выделим его существенные особенности, обеспечившие переход к композиционным формам для различных операций и их различных размерностей. Итак, предложенный подход к формированию композиционных форм носит декомпозиционный характер, проявляющийся в способности выделения инвариантных компонентов рассматриваемой операции и установления правил их композиции в исходную операцию. Такие способности были установлены на основе использования аппарата теории групп, поэтому подход был назван теоретико-групповым. Основой подхода является декомпозиция данных, обеспечивающая построение композиционных форм для различных операций. Важной чертой предложенного теоретико-группового декомпозиционного подхода является его эволюционный характер, с одной стороны, обеспечивающий преемственность форм (алгоритма и параметризованной композиционной формы) описания организации вычислений для последовательного и параллельного способов обработки данных, а с другой стороны, способствующий его развитию путем расширения на большие размерности, а также на иные классы операций. Характеристики подхода позволили разработать на его основе

единую для различных операций рассматриваемого класса методику синтеза их композиционных форм, содержащую следующие действия:

- формирование композиционных форм (КФ) данных;
- использование этих форм в исходных аналитических выражениях, описывающих рассматриваемые операции, и образование их исходных КФ;
- выполнение необходимых эквивалентных преобразований над этими формами;
- формирование и анализ композиционных форм для представления изучаемых операций.

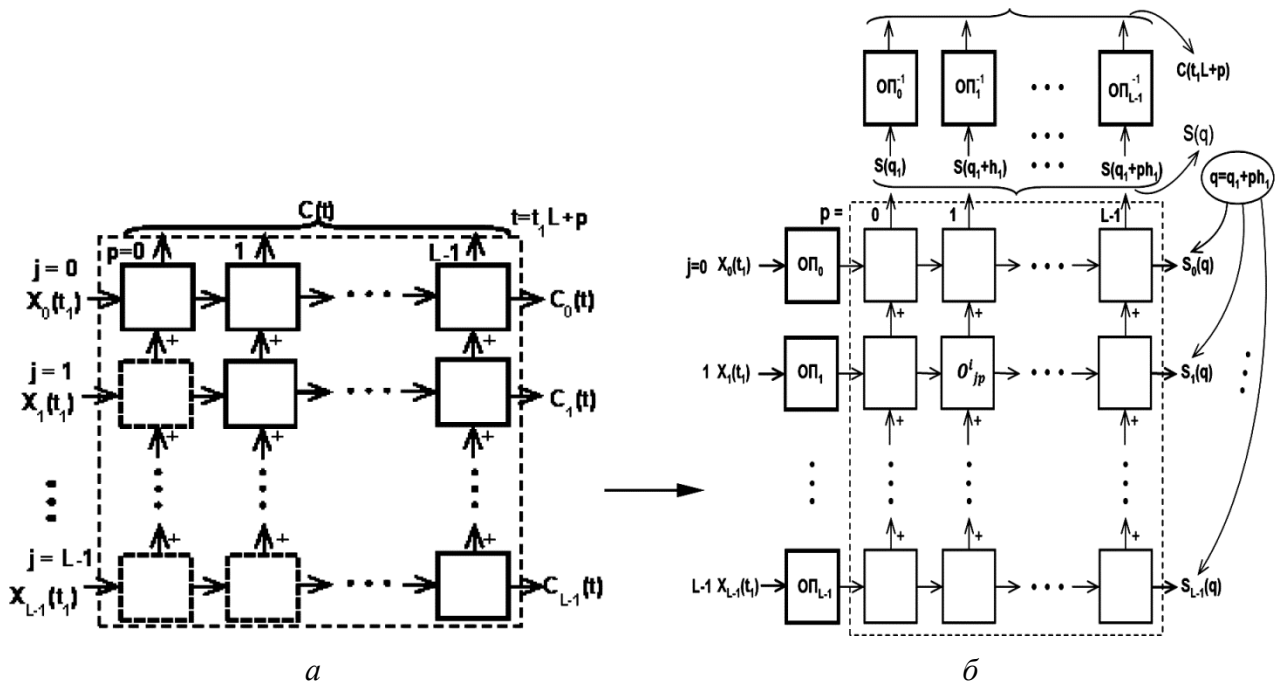


Рис. 1. Параметризованное представление внутренних композиционных структур вычислений операции свертки во временной (а) и частотной (б) областях

Реализация методики меняет структуру вычислений, из временной области они переносятся в пространственно-временную область. При этом мы работаем не с отдельными отсчетами входных данных $x(t)$ длины N , а с L модулями данных $x_j(t_1)$ длины h_1 , используя параметры $N = h_1L$; $t = j + t_1L$; $t = 0, \dots, N - 1$; $t_1 = 0, \dots, h_1 - 1$; $j = 0, \dots, L - 1$. Такое изменение структуры данных приводит к изменению общей структуры вычислений, она также становится модульной и представляется с помощью единого модельного описания $KFO(A_i^{jp}(t_1), KBC_i(j, p))$, определяющего различные композиционные формы операций (КФО), конкретный вид которых определяется индексом i . Компонентами модельного описания являются параметризованные координационно-вычислительные среды (КВС) – $KBC_i(j, p)$ и алгоритмы $A_i^{jp}(t_1)$, полученные в результате декомпозиции, погружения в пространственную среду и сжатия во времени последовательных алгоритмов $A_i(t)$. Поскольку описанные структурные изменения являются общими для разных операций, то для их иллюстрации можно без потери общности использовать пространственно-временные вычислительные структуры любой операции из рассматриваемого класса. На рис. 1 представлены результаты структурных преобразований, выполненных для операции циклической свертки $C(t)$. Исходные структуры операций рассматриваемого класса во временной области можно представить с помощью операции умножения матрицы размера $N \times N$ на вектор $x(t)$ длины N , а структуры, полученные на основе модельного описания $KFO(A_i^{jp}(t_1), KBC_i(j, p))$,

можно представить с помощью симбиоза его параметризованных компонентов, определяющего внутреннюю структуру вычислений (рис. 1). С учетом возможности рассматриваемого подхода к образованию композиционных форм, покажем наличие у него и оптимизационных свойств. Действительно, разработанный формальный инструмент – модель для описания организации параллельных вычислений различных операций O_m рассматриваемого класса – не только позволяет синтезировать адаптивные алгоритмы, но и характеризуется возможностью оптимизации вычислений. Представим этот формальный инструмент: *Модель* ($O_m, N, L, h_1, A_{mi}^{jp}(t_1), KBC_{mi}(j, p), MBC(k_1, k_2)$). Компонентой предложенной модели помимо КФО и параметров O_m, N, L, h_1 является матричная вычислительная среда $MBC(k_1, k_2)$, определяемая параметрами k_1 и $k_2, k_1, k_2 = 1, \dots, L$, структурно подобная $KBC_{mi}(j, p)$ и позволяющая расширить оптимизационные возможности модели. Введение этой компоненты в состав модели позволяет ограничивать пространственные размеры однородных сред, порождаемых КФО, и использовать режим параллельно-конвейерной обработки (рис. 1). Определив основные параметризованные компоненты разработанной модели, формирующие базу, как для синтеза параллельных алгоритмов, так и для реализации оптимизации их вычислений, представим общее описание подхода (рис. 2).



Рис. 2. Общее описание оптимизационного подхода к разработке параметризованных параллельных алгоритмов

Из описания рис. 2 следует, что синтез и оптимизация базируются на модели организации вычислений, в структуре которой заложены способы их реализации (за счет разнообразных изменений структур вычислений), и формальные правила для обратной связи (рис. 2), обеспечивающие выполнение целенаправленного поиска требуемого варианта вычислений для заданных условий их реализации. На рис. 2 представлены три вида преобразований структурных компонент модели, характеризующихся либо изменениями алгоритмической компоненты $A_i^{jp}(t_1)$, либо изменениями значений параметров компоненты $KBC_i(j, p)$, либо изменениями правил координации результатов вычислений в $KBC_i(j, p)$. Каждый из указанных видов преобразований меняет КФО, порождая их разнообразие, и открывает путь для оптимизации. В следующем разделе кратко рассмотрим оптимизационные возможности подхода, базирующиеся на использовании целого разнообразия композиционных форм операций.

3. Разнообразие композиционных форм и оптимизация вычислений

Описываемый подход к разработке параллельных алгоритмов характеризуется не только способностью перехода от исходных аналитических выражений операций рассматриваемого класса к представляющим их композиционным формам, но и возможностями изменения этих форм. Симбиоз изменений значений параметров j, p исходных композиционных форм и изменений самих этих форм позволяет формировать их разнообразие для выбранной операции и открывает пути для оптимизации ее вычислений. Представим оптимизационные возможности рассматриваемого подхода. Выбор операции свертки для иллюстрации композиционных вычислительных структур, формируемых в рамках подхода, позволяет в полной мере показать его возможности (рис. 1). Действительно, операция свертки может быть вычислена как во временной, так и в частотной областях [15], а это позволяет получить для ее представления несколько композиционных форм, характеризующихся различными оценками сложности их реализации.

Внутреннюю структуру операции свертки, реализуемой во временной области, можно представить с помощью коротких сверток $C_{jp}(t_1)$ длины h_1 и двумерной координационно-вычислительной среды (рис. 1 а). В каждой ячейке среды, характеризуемой параметрами j, p и обозначенной на рис. 1 а штриховыми линиями, вычисляются короткие свертки $C_{jp}(t_1)$. Их суммирование по параметру j при фиксированном значении параметра p приводит к образованию $L h_1$ – точечных наборов данных $C(t_1 \cdot L + p)$, формирующих отсчеты искомой N – точечной свертки (рис. 1 а). Реализация же вычислений при фиксированном значении параметра j позволит получить L коротких сверток $C_{jp}(t_1)$ длины h_1 , формирующих N отсчетов сверток $C_j(t)$. Таким образом, представленная внутренняя структура операции свертки обеспечивает гибкий доступ, как к определенным участкам вычислительного процесса, так и к требуемым отсчетам искомой операции.

При переходе к вычислениям в частотной области в каждой ячейке координационно-вычислительной среды выполняется произведение соответствующих спектров длины h_1 . Суммирование результатов этого произведения по параметру j при фиксированном значении параметра p приводит к образованию $L h_1$ – точечных спектров $S(q_1 + ph_1)$ функций $C(t_1 \cdot L + p)$ (рис. 1 б). Вычисления свертки в частотной области выполняются с использованием прямых и обратных ортогональных преобразований (ОП, ОП⁻¹) длины h_1 (рис. 1 б). Это могут быть дискретное преобразование Фурье (ДПФ) либо теоретико-числовые преобразования (ТЧП) [16]. При реализации этих преобразований могут быть использованы как быстрые, так и стандартные алгоритмы [15]. Рассмотренная внутренняя структура вычислений свертки в частотной области позволяет использовать короткие ТЧП для вычисления длинных сверток и обеспечить гибкий выбор анализируемого частотного участка. Получение композиционных форм $K\Phi O^F$ для вычисления операции свертки в частотной области (в области комплексных чисел) дает решение задачи использования эффективных, но коротких ТЧП [15, 16] для вычисления сверток большой длины в модулярной области (рис. 3). Это решение позволяет получить модулярные композиционные формы $K\Phi O^M$, являющиеся основой для оптимизации вычислений.

Образование параметризованной композиционной формы, представленной на рис. 1 а, позволило разработать на ее основе методы псевдодвумерной декомпозиции, описанные в работах [17, 18] и устанавливающие ее структурную связь с двумерной сверткой. Эта форма свертки (рис. 1 а) отличается от двумерной свертки сдвигами на один разряд на группе Z_{h_1} одной из сворачиваемых последовательностей, заданных на группе Z_{h_1} и расположенных в точках $j > p$, при вычислении свертки по координате p . На рис. 1 а ячейки координационно-

вычислительной среды, принадлежащие этой области, выделены двойными штриховыми линиями. Разработка методов псевдодвумерной декомпозиции свертки позволила получить соответствующие им композиционные формы [17, 18], что в свою очередь расширило структурное разнообразие вариантов организации вычислений в рамках одного декомпозиционного подхода, расширив тем самым его оптимизационные возможности и повысив гибкость выбора вычислительной структуры. Следует отметить, что композиционные формы KFO^{PD} , порожденные методами псевдодвумерной декомпозиции, характеризуются изменениями правил координации между вычислительными модулями в двумерной координационно-вычислительной среде и возможностью реализации вычислений как во временной, так и в частотной и модулярной областях (рис. 3).



Рис. 3. Схема действий, направленных на оптимизацию вычислений в рамках декомпозиционного подхода

Представленные выше формальные инструменты для описания организации вычислений формируют разнообразие оптимизационных возможностей рассматриваемого подхода. Действительно, описанные композиционные формы – KFO^{PD} , KFO^F , KFO^M , разработанные в рамках подхода и характеризующиеся изменениями алгоритмической компоненты $A_i^{jp}(t_1)$ исходной композиционной формы – $KFO(A_i^{jp}(t_1), KBC_i(j, p))$, а также изменениями правил координации вычислений в $KBC_i(j, p)$, предоставляют основу для оптимизации вычислений (рис. 3).

Каждая из представленных выше композиционных форм характеризуется параметризованной координационно-вычислительной средой $KBC_i(j, p)$, управляя изменениями значений параметров которой можно синтезировать разнообразие вариантов организации вычислений и оптимизировать отношения между алгоритмическими и архитектурными параметрами. Способность к изменению по параметрам структуры вычислений, являющаяся имманентным свойством предложенного подхода, позволяет выполнять их оптимизацию. На рис. 1 представлены пути оптимизации вычислений, характеризующиеся изменениями размера $L \times L$ координационно-вычислительной среды $KBC_i(j, p)$ и сопутствующими им изменениями правил координации результатов вычислений в этой среде. Один из путей формируется на базе изменений параметра $L = 2, 4, \dots, N/2$, при $N = 2^n$, порождающих разнообразие вариантов организации вычислений в виде разнообразия параллельных алгоритмов, отличающихся значениями параметров L и h_j . Формирование такого разнообразия дает инструмент для оптимизации вычислений, реализуемой с помощью направленного выбора наилучшего в заданных условиях выполнения вычислений варианта их организации. Другой путь оптимизации вычислений формируется на основе введения ограничений на размеры координацион-

но-вычислительной среды $KBC_i(j, p)$ и характеризуется использованием для этого вышепредставленной матричной вычислительной среды $MBC(k_1, k_2)$, определяемой параметрами k_1 и k_2 , $k_1, k_2 = 1, \dots, L$. Следствие введения таких ограничений – возможность использования режима параллельно-конвейерной обработки данных, также позволяющего синтезировать разнообразие вариантов организации вычислений для реализации параллельных алгоритмов, характеризующихся разными значениями параметров L и h_1 . Использование такого режима организации вычислений позволяет значительно расширить разнообразие их синтезируемых вариантов, повышает гибкость системы их формирования и выбора, а также предоставляет инструмент для направленного поиска наилучших вариантов, нацеленный на реализацию оптимизации вычислений. Таким образом, изменения размера двумерной однородной вычислительной среды, используемой для реализации параметризованных алгоритмов, предоставляют широкие возможности для выполнения оптимизации вычислений в рамках представленного декомпозиционного подхода.

4. Заключение

Рассмотрены оптимизационные возможности подхода, предложенного для разработки параллельных алгоритмов. Показано, что способность к оптимизации вычислений является неотъемлемой характеристикой представленного декомпозиционного подхода. Это обусловлено имманентными свойствами подхода: способностью порождать разнообразие параллельных алгоритмов для выбранной операции из класса операций ЦОС и операций структурно им подобных, способностью изменять разнообразными способами вычислительные структуры алгоритмов, а также способностью управлять по параметрам вышеупомянутыми изменениями. В работе представлены способы изменения структур алгоритмов, порожденные рассматриваемым подходом, выполнена их классификация, а также установлена их связь с реализацией оптимизации вычислений.

Благодарность

Работа выполнена в соответствии с государственным заданием по теме № 122011100398-2.

Литература

1. Марчук Г. И., Котов В. Е. Проблемы вычислительной техники и фундаментальные исследования // Автоматика и вычислительная техника. – 1979. – № 2. – С. 3–14.
2. Воеводин В. В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. – М. : Изд-во МГУ, 2006. – 112 с.
3. Воеводин В. В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. – СПб. : БХВ–Петербург, 2002. – 608 с.
4. Kung S. Y. VLSI Array Processors. – Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1988.
5. Algorithm/Architecture Co-Exploration of Visual Computing on Emergent Platforms: Overview and Future Prospects / G. G. Lee, Y. K. Chen, M. Mattavelli, and E. S. Jang // IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology : proceedings. – 2009. – Vol. 19 (11). – P. 1576–1587. – DOI: 10.1109/TCSVT.2009.2031376.
6. Quantifying Intrinsic Parallelism Using Linear Algebra for Algorithm/Architecture Coexploration / Gwo Giun Lee, He-Yuan Lin, Chun-Fu Chen, and Tsung-Yuan Huang. // IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems. – 2012. – Vol. 23, No. 5. – P. 944–957. – DOI: 10.1109/TPDS.2011.230.
7. Malyshkin V., Perepelkin V. Trace-Based Optimization of Fragmented Programs Execution in LuNA System // Parallel Computing Technologies PaCT 2021 : proceedings / ed. by

- V. Malyshkin. – Springer, 2021. – Series Lecture Notes in Computer Science. – Vol 12942. – DOI: 10.1007/978-3-030-86359-3_1.
8. Lookin N. A. Digital image processing systems based on functional-oriented processors with a homogeneous structure // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1680. – 012034. – DOI: 10.1088/1742-6596/1680/1/012034.
9. Malyshkin V. Parallel computing technologies 2020 // J Supercomput. – 2021. – DOI: 10.1007/s11227-021-04014-w.
10. Automated construction of high performance distributed programs in LuNA system / Zaki D. Akhmed, D. Lebedev, V. Malyshkin, V. Perepelkin // International Conference on Parallel Computing Technologies, PaCT 2019: Parallel Computing Technologies, 2019 : Proceedings / ed. by V. Malyshkin. – Springer, 2019. – Series Lecture Notes in Computer Science (LNCS). – Vol. 11657. – P. 3–9. – DOI: 10.1007/978-3-030-25636-4_1.
11. Gergel V., Grishagin V., Israfilov R. Parallel Dimensionality Reduction for Multiextremal Optimization Problems // Parallel Computing Technologies. PaCT 2019 / ed. by V. Malyshkin. – Springer, 2019. – Series Lecture Notes in Computer Science. – Vol 11657. – DOI: 10.1007/978-3-030-25636-4_13.
12. Klimova O. V. A Methodology for Parallel Implementation of the Basic Operations of Digital Signal Processing // AIP Conference Proceedings. – 2019. – Vol. 2176. – 030023. – DOI: 10.1063/1.5135131.
13. Edward A. Lee. The Problem with Threads // Computer. – 2006. – Vol. 39, No. 5. – P. 33–42. – DOI: 10.1109/MC.2006.180.
14. Климова О. В. Параллельные вычисления и закон построения модельного описания для алгоритмов цифровой обработки сигналов // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2016. – № 2. – С. 11–22.
15. Nussbaumer H. J. Fast Fourier Transform and Convolution Algorithms. – Berlin, Heidelberg : Springer–Verlag, 1982.
16. Макклеллан Дж. Г., Рейдер Ч. М. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. – М. : Радио и связь, 1983. – 264 с.
17. Klimova O. V. Pseudo-two-Dimensional Decomposition Methods and Parallel Algorithms of Convolution // International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing. – Tampere, Finland : TICSP Series, 2001.
18. Климова О. В. Быстрые параллельные алгоритмы и рекурсивная псевдодвумерная декомпозиция свертки // Вестник Томского государственного университета. – №1 (II). – Томск : Изд. ТГУ, 2002. – С. 227–232.