

DREAM

<http://dream-journal.org>

ISSN 2410-9908

DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1

Diagnostics, Resource and Mechanics
of materials and structures

<http://dream-journal.org>

1,2020
January-February

Editor-in-Chief: **Eduard S. Gorkunov**, RAS Academician (Russia)
Deputy Editors-in-Chief: **Sergey V. Smirnov**, **Sergey V. Gladkovsky**

Editorial Council

Chairman: **Eduard S. Gorkunov**, RAS Academician (Russia)

Anatoly A. Burenin (Russia)
Irina G. Goryacheva (Russia)
Janez Grum (Slovenia)
Mikhail P. Lebedev (Russia)
Leopold I. Leontiev (Russia)
Evgeny V. Lomakin (Russia)
Valery P. Matveenko (Russia)
Nikolay A. Makhutov (Russia)
Mitko M. Mihovski (Bulgaria)
Nikita F. Morozov (Russia)
Vladimir V. Moskvichev (Russia)
Sergey V. Panin (Russia)
Vasily M. Fomin (Russia)
Shao Wen-zhu (China)

Editorial Board

Boris V. Artemyev (Moscow)
Vladimir A. Bataev (Novosibirsk)
Aleksandr K. Belyaev (St.-Peterburg)
Vera V. Berezovskaya (Ekaterinburg)
Sergey V. Burov (Ekaterinburg)
Vladimir O. Vaskovsky (Ekaterinburg)
Dmitry I. Vichuzhanin (Ekaterinburg)
Mladen N. Georgiev (Sofia, Bulgaria)
Vladimir G. Degtyar (Miass)
Igor G. Emelyanov (Ekaterinburg)
Sergey M. Zadvorkin (Ekaterinburg)
Alexander G. Zalazinsky (Ekaterinburg)
Anatoly V. Konvalov (Ekaterinburg)
Vladimir N. Kostin (Ekaterinburg)
Aleksey V. Makarov (Ekaterinburg)
Vladimir A. Mironov (Ekaterinburg)
Radik R. Mulyukov (Ufa)
Vitaly V. Muravyov (Izhevsk)
Aleksandr P. Nichipuruk (Ekaterinburg)
Oleg A. Plekhov (Perm)
Anna M. Povlotskaya (Ekaterinburg)
Evgenii Yu. Prosviryakov (Ekaterinburg)
Nataliya B. Pugacheva (Ekaterinburg)
Igor Yu. Pyshmintsev (Chelyabinsk)
Anatoly B. Rinkevich (Ekaterinburg)
Roman A. Savray (Ekaterinburg)
Alexander S. Smirnov (Ekaterinburg)
Yury V. Subachev (Ekaterinburg)
Alexander I. Ulyanov (Izhevsk)
Yulia V. Khudorozhkova (Ekaterinburg)

Elena E. Verstakova, editor of the English translation
Irina M. Tsiklina, editor of Russian texts
Anna V. Garieva, maker-up
Galina V. Torlopova, associate editor
Raul N. Shakirov, site admin

Postal address: Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya st., 620049,
Ekaterinburg, Russian Federation
phone: +7 (343) 375-35-83,
fax: +7 (343) 374-53-30
e-mail: dream-journal@mail.ru
http://dream-journal.org

Главный редактор: Горкунов Эдуард Степанович – академик РАН, д.т.н.
Заместители главного редактора: **Сергей Витальевич Смирнов**, д.т.н.; **Сергей Викторович Гладковский**, д.т.н.

Редакционный совет:

Председатель совета – Горкунов Эдуард Степанович, академик РАН, д.т.н. (Россия)

Буренин Анатолий Александрович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Горячева Ирина Георгиевна, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Грум Янез, Ph.D, (Республика Словения)
Лебедев Михаил Петрович, член-корр. РАН, д.т.н. (Россия)
Леонтьев Леопольд Игоревич, академик РАН, д.т.н. (Россия)
Ломакин Евгений Викторович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Матвеев Валерий Павлович, академик РАН, д.т.н. (Россия)
Махутов Николай Андреевич, член-корр. РАН, д.т.н. (Россия)
Миховски Митко Минков, д.т.н. (Республика Болгария)
Морозов Никита Федорович, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Москвичев Владимир Викторович, д.т.н. (Россия)
Панин Сергей Викторович, д.т.н. (Россия)
Фомин Василий Михайлович, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Шао Вэнь-чжу, профессор (Китай)

Редакционная коллегия:

Главный редактор – **Горкунов Эдуард Степанович**, академик РАН, д.т.н. (Екатеринбург)

Зам. главного редактора – **Смирнов Сергей Витальевич**, д.т.н. (Екатеринбург)

Зам. главного редактора – **Гладковский Сергей Викторович**, д.т.н. (Екатеринбург)

Артемьев Борис Викторович, д.т.н., (Москва)
Батаев Владимир Андреевич, д.т.н. (Новосибирск)
Беляев Александр Константинович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н., (Санкт-Петербург)
Березовская Вера Владимировна, д.т.н., (Екатеринбург)
Буров Сергей Владимирович, к.т.н. (Екатеринбург)
Васьковский Владимир Олегович, д.ф.-м.н. (Екатеринбург)
Вичужанин Дмитрий Иванович, к.т.н. (Екатеринбург)
Георгиев Младен Николов, д.т.н. (София, Республика Болгария)
Дегтярь Владимир Григорьевич, академик РАН, д.т.н. (Миасс)
Емельянов Игорь Георгиевич, д.т.н. (Екатеринбург)
Задворкин Сергей Михайлович, к.ф.-м.н. (Екатеринбург)
Залазиский Александр Георгиевич, д.т.н. (Екатеринбург)
Коновалов Анатолий Владимирович, д.т.н. (Екатеринбург)
Костин Владимир Николаевич, д.т.н. (Екатеринбург)
Макаров Алексей Викторович, член-корр. РАН, д.т.н. (Екатеринбург)
Миронов Владимир Александрович, д.м.н. (Екатеринбург)
Мулюков Радик Рафикович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Уфа)
Муравьев Виталий Васильевич, д.т.н. (Ижевск)
Ничипурук Александр Петрович, д.т.н. (Екатеринбург)
Плехов Олег Анатольевич, д.ф.-м.н. (Пермь)
Поволоцкая Анна Моисеевна, к.т.н. (Екатеринбург)
Просвиряков Евгений Юрьевич, д.ф.-м.н. (Екатеринбург)
Пугачева Наталия Борисовна, д.т.н. (Екатеринбург)
Пышминцев Игорь Юрьевич, д.т.н. (Челябинск)
Ринкевич Анатолий Брониславович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Екатеринбург)
Саврай Роман Анатольевич, к.т.н. (Екатеринбург)
Смирнов Александр Сергеевич, к.т.н. (Екатеринбург)
Субачев Юрий Владимирович, к.т.н. (Екатеринбург)
Ульянов Александр Иванович, д.т.н. (Ижевск)
Худорожкова Юлия Викторовна, к.т.н. (Екатеринбург)

Верстакова Елена Евгеньевна – редактор перевода текста на английский язык
Циклина Ирина Михайловна – редактор текста
Гариева Анна Валерьевна – верстальщик текста
Торлопова Галина Викторовна – помощник редактора
Шакиров Рауль Нурувич, к.т.н. – администратор сайта журнала

Адрес редакции:

Россия, 620049, г. Екатеринбург, ул. Комсомольская, д. 34., ИМАШ УрО РАН
телефон: +7 (343) 375 35 83, факс +7 (343) 374-53-30
e-mail: dream-journal@mail.ru
http://dream-journal.org

CONTENTS

Burmasheva N. V., Prosviryakov E. Yu. An exact solution for describing the unidirectional Marangoni flow of a viscous incompressible fluid with the Navier boundary condition. Temperature field investigation	6
Mironov V. I., Emelyanov I. G., Vichuzhanin D. I., Zamaraev L. M., Ogorelkov D. A., and Yakovlev V. V. Effect of hydrogenation temperature and tensile stress on the parameters of the complete deformation diagram for steel 09G2S	24
Struzhanov V. V. A method for calculating stresses in a multiply connected elastic body	34
Tretyakov D. A. Acoustic anisotropy at different stages of the deformation process in metals	43
Dragoshanskii Yu. N., Pudov V. I. Formation of magnetic properties of electrical steel	57

СОДЕРЖАНИЕ

Бурмашева Н. В., Просвиряков Е. Ю. Точное решение для описания однонаправленного течения Марангони вязкой несжимаемой жидкости с граничным условием Навье: исследование поля температуры	6
Миронов В. И., Емельянов И. Г., Замираев Л. М., Вичужанин Д. И., Огорелков Д. А., Яковлев В. В. Влияние температуры наводороживания и растягивающего напряжения на параметры полной диаграммы деформирования стали 09Г2С	24
Стружанов В. В. Об одном методе расчета напряжений в неодносвязном упругом теле ...	34
Третьяков Д. А. Акустическая анизотропия на различных стадиях деформационного процесса в металлах	43
Драгошанский Ю. Н., Пудов В. И. Формирование магнитных свойств электротехнической стали	57

Received: 26.11.2019
Revised: 24.01.2020
Accepted: 21.02.2020
DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.006-023

AN EXACT SOLUTION FOR DESCRIBING THE UNIDIRECTIONAL MARANGONI FLOW OF A VISCOUS INCOMPRESSIBLE FLUID WITH THE NAVIER BOUNDARY CONDITION. TEMPERATURE FIELD INVESTIGATION

N. V. Burmasheva^{a)*}, E. Yu. Prosviryakov^{b)}

*Institute of Engineering Science, Urals Branch of the Russian Academy of Sciences,
 34 Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation*

a)  <https://orcid.org/0000-0003-4711-1894>  nat_burm@mail.ru;

b)  <https://orcid.org/0000-0002-2349-7801>  evgen_pros@mail.ru

*Corresponding author. E-mail: nat_burm@mail.ru

Address for correspondence: 34 Komsomolskaya St., 620049, Ekaterinburg, Russian Federation
 Tel.: +7 (343) 375 35 76; fax: 374 53 30

A new exact solution of the Oberbeck–Boussinesq equation system, which describes the unidirectional convective flow of a viscous incompressible fluid in an infinite horizontal layer, is obtained. The fluid velocity depends on the vertical (transverse) coordinate. Pressure and temperature are the linear forms relative to the horizontal (longitudinal) coordinate with coefficients depending on the vertical coordinate. The fluid layer is bounded by a rigid infinite plane (lower boundary). In the study of fluid convection, it is assumed that the deformation of the free (upper) boundary of the layer is neglected. The thermocapillary effect inducing a convective flow is taken into account at the upper boundary. The contact of the moving fluid with the lower boundary occurs with slippage. The fluid slippage is described by the Navier boundary slip condition. The paper focusses on the study of the temperature field, which is spatially inhomogeneous. The temperature field is a seventh-degree polynomial with respect to the vertical coordinate. When studying the temperature distribution in the fluid layer, particular cases of the Navier slip condition are discussed. At the zero slip length, the boundary condition is transformed into the no-slip condition. When the slip length tends to infinity, there is a perfect slip boundary condition. It is demonstrated that the temperature field can be stratified into several zones relative to the reference value. In all the considered cases, the number of stratification zones does not exceed two. It is also shown that, in the case of perfect slip, the number of temperature field stratification zones is strictly equal to two, and the position of the temperature field stratification point depends neither on the physical parameters of the fluid nor on the conditions of heating of its boundaries.

Keywords: Oberbeck–Boussinesq equation system, unidirectional flow, layered flow, exact solution, Marangoni convection, counterflows, Navier slip condition
Acknowledgment.

References

1. Gershuni G.Z., Zhukhovitskii E.M. *Convective Stability of Incompressible Fluids: Israel Program for Scientific Translations*. Jerusalem, Keter Publishing House, 1976, 330 p.
2. Pukhnachov V.V. Hierarchy of models in the theory of convection. *J. Math. Sci.*, 2004, vol. 123, no. 6, pp. 4607–4620. DOI: 10.1023/B:JOTH.0000041478.45024.64.
3. Burmasheva N.V., Prosviryakov E.Yu. An Exact Solution to the Description of a Unidirectional Marangoni Flow of a Viscous Incompressible Fluid with the Navier Boundary Condition. Velocity Field Investigation. *Diagnosics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2019, iss. 5, pp. 23–39. DOI: 10.17804/2410-9908.2019.5.023-039.

4. Petrov A.G. Exact solution of the Navier–Stokes equations in a fluid layer between the moving parallel plates. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2012, vol. 53, no. 5, pp. 642–646. DOI: 10.1134/S0021894412050021.
5. Baranovskiy E.S., Artemov E.A. On the stationary flow of second-order fluids in a channel. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Prikladnaya Matematika. Informatika. Protsessy Upravleniya*, 2017, vol. 13, no. 4, pp. 342–353. DOI: 10.21638/11701/spbu10.2017.401. (In Russian).
6. Knyazev D.V., Kolpakov I.Y. The exact solutions of the problem of a viscous fluid flow in a cylindrical domain with varying radius. *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2015, vol. 11, no. 1, pp. 89–97. DOI: 10.20537/nd1501004. (In Russian).
7. Borzenko E.I., Diakova O.A., Shrager G.R. Studying the slip phenomenon for a viscous
8. fluid flow in a curved channel. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*, 2014, no. 2 (28), pp. 35–44. (In Russian).
9. Bharat Bhushan. Adhesion and Stiction: Mechanisms, Measurement Techniques, and Methods for Reduction. *Journal of Vacuum Science & Technology B Microelectronics and Nanometer Structures*, 2003, vol. 21, no. 6, pp. 2262–2296. DOI: 10.1116/1.1627336.
10. Dement'ev O.N. Effect of convection on the stability of a liquid with a nonuniformly distributed heavy admixture. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2000, vol., 41, iss. 5, pp. 923–929. DOI: 10.1007/BF02468739.
11. Aristov S.N., Prosviryakov E.Y. A new class of exact solutions for three-dimensional thermal diffusion equations. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2016, vol. 50, no. 3, pp. 286–293. DOI: 10.1134/S0040579516030027.
12. Gorshkov A.V., Prosviryakov E.Yu. Analytic solutions of stationary complex convection describing a shear stress field of different signs. *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*, 2017, vol. 23, no. 2, pp. 32–41. DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-2-32-41. (In Russian).
13. Aristov S.N., Knyazev D.V. Three-dimensional viscous jet flow with plane free boundaries. *Fluid Dynamics*, 2017, vol. 52, no. 2, pp. 215–218. DOI: 10.1134/S0015462817020053.
14. Aristov S.N., Shvarts K.G. Advective flow in a rotating liquid film. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2016, vol. 57, no. 1, pp. 188–194. DOI: 10.1134/S0021894416010211.
15. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Modeling of three dimensional thermocapillary flows with evaporation at the interface based on the solutions of a special type of the convection equations. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, vol. 62, pp. 145–162. DOI: 10.1016/j.apm.2018.05.021.
16. Bekezhanova V.B., Rodionova A.V. Longwave stability of two-layer fluid flow in the inclined plane. *Fluid Dynamics*, 2015, vol. 50, no. 6, pp. 723–736. DOI: 10.1134/S0015462815060010.
17. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Analysis of the exact solution for the evaporative convection problem and properties of the characteristic perturbations. *International Journal of Thermal Sciences*, 2018, vol. 130, pp. 323–332. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2018.05.001.
18. Goncharova O.N., Rezanova E.V., Lyulin Y.V., Kabov O.A. Analysis of a convective fluid flow with a concurrent gas flow with allowance for evaporation. *High Temperature*, 2017, vol. 55, no 6, pp. 887–897. DOI: 10.1134/S0018151X17060074.
19. Bratsun D.A., Gordeeva V.Y., Lyushnin A.V. Peculiarities of the behavior of an ultrathin layer of an evaporable liquid in the presence of a surfactant on a free deformable interface. *Vestnik Permskogo Nauchnogo Tsentra UrO RAN*, 2017, no. 2, pp. 35–38. (In Russian).
20. Bratsun D.A., Mosheva E.A. Peculiar properties of density wave formation in a two-layer system of reacting miscible liquids. *Computational Continuum Mechanics*, 2018, vol. 11, no. 3, pp. 302–322. DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.3.23. (In Russian).
21. Bratsun D.A. Internal shock-type density waves induced by chemoconvection in miscible reacting liquids. *Technical Physics Letters*, 2017, vol. 43, no. 20, pp. 69–77. DOI: 10.21883/PJTF.2017.20.45152.16927. (In Russian).
22. Mosina E.V., Chernyshev I.V. Fluid Flow near the Porous Boundary. *Vestnik Nizhegorodskogo Universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 2011, iss. 4, no. 3, pp. 999–1001. (In Russian).

23. Mosina E.V., Chernyshev I.V. Mosina E.V., Chernyshev I.V. The permeability of two dimensional porous medium of square fibers (cell model). *Science Journal of Volgograd State University. Mathematics. Physics*, 2017, no. 2 (39), pp. 56–64 DOI: 10.15688/jvolsu1.2017.2.5. (In Russian).
24. Domnich A.A., Baranovskii E.S., Artemov M.A. On a mathematical model of non-isothermal creeping flows of a fluid through a given domain. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2019, vol. 23, no. 3, pp. 417–429. DOI: 10.14498/vsgtu1713. (In Russian).
25. Polyakov K.A. The effect of near-wall slip on ball resistance to motion in a viscous fluid at low Reynolds numbers. *Obozrenie Prikladnoy i Promyshlennoy Matematiki*, 2014, vol. 21, no. 4. (In Russian).
27. Arkhipov V.A., Vasenin I.M., Usanina A.S., Tkachenko A.S. Unsteady rise of a bubble in a viscous fluid at small Reynolds numbers. *Fluid Dynamics*, 2015, vol. 50, no. 1, pp. 79–86. DOI: 10.1134/S0015462815010093.
28. Suleimanov B.A. Mechanism of slip effect in gassed liquid flow. *Colloid Journal*, 2011, vol. 73, iss. 6, pp. 846–855. DOI: 10.1134/S1061933X11050140.
29. Shablovsky O.N. Near-wall fluid slip and nonlinear properties of a velocity vortex in a two-dimensional flow. *Chelyabinskiy Fiziko-Matematicheskii Zhurnal*, 1997, vol. 6, no. 1 (1), pp. 154–163. (In Russian).
30. Mosina E.V., Chernyshev I.V. Slip condition on the surface of a model fibrous porous medium. *Technical Physics Letters*, 2009, vol. 35, pp. 245–248. DOI: 10.1134/S1063785009030158.
31. Maduar S.R., Belyaev A.V., Lobaskin V., Vinogradova O.I. Electrohydrodynamics Near Hydrophobic Surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 2015, vol. 114 (11), pp. 118301(5). DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.118301.
32. Ageev A.I., Osiptsov A.N. Self-similar regimes of liquid-layer spreading along a superhydrophobic surface. *Fluid Dynamics*, 2014, vol. 49, no. 3, pp. 330–342. DOI: 10.1134/S0015462814030041.
33. Filippov A.N., Hanukaeva D.Y., Kalinin V.V. Viscous flow in a cylindrical channel with surface coated with porous layer. *Trudy RGU Nefti i Gaza im. I.M. Gubkina*, 2012, no. 3 (268), pp. 63–72. (In Russian).
34. Aristov S.N., Prosviryakov E.Y. On laminar flows of planar free convection. *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2013, vol. 9, no. 4, pp. 651–657. DOI: 10.20537/nd1304004.
35. Burmasheva N.V., Prosviryakov E.Yu. Temperature field investigation in layered flows of a vertically swirling viscous incompressible fluid under two thermocapillar forces at a free boundary. *Diagnosics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2019, iss. 1, pp. 6–42. DOI: 10.17804/2410-9908.2019.1.006-042. URL: http://dream-journal.org/issues/2019-1/2019-1_236.html
36. Burmasheva N.V., Prosviryakov E.Yu. Convective layered flows of a vertically whirling viscous incompressible fluid. Velocity field investigation. *Vestnik Samarskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskiye Nauki*, 2019, vol. 23, no. 2, pp. 341–360. DOI: 10.14498/vsgtu1670. (In Russian).
37. Navier C.L.M.H. M'emoire sur les Lois du Mouvement des Fluides. *M'em. Acad. Sci. Inst. de France*, 1823, vol. 2, no. 6, pp. 389–440.
38. Aristov S.N., Knyazev D.V., Polyanin A.D. Exact solutions of the Navier-Stokes equations with the linear dependence of velocity components on two space variables. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2009, vol. 43, no. 5, pp. 642–662. DOI: 10.1134/S0040579509050066.
39. Marangoni C. *Sull espansione delle gocce di un liquido galleggiante sulla superficie di altro liquid*. Pavia, Tipografia dei fratelli Fusi, 1865.
40. Bekezhanova V.B. Convective instability of Marangoni-Poiseuille flow under a longitudinal temperature gradient. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2011, vol. 52, no. 1, pp. 74–81. DOI: 10.1134/S0021894411010111.

41. Aktershev S.P. Thermocapillary effect and periodic structures on the surface of a heated viscous liquid film. *Proceedings of the Institute of Mechanics of Ufa Branch of RAS*, 2007, no. 5, pp. 79–84. DOI: 10.21662/uim2007.1.005. (In Russian).
42. Gordeeva V.Y., Lyushnin A.V. Influence of the thermocapillary effect on the dynamics and stability of motion of a thin evaporating film. *Technical Physics*, 2013, vol. 58, no. 3, pp. 351–357. DOI: 10.1134/S1063784213030092.

Подана в журнал: 26.11.2019
УДК 539
DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.006-023

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО ТЕЧЕНИЯ МАРАНГОНИ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ С ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ НАВЬЕ: ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Н. В. Бурмашева^{a)*}, Е. Ю. Просвирыков^{b)}

*Институт машиноведения УрО РАН,
ул. Комсомольская, 34, г. Екатеринбург, Российская Федерация*

a)  <https://orcid.org/0000-0003-4711-1894>  nat_burm@mail.ru;
b)  <https://orcid.org/0000-0002-2349-7801>  evgen_pros@mail.ru

* Ответственный автор. Электронная почта: nat_burm@mail.ru
Адрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, 620049, Екатеринбург, Российская Федерация
Тел.: +7 (343) 375-35-76; факс: +7 (343) 374-53-30

В статье получено новое точное решение системы уравнений Обербека–Буссинеска, описывающее однонаправленное конвективное течение вязкой несжимаемой жидкости в бесконечном горизонтальном слое. Скорость жидкости зависит от вертикальной (поперечной) координаты. Давление и температура являются линейными формами относительно горизонтальной (продольной) координаты с коэффициентами, зависящими от вертикальной координаты. Слой жидкости ограничен недеформируемой бесконечной плоскостью (нижняя граница). При исследовании конвекции в жидкости введено допущение о пренебрежении деформацией свободной (верхней) границы слоя. На верхней границе учитывается термокапиллярный эффект, индуцирующий конвективное течение. Контакт движущейся жидкости с нижней границей осуществляется с проскальзыванием. Проскальзывание жидкости описывается граничным условием скольжения Навье. Основное внимание в статье уделено исследованию поля температуры, являющегося пространственно неоднородным. Температурное поле является многочленом седьмой степени относительно вертикальной координаты. При исследовании распределения температуры в слое жидкости были изучены частные случаи условия проскальзывания Навье. При нулевой длине скольжения граничное условие Навье трансформируется в условие прилипания. При стремлении длины скольжения к бесконечности имеет место граничное условие идеального скольжения. Показано, что в каждом из трех рассмотренных случаев температурное поле может расслаиваться на несколько зон стратификации не превосходит двух. Также показано, что в случае идеального скольжения число зон стратификации температурного поля строго равно двум, и положение точки стратификации поля температуры не зависит ни от физических параметров жидкости, ни от условий нагрева ее границ.

Ключевые слова: система уравнений Обербека–Буссинеска, однонаправленное течение, слоистое течение, точное решение, конвекция Марангони, противотечения, условие проскальзывания Навье.

1. Введение

Чаще всего для описания движений вязкой несжимаемой жидкости в некоторой заданной области используют математическую модель тепловой конвекции [1, 2]. Систему уравнений этой модели составляют: уравнение движения (уравнение Навье–Стокса), уравне-

ние энтропии (как частный случай – уравнение теплопроводности) и закон сохранения массы (уравнение несжимаемости).

Одним из основных факторов, вызывающих конвекцию в жидкости, является ее неравномерный нагрев, задаваемый на границе области течения жидкости. Однако ввиду наличия конвективной производной в уравнении энергии на распределение температурного поля могут также оказывать влияние и особенности поля скоростей течения. Наличие и число застойных (нулевых) точек поля скорости зависит, в частности, от типа граничного условия на контакте с твердой поверхностью [3–36]. В качестве основного параметра, определяющего количество зон стратификации поля скорости в случае учета условия проскальзывания Навье [35], выступает длина скольжения. Таким образом, этот параметр оказывает влияние и на свойства температурного поля.

В статье исследовано однонаправленное конвективное течение Марангони [37–40] вязкой несжимаемой жидкости в горизонтальном слое при учете условия проскальзывания Навье на нижней границе. Несмотря на то, что построенное точное решение описывает одномерное по направлению течение, само решение является двумерным по координатам. В статье подробно исследованы особенности распределения температуры в слое жидкости, изучены зависимости этого распределения от величины длины проскальзывания.

2. Постановка задачи и методы решения

Рассматривается установившееся однонаправленное конвективное слоистое течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском горизонтальном бесконечном слое толщины h (рис. 1).

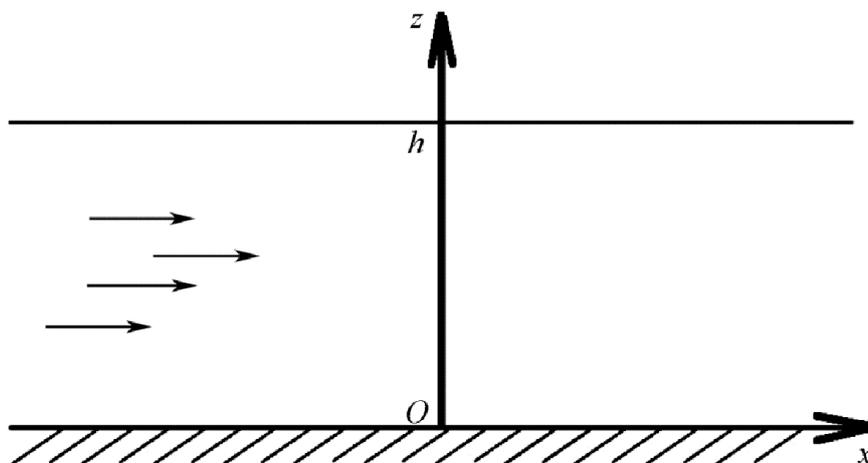


Рис. 1. Геометрия слоя жидкости

Система уравнений тепловой конвекции в приближении Обербека–Буссинеска [3, 33, 34] для таких течений принимает вид:

$$\begin{aligned}
 V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right); \\
 \frac{\partial P}{\partial y} &= 0; \quad \frac{\partial P}{\partial z} = g\beta T; \\
 V_x \frac{\partial T}{\partial x} &= \chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right); \\
 \frac{\partial V_x}{\partial x} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где $V_x(x, y, z)$ – единственная ненулевая компонента вектора скорости; $P(x, y, z)$ – нормированное на плотность отклонение давления от гидростатического; $T(x, y, z)$ – отклонение температуры от отсчетного значения; ν , χ , β – коэффициенты кинематической (молекулярной) вязкости, температуропроводности и температурного расширения жидкости соответственно; g – ускорение свободного падения. Заметим, что система (1) состоит из четырех нелинейных уравнений относительно трех неизвестных функций V_x , P , T .

Из работы [3] следует, что для класса скоростей

$$V_x = U(z), \quad (2)$$

в силу системы (1) функции, описывающие поле температуры T и поле давления P , принадлежат классу решений, линейных по части (горизонтальных) координат:

$$T = T_0(z) + T_1(z)x, \quad P = P_0(z) + P_1(z)x. \quad (3)$$

Подстановка соотношений (2) и (3) в систему (1) при использовании метода неопределенных коэффициентов позволяет привести систему (1) к эквивалентному виду:

$$T_1'' = 0; \quad P_1' = g\beta T_1; \quad \nu U'' = P_1; \quad (4)$$

$$\chi T_0'' = UT_1; \quad P_0' = g\beta T_0.$$

Здесь штрихом обозначено дифференцирование по переменной z .
Общее решение системы (4) для компонент температуры имеет вид:

$$T_1(z) = C_1 z + C_2; \\ T_0(z) = \frac{1}{7} g z^7 \beta C_1^2 + g z^6 \beta C_1 C_2 + z^5 \left[\frac{6}{5} g \beta C_2^2 + \frac{18}{5} C_1 C_3 \right] + 6 z^4 [C_2 C_3 + 2 \nu C_1 C_4] + \\ + 24 z^3 \nu (C_2 C_4 + C_1 C_5) + 72 z^2 \nu C_2 C_5 + 144 z \nu \chi C_6 + C_7. \quad (5)$$

Для нахождения значений констант C_i в общем решении (5) в [3] были выбраны краевые условия, описывающие неравномерный нагрев/охлаждение границ слоя жидкости, учет термокапиллярного эффекта на верхней и условия проскальзывания Навье на нижней границе. С учетом структуры решения (2) и (3) эти условия можно записать в следующем виде:

$$T_0(0) = T_1(0) = 0; \quad T_0(h) = 0; \quad T_1(h) = A;$$

$$\alpha \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=0} = U(0); \quad P_0(h) = S_0; \quad P_1(h) = 0; \quad \eta \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=h} = -\sigma T_1(h). \quad (6)$$

Здесь σ и η – коэффициенты температурного поверхностного натяжения и динамической вязкости соответственно; α – длина проскальзывания.

3. Результаты и обсуждение

3.1. Точное решение краевой задачи

Краевая задача (4) и (6) имеет единственное решение. Решение для поля температуры представляет набор полиномиальных функций различного порядка:

$$T_1 = \frac{Az}{h};$$

$$T_0 = A^2 \left\{ \frac{\sigma}{12h\chi\eta} (h-z)z [h^2 + (h+z)(z+2\alpha)] + \right. \\ \left. + \frac{g\beta}{5040h^2\nu\chi} [5z^7 - 63h^2z^5 + 140h^3z^4 + 280h^3z^3\alpha - 2h^5z(41h+140\alpha)] \right\}. \quad (7)$$

Точное решение для поля скорости $V = (U, 0, 0)$ было подробно проанализировано в [3] для всех возможных значений длины скольжения α . В работе все внимание будет уделено изучению свойств поля температуры T .

Отметим, что если продольный (горизонтальный) градиент температуры A окажется равен нулю, то в силу (7) всюду нулевым будет и возмущение теплового поля ($T \equiv 0$). Кроме того, свойства продольного градиента T_1 (7) никак не зависят от параметра α , а отвечающее этому продольному градиенту тепловое поле $T_1x = Azx/h$ оказывается отлично от нуля всюду в слое жидкости (за исключением нижней границы $z = 0$ и сечения $x = 0$).

Также отметим, что величина параметра A оказывает влияние только на значение фоновой температуры T_0 , но не на расположение ее нулевых точек, являющихся точками стратификации теплового поля T_0 .

3.2. Исследование температурного поля в случае выполнения условия прилипания на нижней границе

Когда неотрицательный параметр α принимает нулевое значение ($\alpha = 0$), условие проскальзывания Навье вырождается в широко известное условие прилипания. В этом случае точное решение (7) для фоновой температуры T_0 принимает вид:

$$T_0 = A^2 (h-z)z \left\{ \frac{\sigma}{12h\chi\eta} [h^2 + (h+z)z] - \right. \\ \left. - \frac{g\beta}{5040h^2\nu\chi} [82h^5 + 82h^4z + 82h^3z^2 - 58h^2z^3 + 5hz^4 + 5z^5] \right\}. \quad (8)$$

Заметим, что решение вида (8) (решение краевой задачи в случае прилипания жидкости к твердой границе слоя) обсуждалось в [32].

Свойства полиномов, входящих в выражение (8), зависят от толщины слоя h . Для того чтобы избавиться от этой зависимости, введем в рассмотрение безразмерную переменную $Z = \frac{z}{h} \in [0, 1]$. Тогда выражения для компонент температурного поля примут вид:

$$T_1 = AZ; \quad T_0 = A^2 h^3 (1-Z) Z \left\{ \frac{\sigma}{12\chi\eta} [Z^2 + Z + 1] - \right. \\ \left. - \frac{g\beta h^2}{5040\nu\chi} [82 + 82Z + 82Z^2 - 58Z^3 + 5Z^4 + 5Z^5] \right\} = A^2 h^3 (1-Z) Z \cdot f(Z). \quad (9)$$

Заметим, что фоновая температура (9) имеет нулевые точки внутри рассматриваемого слоя $[0,1]$, только если функция $f(Z)$, определяемая выражением (9), имеет нули на интервале $(0,1)$. Поэтому далее будем исследовать нули полинома $f(Z)$.

Заметим, что многочлены

$$f_1(Z) = Z^2 + Z + 1 \text{ и } f_2(Z) = 82 + 82Z + 82Z^2 - 58Z^3 + 5Z^4 + 5Z^5,$$

входящие в состав функции $f(Z)$, являются строго возрастающими положительными функциями, поэтому для аномальных жидкостей ($\sigma < 0$) функция $f(Z)$ будет строго убывающей на отрезке $[0,1]$ функцией, принимающей только отрицательные значения. Другими словами, нули функции $f(Z)$ на интервале $(0,1)$ могут существовать только для ньютоновских жидкостей.

Анализ спектральных свойств полинома $f(Z)$ показывает, что на интервале $(0,1)$ может существовать только один нуль (рис. 2).

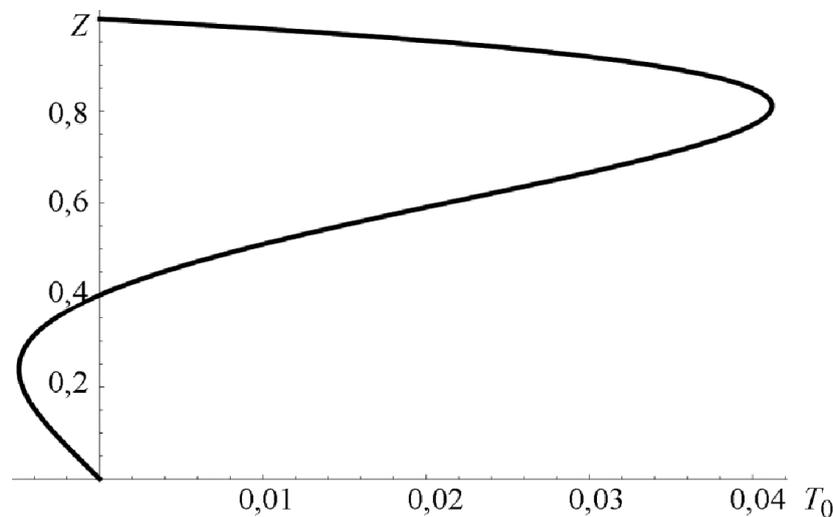


Рис. 2. Профиль фоновой температуры T_0 (при $\left(\hat{\tau} \hat{\delta} \frac{A^2 h^3 \sigma}{12\chi\eta} = 1 \hat{E}; \frac{A^2 g\beta h^2}{5040\nu\chi} = 0,01254 \hat{E} \right)$)

Заметим, что ввиду того, что коэффициенты в функции $f(Z)$ зависят от физических констант жидкости, не для каждой жидкости случай существования точки стратификации реализуем. Например для воды при температуре 20 °С точное решение (9) для фоновой температуры представляет собой зависимость, представленную на рис. 3.

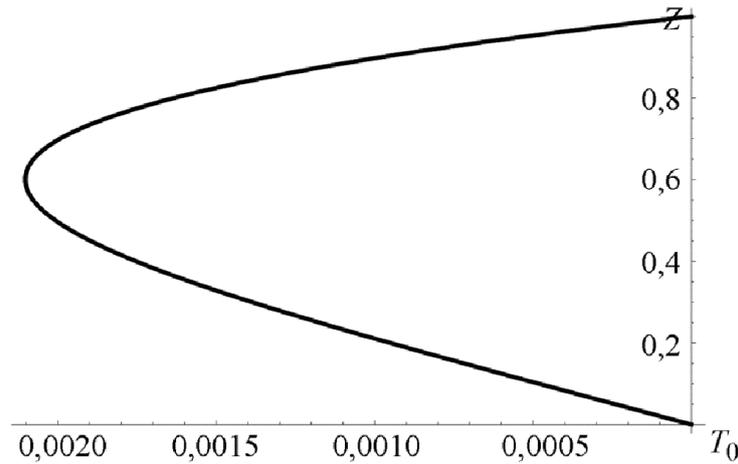


Рис. 3. Профиль фоновой температуры (9) для воды 20 °С ($\hat{i} \delta \hat{e} A = 1 \hat{E}/\hat{i}$; $h = 1 \hat{i}$)

Линии уровня результирующего поля температуры T для общего случая приведены на рис. 4, для воды при 20 °С – на рис. 5.

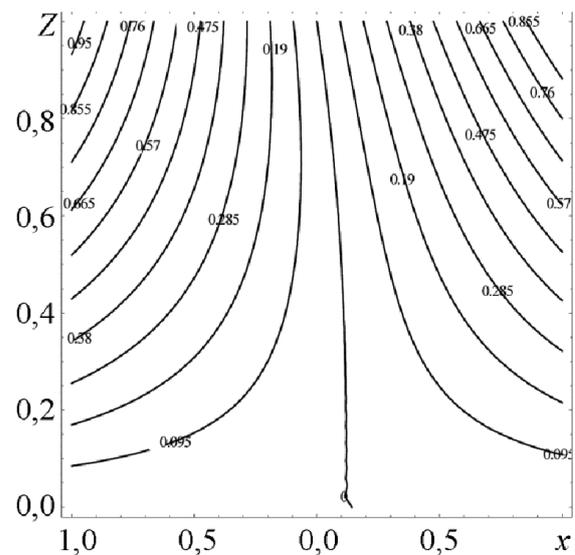
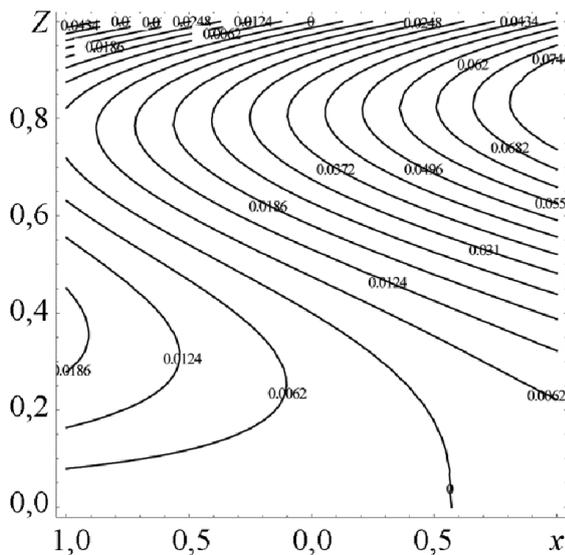


Рис. 4. Линии уровня температурного поля T

Рис. 5. Линии уровня температурного поля T (при $A = 1 \text{ К/м}$; $h = 1 \text{ м}$)

$$\left(\hat{i} \delta \hat{e} \frac{A^2 h^3 \sigma}{12 \chi \eta} = 1 \hat{E}; \frac{A^2 g \beta h^5}{5040 \nu \chi} = 0,01254 \hat{E}; \right. \\ \left. A = 0,05 \hat{e}/\hat{i} \right)$$

3.3. Исследование температурного поля в случае выполнения условия скольжения на нижней границе

В случае, когда параметр α принимает конечное ненулевое значение, представим решение (7) для фоновой температуры T_0 в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 T_0 &= A^2 (h-z) z \left\{ \frac{\sigma}{12h\chi\eta} [h^2 + (h+z)z] + \frac{\sigma}{6h\chi\eta} (h+z)\alpha - \right. \\
 &= A^2 h^2 (1-Z) Z \left\{ \frac{\sigma h}{12\chi\eta} [Z^2 + Z + 1] + \frac{\sigma h}{6\chi\eta} (1+Z) \frac{a}{\delta} - \right. \\
 &= A^2 h^2 (1-Z) Z \left\{ \frac{\sigma h}{12\chi\eta} [Z^2 + Z + 1] + \left(\frac{\sigma h}{6\chi\eta} - \frac{g\beta h^3}{18\nu\chi} \right) (1+Z) \frac{a}{\delta} - \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{g\beta h^3}{5040\nu\chi} [82 + 82Z + 82Z^2 - 58Z^3 + 5Z^4 + 5Z^5] \right\}. \right.
 \end{aligned} \tag{10}$$

В отличие от выражения (9) в формуле (10) появляется новое слагаемое, отражающее влияние длины проскальзывания. Здесь введены дополнительные обозначения: $a = \alpha/l$; $\delta = h/l$; l – характерный горизонтальный размер рассматриваемого слоя жидкости. Опираясь на изложенный в [3] подход к оценке числа возможных нулевых точек многочлена на заданном интервале и учитывая неотрицательность отношения a/δ , можно сделать вывод о том, что в случае выполнения условия проскальзывания на нижней границе слоя у фоновой температуры (10) может быть не более одной нулевой точки внутри слоя (0,1) (рис. 6). На рис. 7 приведен профиль фоновой температуры, определяемой соотношением (10), для воды при температуре 20 °С.

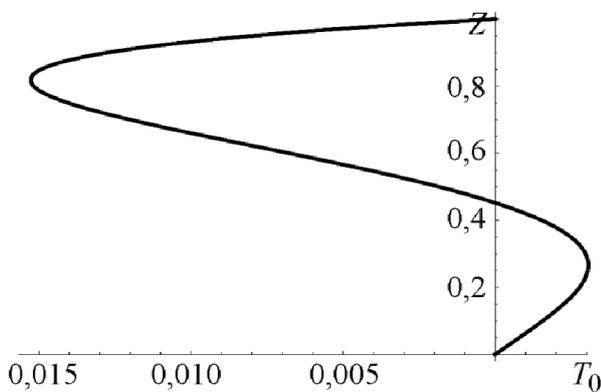


Рис. 6. Профиль фоновой температуры (10) при $\left(\hat{i} \delta \frac{A^2 h^3 \sigma}{12\chi\eta} = -0,4 \hat{E}; \frac{A^2 g\beta h^5}{5040\nu\chi} = 0,005 \hat{E}; \frac{a}{\delta} = 0,01 \right)$

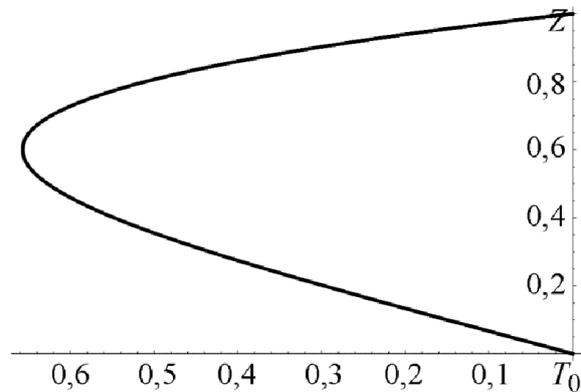


Рис. 7. Профиль фоновой температуры (10) (при $A = 1$ К/м; $h = 0,5$ м; $\frac{a}{\delta} = 0,001$)

Линии уровня поля температуры для общего случая и для воды при температуре 20 °С приведены на рис. 8 и 9 соответственно.

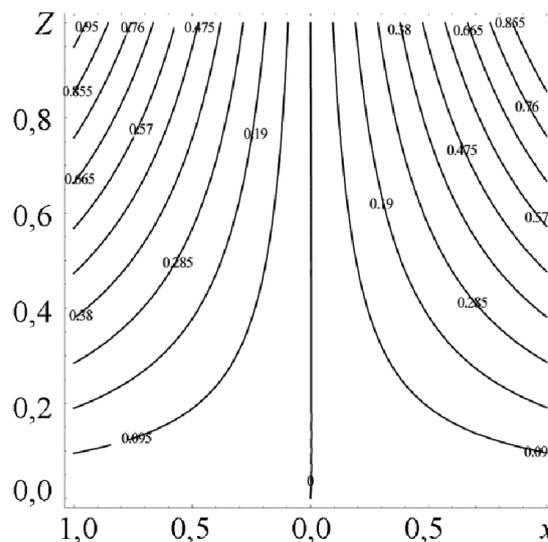
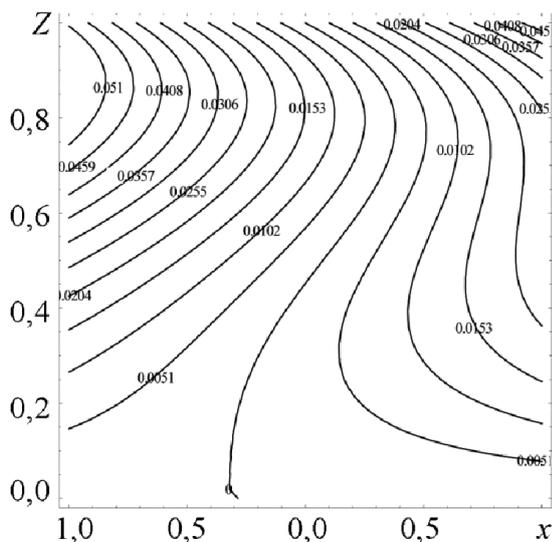


Рис. 8. Линии уровня температурного поля T (при $A = 0,05$ К/м; $\frac{a}{\delta} = 0,01$)
 $\left(\bar{i} \delta \frac{A^2 h^3 \sigma}{12 \chi \eta} = -0,4 \hat{E}; \frac{A^2 g \beta h^5}{5040 \nu \chi} = 0,005 \hat{E}; \right)$

Рис. 9. Линии уровня температурного поля T (при $A = 1$ К/м; $h = 0,5$ м; $A = 1$ К/м; $\frac{a}{\delta} = 0,001$)

3.4. Исследование температурного поля в случае идеального скольжения

Предельный случай условия Навье, когда параметр α принимает бесконечное значение, называется условием идеального скольжения. Воспользоваться предельным переходом $\alpha \rightarrow \infty$ в полученном точном решении (7) нельзя, так как в противном случае все гидродинамические поля становятся бесконечными в любой точке исследуемого слоя. В [3] было показано, что если выполняется условие

$$g\beta h^2 \eta - 3\nu\sigma = 0. \tag{11}$$

возможен одновременный учет в точном решении краевой задачи (4), (6) и термокапиллярного эффекта на верхней границе слоя жидкости, и условия идеального скольжения на нижней границе.

Также в статье [3] приведено точное решение для поля скорости в случае идеального скольжения:

$$U = \frac{Ag\beta h^3}{120\nu} f_3(Z) = \frac{Ag\beta h^3}{120\nu} [5Z^4 - 30Z^2 + 9]. \tag{12}$$

Используя решение (12) при интегрировании предпоследнего уравнения системы (4), можем легко получить точное решение для фоновой температуры:

$$\chi T_0'' = UT_1 = \frac{Ag\beta h^3}{120\nu} [5Z^4 - 30Z^2 + 9] \cdot AZ = \frac{A^2 g\beta h^3}{120\nu} [5Z^5 - 30Z^3 + 9Z]; \tag{13}$$

$$T_0' = \frac{A^2 g\beta h^3}{720\nu\chi} [5Z^6 - 45Z^4 + 27Z^2] + C_1;$$

$$T_0 = \frac{A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi} [5Z^7 - 63Z^5 + 63Z^3] + C_1 Z + C_2.$$

Далее подставим полученное общее решение (13) в краевые условия (6):

$$T_0(0) = \frac{A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi} [5 \cdot 0^7 - 63 \cdot 0^5 + 63 \cdot 0^3] + \tilde{N}_1 \cdot 0 + \tilde{N}_2 = 0;$$

$$T_0(z=h) = T_0(Z=1) = \frac{A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi} [5 \cdot 1^7 - 63 \cdot 1^5 + 63 \cdot 1^3] + \tilde{N}_1 \cdot 1 = \frac{5A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi} + \tilde{N}_1 = 0.$$

Таким образом, мы нашли значения констант интегрирования: $C_1 = -\frac{5A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi}$;

$\tilde{N}_2 = 0$. Подстановка этих значений в общее решение (13) позволяет найти точное решение для фоновой температуры, удовлетворяющее системе краевых условий (6) для случая идеального скольжения:

$$T_0 = \frac{A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi} [5Z^7 - 63Z^5 + 63Z^3] - \frac{5A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi} Z = \frac{A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi} [5Z^7 - 63Z^5 + 63Z^3 - 5Z] \quad (14)$$

На рис. 10 приведен профиль фоновой температуры, определяемой выражением (14).

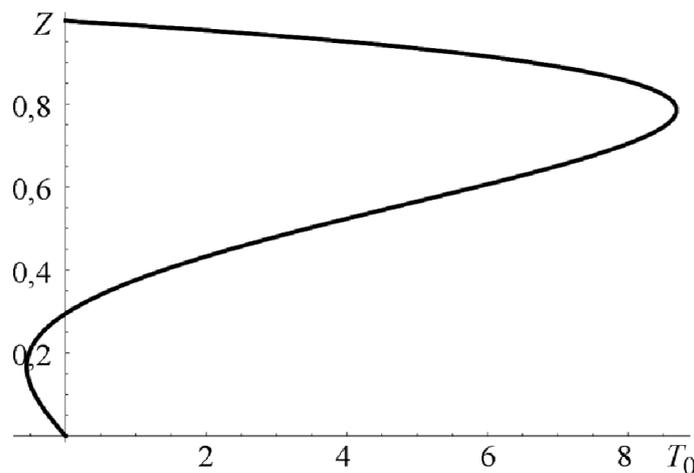


Рис. 10. Профиль температуры T_0 при $\frac{A^2 g \beta h^3}{5040 \nu \chi} = 1$ К

Несложно убедиться, что функция $g(Z) = 5Z^7 - 63Z^5 + 63Z^3 - 5Z$, определяющая точное решение (14), имеет единственный нуль на интервале $(0,1)$. Следовательно, фоновая температура (14) обращается в нуль внутри рассматриваемого слоя жидкости ровно один раз независимо от значений краевых параметров задачи. Это означает, что поле температуры T_0 всегда расслаивается на две зоны относительно отсчетного значения, причем в известной точке $Z = 0,2947$.

Заметим, что расположение нулевой точки у фоновой температуры (14) никак не зависит от физических характеристик жидкости. Их положение определяется нулями многочлена $g(Z)$, попадающими в интервал $(0,1)$.

Результирующее поле температуры $T = T_0 + T_1x$ в этом случае принимает вид:

$$T = T_0 + T_1x = \frac{A^2 g\beta h^3}{5040\nu\chi} [5Z^7 - 63Z^5 + 63Z^3 - 5Z] + AZx =$$

$$= AZ \left(\frac{Ag\beta h^3}{5040\nu\chi} [5Z^6 - 63Z^4 + 63Z^2 - 5] + x \right). \quad (15)$$

Приведенная факторизация записи выражения (15) наглядно демонстрирует, что в отличие от фоновой температуры T_0 распределение изолиний поля T зависит от параметров конкретной жидкости (β , ν , χ), от толщины слоя h и величины продольного градиента температуры A . На рис. 11–13 приведены линии уровня температурного поля (15) для воды при температуре 20 °С.

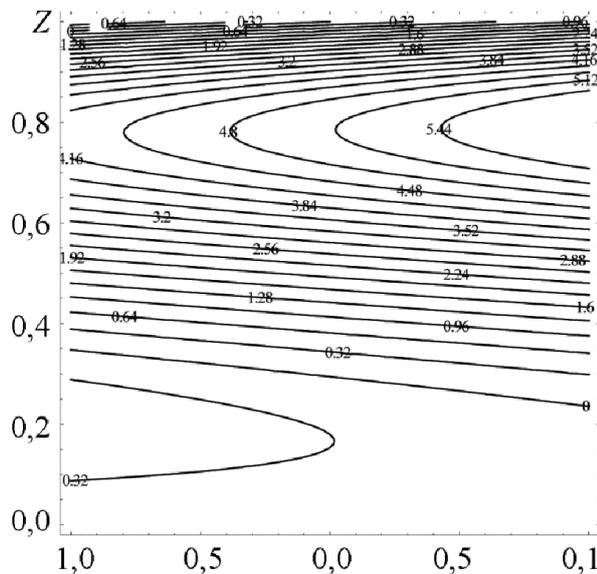


Рис. 11. Распределение изолиний поля температуры (при $A=1$ К/м; $h=1$ м)

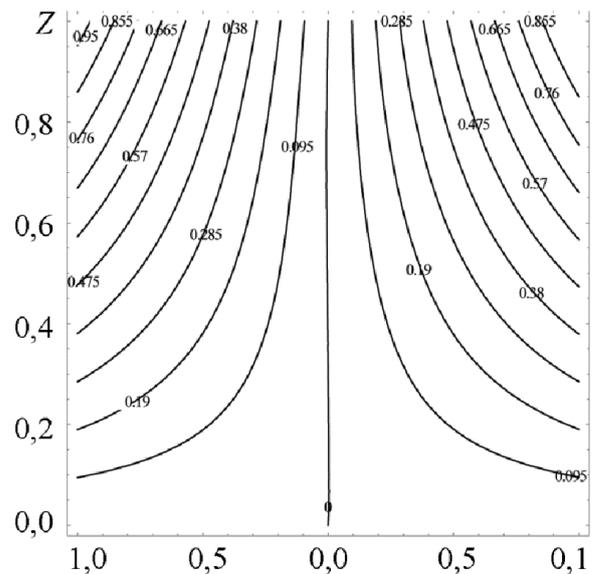


Рис. 12. Распределение изолиний поля температуры (при $A=1$ К/м; $h=0,1$ м)

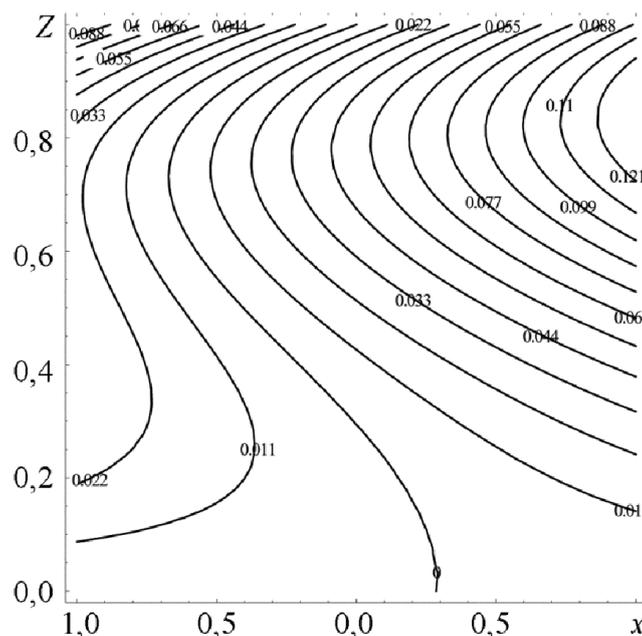


Рис. 13. Распределение изолиний поля температуры (при $A = 0,1$ К/м; $h = 1$ м)

Различие в картинах изолиний, представленных на рис. 11–13, объясняется тем фактом, что при варьировании величины коэффициента $Ag\beta h^3 / (5040\nu\chi)$, входящего в выражение (15), можно добиться того, что вклад линейного слагаемого x будет превалировать над вкладом нелинейного слагаемого $\frac{Ag\beta h^3}{5040\nu\chi} [5Z^6 - 63Z^4 + 63Z^2 - 5]$.

4. Заключение

В статье получено точное решение для термокапиллярной конвекции, учитывающее эффект проскальзывания жидкости на одной из границ рассматриваемого слоя. Подробно проанализированы свойства поля температуры в зависимости от величины длины скольжения. Было показано, что поле температуры может иметь точки стратификации внутри слоя. Также было показано, что распределение изолиний температуры в слое зависит не только от параметров слоя и граничных условий, но и от самой жидкости.

Литература

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная неустойчивость несжимаемой жидкости. – М. : Наука, 1972. – 532 с.
2. Pukhnachov V. V. Hierarchy of models in the theory of convection // J. Math. Sci. – 2004. – Vol. 123, no. 6. – P. 4607–4620. – DOI: 10.1023/B:JOTH.0000041478.45024.64.
3. Burmasheva N.V., Prosviryakov E.Yu. An Exact Solution to the Description of a Unidirectional Marangoni Flow of a Viscous Incompressible Fluid with the Navier Boundary Condition. Velocity Field Investigation // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2019. – Iss. 5. – P. 23–39. – DOI: 10.17804/2410-9908.2019.5.023-039.
4. Petrov A. G. Exact solution of the Navier–Stokes equations in a fluid layer between the moving parallel plates // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2012. – Vol. 53, no. 5. – P. 642–646. – DOI: 10.1134/S0021894412050021.
5. Барановский Е. С., Артемов М. А. О стационарном течении жидкостей второго порядка в канале // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. – 2019. – Т. 63, кн. 5. – С. 642–646. – DOI: 10.21665/2410-9908.2019.63.5.642-646.

- тика. Информатика. Процессы управления. – 2017. – Т. 13, вып. 4. – С. 342–353. – DOI: 10.21638/11701/spbu10.2017.401.
6. Князев Д. В., Колпаков И. Ю. Точные решения задачи о течении вязкой жидкости в цилиндрической области с меняющимся радиусом // Нелинейная динамика. – 2015. – Т. 11, № 1. – С. 89–97. – DOI: 10.20537/nd1501004.
 7. Борзенко Е. И., Дьякова О. А., Шрагер Г. Р. Исследование явления проскальзывания в случае течения вязкой жидкости в изогнутом канале // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2014 – № 2 (28). – С. 35–44.
 8. Bharat Bhushan. Adhesion and Stiction: Mechanisms, Measurement Techniques, and Methods for Reduction // Journal of Vacuum Science & Technology B Microelectronics and Nanometer Structures. – 2003. – Vol. 21, no. 6. – P. 2262–2296. – DOI: 10.1116/1.1627336.
 9. Dement'ev O. N. Effect of convection on the stability of a liquid with a nonuniformly distributed heavy admixture // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2000. – Vol. 41, iss. 5. – P. 923–929. – DOI: 10.1007/BF02468739.
 10. Aristov S. N., Prosviryakov E. Y. A new class of exact solutions for three-dimensional thermal diffusion equations // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. – 2016. – Vol. 50, no. 3. – P. 286–293. – DOI: 10.1134/S0040579516030027.
 11. Горшков А. В., Просвирыков Е. Ю. Аналитические решения стационарной сложной конвекции, описывающие поле касательных напряжений разного знака // Труды ИММ. – 2017. – Т. 23, вып. 2. – С. 32–41. – DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-2-32-41.
 12. Aristov S. N., Knyazev D. V. Three-dimensional viscous jet flow with plane free boundaries // Fluid Dynamics. – 2017. – Vol. 52, no. 2. – P. 215–218. – DOI: 10.1134/S0015462817020053.
 13. Aristov S. N., Shvarts K. G. Advective flow in a rotating liquid film // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2016. – Vol. 57, no. 1. – P. 188–194. – DOI: 10.1134/S0021894416010211.
 14. Bekezhanova V. B., Goncharova O. N. Modeling of three dimensional thermocapillary flows with evaporation at the interface based on the solutions of a special type of the convection equations // Applied Mathematical Modelling. – 2018. – Vol. 62. – С. 145–162. – DOI: 10.1016/j.apm.2018.05.021.
 15. Bekezhanova V. B., Rodionova A. V. Longwave stability of two-layer fluid flow in the inclined plane // Fluid Dynamics. – 2015. – Vol. 50, no. 6. – P. 723–736. – DOI: 10.1134/S0015462815060010.
 16. Bekezhanova V. B., Goncharova O. N. Analysis of the exact solution for the evaporative convection problem and properties of the characteristic perturbations // International Journal of Thermal Sciences. – 2018. – Vol. 130. – P. 323–332. – DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2018.05.001.
 17. Analysis of a convective fluid flow with a concurrent gas flow with allowance for evaporation / O. N. Goncharova, E. V. Rezanova, Y. V. Lyulin, O. A. Kabov // High Temperature. – 2017. – Vol. 55, no 6. – P. 887–897. – DOI: 10.1134/S0018151X17060074.
 18. Брацун Д. А., Гордеева В. Ю., Люшнин А. В. Особенности поведения ультратонкого слоя испаряющейся жидкости при наличии на свободной деформируемой границе сурфактанта // Вестник Пермского научного центра УрО РАН. – 2017. – № 2. – С. 35–38.
 19. Брацун Д. А., Мошева Е. А. Особенности формирования волн плотности в двухслойной системе смешивающихся реагирующих жидкостей // Вычислительная механика сплошных сред. – 2018. – Т. 11, № 3. – С. 302–322. – DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.3.23.
 20. Брацун Д. А. Внутренние волны плотности ударного типа, индуцированные хемоконвекцией в смешивающихся реагирующих жидкостях // Письма в Журнал технической физики. – 2017. – Т. 43, № 20. – С. 69–77. – DOI: 10.21883/PJTF.2017.20.45152.16927.
 21. Мосина Е. В., Чернышев И. В. Течение жидкости в окрестности пористой границы // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 4 (3). – С. 999–1001.
 22. Мосина Е. В., Чернышев И. В. Проницаемость двумерной пористой среды из волокон квадратного сечения (ячеечная модель) // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1. Математика. Физика. – 2017. – № 2 (39). – С. 56–64. – DOI: 10.15688/jvolsu1.2017.2.5.

23. Домнич А. А., Барановский Е. С., Артёмов М. А. О математической модели неизотермического ползущего течения жидкости через заданную область // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2019. – Т. 23, № 3. – С. 417–429. – DOI: 10.14498/vsgtu1713.
24. Поляков К. А. Влияние пристеночного скольжения, на сопротивление шара движению в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2014. – Т. 21, вып. 4.
25. Unsteady rise of a bubble in a viscous fluid at small Reynolds numbers / V. A. Arkhipov, I. M. Vasenin, A. S. Usanina, A. S. Tkachenko // Fluid Dynamics. – 2015. – Vol. 50, no. 1. – P. 79–86. – DOI: 10.1134/S0015462815010093.
26. Suleimanov B. A. Mechanism of slip effect in gassed liquid flow // Colloid Journal. – 2011. – Vol. 73, iss. 6. – P. 846–855. – DOI: 10.1134/S1061933X11050140.
27. Шабловский О. Н. Пристеночное скольжение жидкости и нелинейные свойства вихря скорости в двухмерном потоке // Челябинский физико-математический журнал. – 1997. – Т. 6, № 1 (1). – С. 154–163.
28. Mosina E. V., Chernyshev I. V. Slip condition on the surface of a model fibrous porous medium // Technical Physics Letters. – 2009. – Vol. 35. – P. 245–248. – DOI: 10.1134/S1063785009030158.
29. Electrohydrodynamics near Hydrophobic Surfaces / S. R. Maduar, A. V. Belyaev, V. Lobaskin, O. I. Vinogradova // Phys. Rev. Lett. – 2015. – Vol. 114 (11). – P. 118301(5). – DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.118301.
30. Ageev A. I., Osiptsov A. N. Self-similar regimes of liquid-layer spreading along a superhydrophobic surface. *Fluid Dynamics*, 2014, vol. 49, no. 3, pp. 330–342. DOI: 10.1134/S0015462814030041.
31. Филиппов А. Н., Ханукаева Д. Ю., Калинин В. В. Течение вязкой жидкости в цилиндрическом канале с покрытой пористым слоем поверхностью // Труды РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина. – 2012. – № 3 (268). – С. 63–72.
32. Аристов С. Н., Просвирыков Е. Ю. О слоистых течениях плоской свободной конвекции // Нелинейная динам. – 2013. – Т. 9. – Вып. 4. – С. 651–657.
33. Burmasheva N. V., Prosviryakov E. Yu. Temperature field investigation in layered flows of a vertically swirling viscous incompressible fluid under two thermocapillar forces at a free boundary // *Diagnosics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2019. – Iss. 1. – P. 6–42. – DOI: 10.17804/2410-9908.2019.1.006-042.
34. Burmasheva N. V., Prosviryakov E. Yu. Convective layered flows of a vertically whirling viscous incompressible fluid. Velocity field investigation // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки [Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta-seriya-fiziko-matematicheskiye nauki]. – 2019. – Т. 23, № 2. – С. 341–360. – DOI: 10.14498/vsgtu1670.
35. Navier C. L. M. H. M'emoire sur les Lois du Mouvement des Fluides // M'em. Acad. Sci. Inst. de France. – 1823. – Т. 2 (6). – P. 389–440.
36. Aristov S. N., Knyazev D. V., Polyandin A. D. Exact solutions of the Navier-Stokes equations with the linear dependence of velocity components on two space variables // *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. – 2009. – Vol. 43, no. 5. – P. 642–662. – DOI: 10.1134/S0040579509050066.
37. Marangoni C. Sull espansione delle gocce di un liquido galleggiante sulla superficie di altro liquid. – Pavia : Tipografia dei fratelli Fusi, 1865.
38. Бекежанова В. Б. Конвективная неустойчивость течения Марангони-Пуазейля при наличии продольного градиента температуры // Прикл. мех. техн. физ. – 2011. – Т. 52, вып. 1. – С. 92–100.
39. Актершев С. П. Термокапиллярный эффект и периодические структуры на поверхности нагреваемой пленки вязкой жидкости // Тр. Инст. Мех. УНЦ РАН. – 2007. – Т. 5, вып. 1. – С. 79–84. – DOI: 10.21662/uim2007.1.005.

40. Gordeeva V. Y., Lyushnin A. V. Influence of the thermocapillary effect on the dynamics and stability of motion of a thin evaporating film // Technical Physics. – 2013. – Vol. 58. – No. 3. – P. 351–357. – DOI: 10.1134/S1063784213030092.

Received: 29.11.2019

Revised: 28.01.2020

Accepted: 21.02.2020

DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.024-033

EFFECT OF HYDROGENATION TEMPERATURE AND TENSILE STRESS ON THE PARAMETERS OF THE COMPLETE DEFORMATION DIAGRAM FOR STEEL 09G2S

V. I. Mironov^{1, 2, a)}, I. G. Emelyanov^{1, b)}, D. I. Vichuzhanin^{1, c)}, L. M. Zamaraev^{1, d)},
D. A. Ogorelkov^{1, 2, e)}*, and V. V. Yakovlev^{2, f)}

¹*Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
34 Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation*

²*B. N. Yeltsin Ural Federal University,
19 Mira St, Ekaterinburg, 620002, Russian Federation*

- a)  <https://orcid.org/0000-0002-5150-6074>  visim.vm@mail.ru;
b)  <https://orcid.org/0000-0002-9733-5485>  emelyanov@imach.uran.ru;
c)  <https://orcid.org/0000-0002-6508-6859>  mmm@imach.uran.ru;
d)  <https://orcid.org/0000-0003-4617-0825>  leva.zam@mail.ru;
e)  <https://orcid.org/0000-0002-7412-3316>  ogorelkov.dimon@yandex.ru;
f)  <https://orcid.org/0000-0002-5759-8483>  yoshkassa@mail.ru

*Corresponding author. E-mail: visim.vm@mail.ru, [mailto: visim.vm@mail.ru](mailto:visim.vm@mail.ru)

Address for correspondence: 34 Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation
Tel.: +7 922 155 89 83

Hydrogen concentration in the sample material depends on its environmental content, external pressure, temperature, surface condition, and testing time. All other things being equal, increasing temperature increases the diffusion coefficient and, consequently, hydrogen concentration in the metal. This, in turn, changes the mechanical properties of the material. The paper considers the principal possibility of determining the parameters of this process within the method of complete deformation diagrams. By changing the parameters of the diagram of the hydrogenated metal, a conclusion is made about the changes in its strength, plasticity, and crack resistance. The approach is illustrated by the results of testing samples of the structural 09Г2С steel, widely used in mechanical engineering. It has been found that the increasing temperature of hydrogenation reduces the strength and ductility of the steel and increases crack resistance. Thus, it is experimentally proved that the parameters of the falling branch of the complete diagram are sensitive to hydrogen concentration in the steel. The changes in the mechanical properties of the structural steel caused by the action of hydrogen are qualitatively similar to those caused by cyclic loading. In this regard, it is concluded that degradation processes of different natures can be studied on a common methodological basis. The parameters of the falling branch of the complete deformation diagram can serve as the representative parameters of these processes.

Keywords: hydrogen, diffusion, experiment, complete deformation diagrams, temperature.

References

1. Bolotin V.V. *Resurs mashin i konstruktsiy* [Resource of Machines and Structures]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990, 448 p. (In Russian).
2. Plyutov Yu.A., Homich L.V. New approaches to analyzing the reliability of vehicles. *Fundamentalnye Issledovaniya*, 2004, no. 6, pp. 70–72. (In Russian).

3. Emel'yanov I.G., Mironov V.I. *Dolgovechnost obolocheknykh konstruktsiy* [Durability of Shell Structures]. Ekaterinburg, RIO UrO RAN Publ., 2012, 217p. ISBN 978-5-7691-2322-1. (In Russian).
4. Yakovleva T.Yu. *Lokal'naya plasticheskaya deformatsiya i ustalost metalla* [Local Plastic Deformation and Fatigue of Metals]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 2003, 238 p. (In Russian).
5. Moroz L.S., Chechulin B.B. *Vodorodnaya khrupkost metallov* [Hydrogen Brittleness of Metals]. Moscow, Metallurgy Publ., 1967, 256 p. (In Russian).
6. Suzuki H., Fukushima H., Takai K. Role of Hydrides and Solute Hydrogen in Embrittlement of Pure Titanium. *Journal of the Japan Institute of Metals*, 2015, vol. 79, pp. 82–88. DOI: 10.2320/jinstmet.JC201402.
7. Tal-Gutelmacher E., Eliezer D. Hydrogen-Assisted Degradation of Titanium Based Alloys. *Materials Transactions*, 2004, vol. 45, iss. 5, pp. 1594–1600. DOI: 10.2320/matertrans.45.1594.
8. Venezuela J., Blanch J., Zulkiply A., Liu Q., Zhou Q., Zhang M., Atrens A. Further study of the hydrogen embrittlement of martensitic advanced high-strength steel in simulated auto service conditions. *Corrosion Science*, 2018, vol. 135, pp. 120–135. DOI: 10.1016/j.corsci.2018.02.037.
9. Garetta G., Cioffi P., Bruschi R. Engineering thoughts on Hydrogen Embrittlement. *Procedia Structural Integrity*, 2018, vol. 9, pp. 250–256. DOI: 10.1016/j.prostr.2018.06.038.
10. Lynch S. Hydrogen embrittlement phenomena and mechanisms. *Corrosion Reviews*, 2012, vol. 30 (3–4), pp. 105 – 123. DOI: 10.1515/corrrev-2012-0502.
11. Van den Eeckhout E., Laureys A., Van Ingelgem Y., Verbeken K. Hydrogen permeation through deformed and heat-treated Armco pure iron. *Materials Science and Technology*, 2017, vol. 33, iss. 13, pp. 1515–1523. DOI: 10.1080/02670836.2017.1342015.
12. Andronov D.Yu., Arseniev D.G., Polyanskiy A.M., Polyanskiy V.A., Yakovlev Yu.A. Application of multichannel diffusion model to analysis of hydrogen measurements in solid. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2017, vol. 42, iss 1, pp. 699–710. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2016.10.126.
13. Terent'ev V.F. *Ustalostnaya prochnost' metallov i splavov* [Fatigue Strength of Metals and Alloys]. Moscow, Intermet Inzhiniring Publ., 2002, 288 p. (In Russian).
14. Lahdari A.A., Seddak A., Ovchinnikov I.I., Ovchinnikov I.G. Modeling of hydrogen embrittlement of a pipeline as a thin-walled cylindrical shell of a nonlinearly elastic material. *Internet-zhurnal «NAUKOVEDENIE»*, 2017, vol. 9, no. 4. Available at: <http://naukovedenie.ru/PDF/58TVN417.pdf>
15. *Ustalost i vynoslivost metallov* [Fatigue and Endurance of Metals, ed. by G.V. Uzhik]. Moscow, Izd-vo inostrannoy literatury Publ., 1963, 497 p. (In Russian).
16. Christmann K. Interaction of hydrogen with solid surfaces. *Surface Science Reports*, 1988, vol. 9, iss. 1–3, pp. 1–163. DOI: 10.1016/0167-5729(88)90009-X.
17. Mironov V.I., Emel'yanov I.G., Yakushev A.V., Lukashuk O.A. Development of rapid method for car steel quality control. *Transport of the Ural*, 2012, no. 2 (33), pp. 13–17. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17725311>
18. Ovchinnikov I.I., Ovchinnikov I.G. Effect of hydrogen-containing environment at high temperature and pressure on the behavior of metals and structures. *Internet-zhurnal «NAUKOVEDENIE»*, 2012, no. 4. Available at: <https://naukovedenie.ru/PDF/60tvn412.pdf> (accessed 20.09.2017).
19. Rebyakov Yu.N., Chemiavsky A.O., Chemiavsky O.F. Deformation and destruction of materials and structures in the diffusion. *Vestnik YuUrGU*, 2010, no. 10, pp. 4–16.
20. Lebedev A.A., Chausov N.G. Phenomenological fundamentals of the evaluation of crack resistance of materials on the basis of parameters of falling portions of strain diagrams. *Problems of Strength*, 1983, vol. 15, iss. 2, pp 155–160. DOI: 10.1007/BF01523460.
21. Smirnov S.V., Zamaraev L.M., Zamyatin A.N., Matafonov P.P. Short-term thermal cyclic creep and fracture of a VT1-0 titanium alloy in a hydrogen atmosphere. *Russian Metallurgy (Metal-ly)*, 2012, iss. 3, pp. 255–257. DOI: 10.1134/S0036029512030123.

22. Smirnov S.V., Zamaraev L.M. Energy of activation of the VT5 and VT1-0 titanium alloys under short-term creep in air and argon. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2016, iss. 6, pp. 100–110. DOI: 10.17804/2410-9908.2016.6.100-110. Available at: http://dream-journal.org/DREAM_Issue_6_2016_Smirnov_S.V._et_al._100_110.pdf
23. Velichko V.V., Mikheev G.M., Zabil'skij V.V., Maleev D.I. The influence of superlow concentration hydrogen on the mechanical properties of quenched 30KhG3A steel. *Fiziko-Khimicheskaya Mekhanika Materialov*, 1991, no. 1, pp. 112–114.
24. Kartashov A.M. *Vliyanie vodorodnogo vozdeystviya pri vysokoy temperature i davlenii na uprugie svoystva uglerodistoy stali* [Effect of Hydrogen on the Elastic Properties of Carbon Steel at High Temperature and Pressure: Collection of Scientific Works of Graduate Students]. Leningrad, LITMO Publ., 1974, pp. 142–145. (In Russian).
25. Mironov V.I., Lukashuk O.A. Influence of Material Structural Inhomogeneity on Fracture Strength of Constructional Elements. *Key Engineering Materials*, 2017, vol. 735, pp. 89–112. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.735.89.

Подана в журнал: 29.11.2019

УДК 620.172.25

DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.024-033

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НАВОДОРОЖИВАНИЯ И РАСТЯГИВАЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ ПОЛНОЙ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ СТАЛИ 09Г2С

В. И. Миронов^{1, 2, а)}, И. Г. Емельянов^{1, б)}, Д. И. Вичужанин^{1, в)}, Л. М. Замараев^{1, г)},
Д. А. Огорелков^{1, 2, д)*}, В. В. Яковлев^{2, е)}

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук,
ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация

²Уральский Федеральный Университет,
ул. Мира, 19, Екатеринбург, Российская Федерация

- а)  <https://orcid.org/0000-0002-5150-6074>  visim.vm@mail.ru;
б)  <https://orcid.org/0000-0002-9733-5485>  emelyanov@imach.uran.ru;
в)  <https://orcid.org/0000-0002-6508-6859>  mmm@imach.uran.ru;
г)  <https://orcid.org/0000-0003-4617-0825>  leva.zam@mail.ru;
д)  <https://orcid.org/0000-0002-7412-3316>  ogorelkov.dimon@yandex.ru;
е)  <https://orcid.org/0000-0002-5759-8483>  yoshkassa@mail.ru

* Ответственный автор. Электронная почта: visim.vm@mail.ru, [mailto: visim.vm@mail.ru](mailto:visim.vm@mail.ru)
Адрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, 620040, Екатеринбург, Российская Федерация
Тел.: +7-922-155-89-83

Концентрация водорода в материале образца зависит от его содержания в окружающей среде, внешнего давления, температуры, состояния поверхности и времени испытаний. Повышение температуры испытаний приводит к изменению фазового состава стали, активизации диффузионных процессов и к повышению содержания водорода. В результате снижаются предел прочности и предельная деформация, меняется угол наклона падающей ветви полной диаграммы деформирования (ПДД). По изменению параметров диаграммы наводороженного металла дается заключение об изменении его прочности, пластичности и трещиностойкости. Подход иллюстрируется результатами испытаний образцов из конструкционной стали 09Г2С, широко используемой в машиностроении. Установлено, что повышение температуры наводороживания снижает прочность и располагаемую пластичность стали, повышая трещиностойкость. Таким образом, экспериментально доказано, что параметры падающей ветви полной диаграммы чувствительны к концентрации водорода в стали. Отмечается качественная аналогия изменения механических свойств конструкционной стали от действия водорода и циклического нагружения. В этой связи делается заключение о принципиальной возможности исследования деградационных процессов разной природы на единой методологической основе. Представительными параметрами данных процессов могут служить параметры падающей ветви полной диаграммы деформирования.

Ключевые слова: водород, диффузия, эксперимент, полная диаграмма деформирования, температура.

1. Введение

Исследование закономерностей деградационных процессов в материале эксплуатируемой конструкции является основой физической теории надежности машин [1, 2]. С точки

зрения использования получаемых результатов в расчетах элементов конструкций несомненное преимущество имеет феноменологический подход. Кинетические уравнения, выраженные в терминах напряжений и деформаций, хорошо согласуются с уравнениями механики сплошных сред. Примером могут служить исследования циклической деградации ряда конструкционных сталей [3].

Общим характерным признаком процессов зарождения усталостной трещины и развития водородной хрупкости является переход изначально пластичного конструкционного материала в хрупкое состояние [4–10]. Кинетика обоих процессов в значительной мере определяется состоянием поверхностного слоя исследуемого объекта [11–15], а результаты лабораторных исследований сильно зависят от способа обработки образцов [15, 16]. Приведенные аналогии послужили поводом для описания циклической и водородной деградации металлов с позиций авторского подхода, основанного на концепции полной диаграммы деформирования. Техника, средства и методика построения ПДД приведены в [3]. Простые испытания малых однократных образцов с построением полных диаграмм с падающей до нуля ветвью дают наиболее полное и логически завершенное представление о сопротивлении материала деформированию [3, 17]. Испытания таких образцов в жестком нагружающем устройстве позволяют оценить прочность, пластичность, трещиностойкость и энергоемкость материала по соответствующим параметрам ПДД.

Явление водородной деградации эксплуатационных свойств сталей, обнаруженное более 100 лет назад, в последние десятилетия привлекает особое внимание [14, 18–19]. В основном приводятся данные об изменении пределов прочности и текучести, относительного сужения при разрыве наводороженных образцов. Предполагается, что сравнение ПДД образцов в исходном и наводороженном состояниях даст более обстоятельную оценку изменения свойств материала от действия водорода. Цель работы – изучить влияние температуры наводороживания образца при неизменном давлении и времени выдержки в водороде на параметры статической полной диаграммы деформирования конструкционной стали.

2. Средства и условия проведения экспериментов

К настоящему времени преодолены технические трудности в построении полных диаграмм деформирования с падающей до нуля ветвью, отражающей стадию разупрочнения материала. Равновесное (без динамики) деформирование на стадии разупрочнения возможно при растяжении малых образцов [3] с размером рабочей части 2...3 мм в достаточно жесткой испытательной машине (рис. 1). Тонкостенный образец следует использовать *при исследовании циклической деградации*, поскольку усталостные повреждения концентрируются в поверхностном слое металла [3 и 13], а при наводороживании таких образцов сокращается время до насыщения.

Механические испытания образцов конструкционной стали 09Г2С с построением ПДД проводили на разрывной машине *Instron* 8801. Малая скорость деформирования 0,02 мм/мин и высокая жесткость машины позволяют строить падающую ветвь диаграммы без применения устройств повышенной жесткости. На рис. 2 в качестве примера приведены машинные диаграммы стали в координатах «растягивающее усилие F – удлинение Δl » в исходном состоянии (1) и после отжига (2) при температуре 900 °С в течение трех часов.

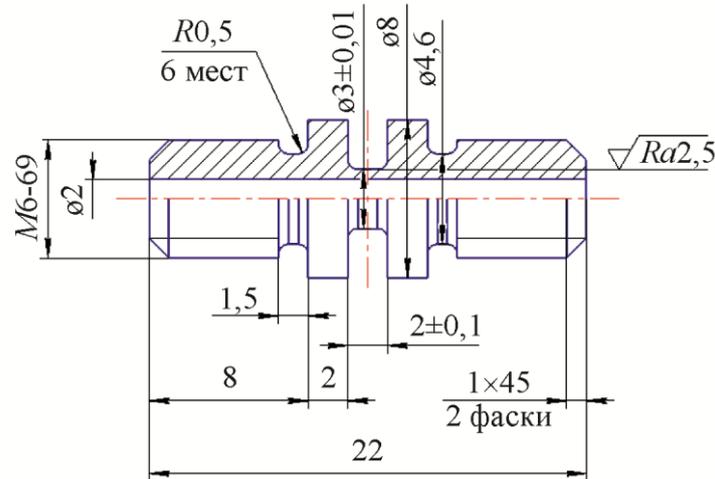


Рис. 1. Образец для испытаний с построением ПДД

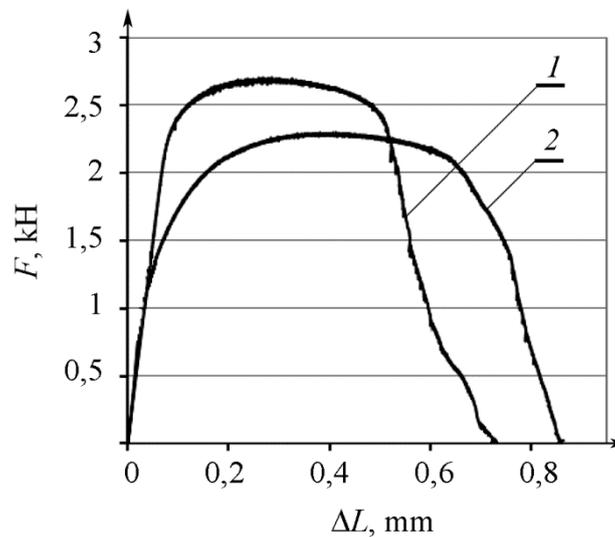


Рис. 2. Машинные диаграммы стали в исходном состоянии (1) и после отжига (2)

После отжига наблюдается значительное снижение максимальных деформирующих усилий и соответствующих удлинений. Возросла располагаемая пластичность, оцениваемая длиной диаграммы. Увеличился угол наклона заключительного участка диаграммы к отрицательному направлению оси абсцисс, что указывает на снижение трещиностойкости стали [17, 20]. Практически не изменились энергоемкость материала, оцениваемая площадью под диаграммой, и модуль упругости. За пределом прочности понятие напряжения не вполне определено, поэтому машинная диаграмма не перестраивалась в условную, или какую-либо другую диаграмму. Тем не менее сравнение параметров машинной диаграммы позволяет судить об изменении механических свойств материала после отжига.

Наводороживание образцов проводилось на специализированном стенде с нагревом в среде чистого водорода без нагрузки и при фиксированных номинальных растягивающих напряжениях (рис. 3) [21].

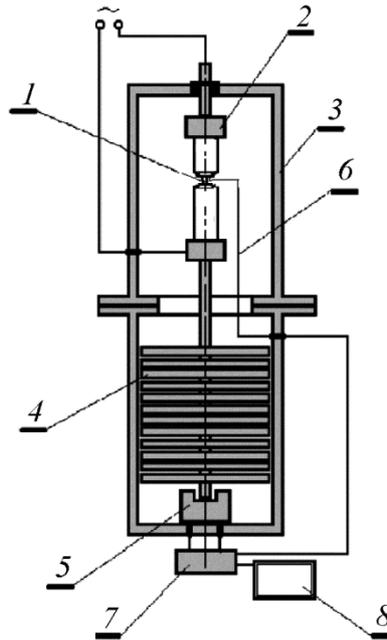


Рис. 3. Схема стенда

Для проведения испытаний образец (1) устанавливается в устройстве для подвески образца (2) и закрывают колпаком, образующим герметичную камеру (3). Растягивающее усилие создается набором свинцовых грузов (4). Образец нагревают путем пропускания переменного тока через силовой трансформатор с автоматизированным регулированием силы тока до 750 А. Температуру нагрева образца контролируют хромель-алюмелевой термопарой (6), привариваемой к каждому образцу в середине его рабочей части. Визуальное наблюдение за образцом в процессе испытаний осуществляется через кварцевые окна в колпаке. Удлинение образца фиксируется с помощью резистивного датчика (5). Датчик и термопара соединены с компьютером (8) через преобразователь сигнала (7). Воздух из рабочей камеры вытесняется газообразным аргоном из баллона с избыточным давлением 0,5 МПа. Система подачи водорода включает стандартный баллон и систему редуцирования и контроля. Давление водорода в камере 5 МПа поддерживают постоянным в процессе испытания. Стенд апробирован в испытаниях ряда материалов на кратковременную ползучесть в разных газообразных средах [21, 22]. После наводороживания образцы снимали со стенда и испытывали при комнатной температуре на разрывной машине. При охлаждении металла и снижении давления большая часть поглощенного водорода выделяется. Учитывая высокую скорость процесса дегазации водорода, далее речь идет о влиянии остаточной концентрации водорода на диаграмму деформирования стали.

3. Результаты исследований и обсуждение

Известно, что растворение водорода в нержавеющей стали приводит к существенному разупрочнению [23], снижению пластичности и трещиностойкости [4, 19, 23], модуля упругости [24]. Полное представление о свойствах стали одной марки можно составить по данным работ разных авторов. При этом используется материал разных плавок и разной термомеханической обработки, испытания проводятся по разным методикам и на образцах разных размеров и формы. Использование малых образцов позволяет провести масштабные испытания материала с одинаковой металлургической и технологической наследственностью (рис. 1). Так в сравнении машинных диаграмм стали 09Г2С выявлено существенное снижение прочностных свойств при отжиге (рис. 2).

Влияние температуры предварительного наводороживания образцов в течение трех часов отражается в диаграммах на рис. 4, построенных при температуре 20 °С. Диаграммы 1 на рис. 4 (те же, что на рис. 2) построены без предварительного наводороживания, диаграммы 2 для образцов, наводороженных при температуре 580 °С, а диаграммы 3 – при температуре 900 °С. Диаграмма 4 на рис. 4 б получена после наводороживания при температуре 580 °С и растягивающем напряжении 10,5 МПа.

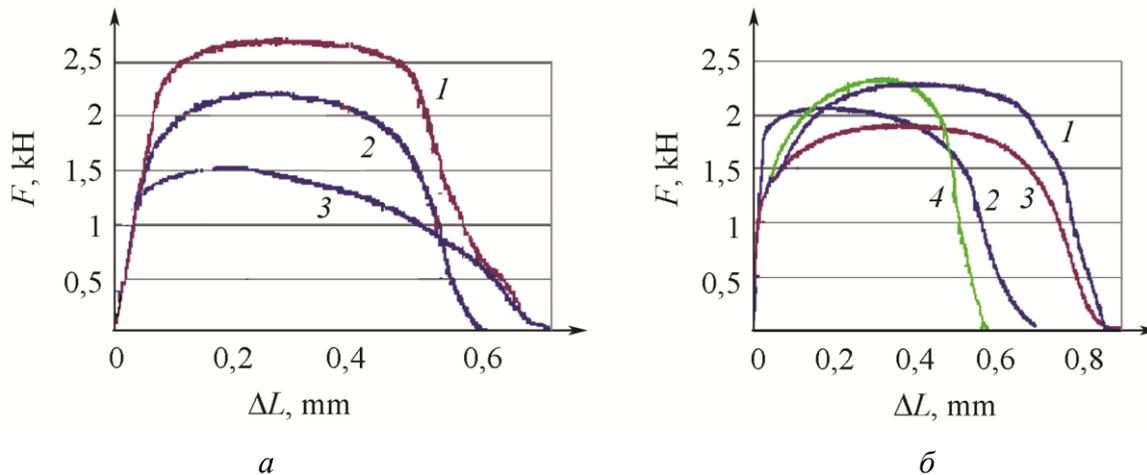


Рис. 4. Машинные диаграммы стали 09Г2С: а – в состоянии поставки; б – после отжига при 900 °С в течение 2,5 ч

Сравнивая диаграммы 1, 2 и 3 на рис.4 а и рис.4 б, можно заметить, что влияние температуры наводороживания на диаграмму материала в исходном состоянии и после отжига качественно одинаково. Максимальное усилие деформирования с ростом температуры наводороживания заметно снижается, особенно в состоянии поставки. Располагаемая пластичность, определяемая длиной ПДД, при температуре наводороживания 580 °С падает, но при температуре 900 °С восстанавливается (кривые 3 на рис. 4). Последний результат не вполне совпадает с прямыми измерениями сужения сечения в шейке при разрыве. Так, для отожженных не наводороженных образцов значение относительного сужения $\psi = 59\%$ после наводороживания при температуре 580 °С снижается до 41 %, но при температуре 900 °С составляет всего 43 %.

Известно, что растягивающие механические напряжения ускоряют диффузионный процесс проникновения водорода в стали [19], особенно при невысоких температурах. Диаграмма 4, как и диаграмма 2 на рис. 4 б, построена после наводороживания при температуре 580 °С. Но два груза в стенде создавали растягивающее напряжение 10,5 МПа (рис. 3).

Машинные диаграммы не приводились к инвариантному виду и значение максимума на диаграмме 4 следует считать случайным. Сравнивая диаграммы 2 и 4, можно сделать качественное заключение: действие растягивающих напряжений проявляется в снижении располагаемой пластичности и трещиностойкости материала. Диаграмма растяжения стала короче и на падающей ветви, в диапазоне нагрузок (1,4÷1,2) кН, появился круто наклонный участок, определяющий условия устойчивости деформирования и трещиностойкости [20, 25]. При физическом обосновании параметра поврежденности необходимо учитывать снижение показателей прочности, пластичности и трещиностойкости материала. Показатели упругих свойств в данной работе не исследовались, но известно, что возможно снижение модуля упругости до 20 % [19]. Для построения зависимостей изменения механических свойств с ростом концентрации водорода в образце необходимо дорогостоящее оборудование по ее определению.

4. Заключение

Основной результат проведенных экспериментов заключается в том, что установлена чувствительность параметров ПДД к действию водорода. Испытания с построением полных диаграмм наводороженного материала дают комплексную оценку изменения его механических свойств с ростом температуры наводороживания. Наложение растягивающих напряжений ускоряет процесс перехода пластичной стали в хрупкое состояние, что проявляется в снижении располагаемой пластичности, определяемой длиной ПДД. Ранее показано, что параметры ПДД чувствительны к изменению химического состава, температуры испытаний, числа циклов тренировки. Таким образом, деградационные процессы разной природы и с разными механизмами реакции на внешние воздействия могут исследоваться в рамках метода полных диаграмм деформирования.

Литература

1. Болотин В. В. Ресурс машин и конструкций. – М. : Машиностроение, 1990. – 448 с.
2. Плютов Ю. А., Хомич Л. В. Новые подходы к анализу надежности транспортных машин // *Фундаментальные исследования*. – 2004. – № 6. – С. 70–72.
3. Емельянов И. Г., Миронов В. И. Долговечность оболочечных конструкций. – Екатеринбург : РИО УрО РАН, 2012. – 217 с.
4. Яковлева Т. Ю. Локальная пластическая деформация и усталость металлов. – Киев : Наукова Думка, 2003. – 238 с.
5. Мороз Л. С., Чечулин Б. Б. Водородная хрупкость металлов. – М. : Metallurgia, 1967. – 256 с.
6. Suzuki H., Fukushima H., Takai K. Role of Hydrides and Solute Hydrogen in Embrittlement of Pure Titanium // *Journal of the Japan Institute of Metals*. – 2015. – Vol. 79. – P. 82–88. – DOI: 10.2320/jinstmet.JC201402.
7. Tal-Gutmacher E., Eliezer D. Hydrogen-Assisted Degradation of Titanium Based Alloys // *Materials Transactions*. – 2004. – Vol. 45, iss. 5. – P. 1594–1600. – DOI: 10.2320/matertrans.45.1594.
8. Further study of the hydrogen embrittlement of martensitic advanced high-strength steel in simulated auto service conditions / J. Venezuela, J. Blanch, A. Zulkipli, Q. Liu, Q. Zhou, M. Zhang, and A. Atrens // *Corrosion Science*. – 2018. – Vol. 135. – P. 120–135. – DOI: 10.1016/j.corsci.2018.02.037.
9. Garetta G., Cioffi P., Bruschi R. Engineering thoughts on Hydrogen Embrittlement // *Procedia Structural Integrity*. – 2018. – Vol. 9. – P. 250–256. – DOI: 10.1016/j.prostr.2018.06.038.
10. Lynch S. Hydrogen embrittlement phenomena and mechanisms // *Corrosion Reviews*. – 2012. – Vol. 30 (3–4). – P. 105–123. – DOI: 10.1515/correv-2012-0502.
11. Hydrogen permeation through deformed and heat-treated Armco pure iron / E. Van den Eeckhout, A. Laureys, Y. Van Ingelgem, K. Verbeken // *Materials Science and Technology*. – 2017. – Vol. 33, iss. 13. – P. 1515–1523. – DOI: 10.1080/02670836.2017.1342015.
12. Application of multichannel diffusion model to analysis of hydrogen measurements in solid / D. Yu. Andronov, D. G. Arseniev, A. M. Polyanskiy, V. A. Polyanskiy, Yu. A. Yakovlev // *International Journal of Hydrogen Energy*. – 2017. – Vol. 42, iss 1. – P. 699–710. – DOI: 10.1016/j.ijhydene.2016.10.126.
13. Терентьев В. Ф. Усталостная прочность металлов и сплавов. – М. : Интернет Инжиниринг, 2002. – 288 с.
14. Моделирование водородного охрупчивания трубопровода как тонкостенной цилиндрической оболочки из нелинейно упругого материала / А. А. Лахдари, Айсса Седдак, И. И. Овчинников, И. Г. Овчинников // *Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ»*. – 2017. – Том 9, № 4. – URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/58TVN417.pdf>

15. Усталость и выносливость металлов / под ред. Г. В. Ужика : сб. статей. – М. : Изд-во иностр. лит., 1963. – 497с.
16. Christmann K. Interaction of hydrogen with solid surfaces // Surface science reports. – 1988. – Vol. 9, iss. 1–3. – P. 1–163. – DOI: 10.1016/0167-5729(88)90009-X.
17. Разработка экспресс-метода для контроля свойств вагонных сталей / В. И. Миронов, И. Г. Емельянов, А. В. Якушев, О. А. Лукашук. // Транспорт Урала. – 2012. – № 2. – С. 13–17.
18. Овчинников И. И., Овчинников И. Г. Влияние водородосодержащей среды при высоких температурах и давлениях на поведение металлов и конструкций из них // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». – 2012. – № 4. – URL: <https://naukovedenie.ru/PDF/60tvn412.pdf> (дата обращения: 20.09.2017).
19. Ребяков Ю. Н., Чернявский А. О., Чернявский О. Ф. Деформирование и разрушение материалов и конструкций в условиях диффузии // Вестник ЮУрГУ. – 2010. – № 10. – С. 4–16.
20. Lebedev A. A., Chausov N. G. Phenomenological fundamentals of the evaluation of crack resistance of materials on the basis of parameters of falling portions of strain diagrams // Problems of Strength. – 1983. – Vol. 15, iss. 2. – P 155–160. – DOI: 10.1007/BF01523460.
21. Short-term thermal cyclic creep and fracture of a VT1-0 titanium alloy in a hydrogen atmosphere / S. V. Smirnov, L. M. Zamaraev, A. N. Zamyatin, P. P. Matafonov // Russian Metallurgy (Metally). – 2012. – Iss. 3. – P. 255–257. – DOI: 10.1134/S0036029512030123.
22. Smirnov S. V., Zamaraev L. M. Energy of activation of the VT5 and VT1-0 titanium alloys under short-term creep in air and argon // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2016. – Iss. 6. – P. 100–110. – DOI: 10.17804/2410-9908.2016.6.100-110. – URL: http://dream-journal.org/DREAM_Issue_6_2016_Smirnov_S.V._et_al._100_110.pdf
23. Влияние сверхмалых концентраций воды на механические свойства закаленной стали 30ХГСА / В. В. Величко, Г. М. Михеев, В. В. Забельский, Д. И. Малеев // Физико-химическая механика материалов. – 1991. – № 1. – С. 112–114.
24. Карташов А. М. Влияние водородного воздействия при высокой температуре и давлении на упругие свойства углеродистой стали : сб. науч. трудов аспирантов. – Л. : ЛИТМО, 1974. – С. 142–145.
25. Mironov V. I., Lukashuk O. A. Influence of Material Structural Inhomogeneity on Fracture Strength of Constructional Elements // Key Engineering Materials. – 2017. – Vol. 735. – P. 89–112. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.735.89.

Received: 07.06.2019

Revised: 30.01.2020

Accepted: 21.02.2020

DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.034-042

A METHOD FOR CALCULATING STRESSES IN A MULTIPLY CONNECTED ELASTIC BODY

V. V. Struzhanov

*Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
34 Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation*

 <https://orcid.org/0000-0002-3669-2032>  stru@imach.uran.ru

Corresponding author. E-mail: stru@imach.uran.ru

Address for correspondence: 34 Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation

Tel.: +7(343) 362 30 19

An analytical method for determining the stress state in elastic bodies with a cavity is developed. The technique is based on using solutions to problems of the theory of elasticity for two simply connected regions, namely, for a body without a cavity and a space that is the exterior of a cavity. Special operator equations are obtained to determining the required stresses in a multiply connected body. An iterative method for solving these operator equations is proposed. A convergence of successive approximations is proved. An illustrative example is provided.

Keywords: multiply connected body, stress state, operator equation, successive approximation, iteration convergence.

References

1. Savin, G.N. and Tul'chii, V.I. *Spravochnik po kontsentratsii napryazheniy* [Handbook on Stress Concentrations]. Kiev, Vishcha Shkola Publ., 1976. (In Russian).
2. Savin G.N. *Raspredelenie napryazheniy okolo otverstiy* [Stress Distribution Around Holes]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1968, 891 p (In Russian).
3. Rabotnov Yu.N. *Mekhanika devormirovannogo tverdogo tela* [Mechanics of Deformable Solids]. M, Nauka Publ., 1988, 712 p. (In Russian).
4. Mirenkov V.E., Shutov V.A., Poluektov V.A. On the deformation of loosened plates. *Izvestiya Vuzov, Stroitelstvo*, 2002, no. 12, pp. 17–21. (In Russian).
5. Sil'vestrov V.V., Zemlyanova A.Yu. Repair of a Plate with a Circular Hole by Applying a Patch. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2004, vol. 45, no. 4, pp. 605–611. DOI: 10.1023/B:JAMT.0000030342.06634.ec.
6. Levshchanova L.L. The destruction of the coating on a plate with a cutout. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktсии* (Mechanics of Composite Materials and Structures), 2007, vol. 13, no. 2, pp. 233–238. (In Russian).
7. Mokryakov V.V. The use of the multipole format for solving problems of two close located holes. *Mechanics of Solids*, 2007, vol. 42, iss. 5, pp 771–785. DOI: 10.3103/S0025654407050111.
8. Kudryavtsev S.V. *Kontsentratsiya napryazheniy vblizi krugovykh otverstiy v gofirovannykh stenkakh balok* [Stress Concentration Near Circular Holes in Corrugated Beam Walls]. Ekaterinburg, AMB Publishing House, 2010, 156 p. (In Russian).
9. Khan Kh. *Teoriya uprugosti* [Theory of Elasticity]. Moscow, Mir Publ., 1988, 344 p. (In Russian).
10. Lurie A.I. *Teoriya uprugosti* [Theory of Elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 940 p. (In Russian).

11. Dmitrienko Yu.I. *Tenzornoe ischislenie* [Tensor Calculation]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 2001, 575 p. (In Russian).
12. Mikhlin S.G. *Variatsionnye metody v matematicheskoy fizike* [Variational Methods in Mathematical Physics]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 512 p. (In Russian).
13. Lyusternik L.A, Sobolev V.I. *Elementy funktsionalnogo analiza* [Elements of Functional Analysis]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 520 p. (In Russian).
14. Timoshenko S., Guder J.N. *Teoriya uprugosti*, Rus. transl. [Theory of Elasticity, New York, Toronto, London, McGraw-Hill Book Company, 1951]. Moscow, Nauka Publ., 1971. (In Russian).

Подана в журнал: 07.06.2020
УДК 539.3
DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.034-42

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ В НЕОДНОСВЯЗНОМ УПРУГОМ ТЕЛЕ

В. В. Стружанов

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук,
ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация*

 <https://orcid.org/0000-0002-3669-2032>  stru@imach.uran.ru

Ответственный автор. Электронная почта: stru@imach.uran.ru
Адрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация
Тел.: +7(343) 362–30–19

Разработан аналитический метод определения напряженного состояния в упругих телах с полостью. Методика основана на использовании решений задач теории упругости для двух односвязных областей, а именно, для тела без полости и пространства, являющегося внешностью полости. Получены специальные операторные уравнения, решения которых определяют искомые напряжения в односвязном теле. Предложен итерационный метод решения данных операторных уравнений. Доказана сходимость последовательных приближений. Приведен иллюстрированный пример.

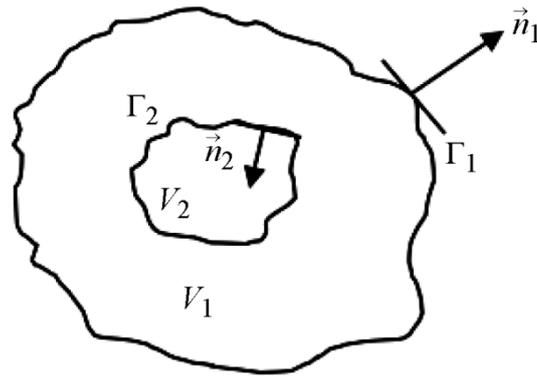
Ключевые слова: односвязное тело, напряженное состояние, операторное уравнение, последовательные приближения, сходимость итераций.

1. Введение

Многие элементы конструкций имеют отверстия конструктивного или технологического назначения. Для оценки надежности, прочности и долговечности таких конструктивных элементов необходимо знать их напряженное состояние, поскольку оно существенно неоднородное и возле отверстий появляются зоны концентрации напряжений, где и начинается процесс разрушения [1–3]. Из последних работ по этой тематике можно отметить исследования [4–8]. Таким образом, отверстия (полости) оказывают определяющее влияние на работоспособность изделий. Поэтому для оценки прочности деталей необходимо решать краевые задачи теории упругости для односвязных областей, на внешних границах которых заданы силы. С практической точки зрения возможно воспользоваться различными численными методами, например методом конечных элементов. Однако для понимания свойств уравнений и полученных решений, а также для тестирования численных методов необходимо во многих случаях иметь аналитические решения. Особенно, когда коэффициент концентрации напряжений слишком велик. В работе предложен алгоритм расчета напряжений в упругих телах с полостями. Построены соответствующие операторные уравнения, разработан итерационный метод их решения и доказана сходимость итераций к точному аналитическому решению задачи.

2. Постановка задачи

Пусть в трехмерном евклидовом пространстве E^3 имеются два односвязных тела: V_1 , ограниченное кусочно-гладкой поверхностью Γ_1 , и V_2 , ограниченное кусочно-гладкой поверхностью Γ_2 . Причем $V_2 \subset V_1$. Составим односвязное тело $V = V_1 \setminus V_2$, т. е. V_2 – это полость в области V_1 (рисунок).



Неодносвязное тело

Свойства материала в данных областях определяются однородным изотропным симметричным тензором четвертого ранга модулей упругости C [9]. В дальнейшем полагаем, что этот тензор распространен на все пространство E^3 . Требуется найти напряженное состояние в неодносвязном теле V , если на его границах Γ_1 и Γ_2 заданы системы уравновешенных внешних сил, соответственно t_1 и t_2 , объемные силы отсутствуют.

Напряженно-деформированное состояние в теле V определяется решением системы уравнений краевой задачи теории упругости, которая в инвариантной форме имеет вид [10]:

$$\nabla \cdot \sigma = 0; \quad \varepsilon = \text{def } u; \quad \sigma = C \cdot \varepsilon, \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\sigma \cdot n_1|_{\Gamma_1} = t_1; \quad \sigma \cdot n_2|_{\Gamma_2} = t_2. \quad (1)$$

Здесь первая группа уравнений – это уравнения равновесия; σ – симметричный тензор второго ранга напряжений; ∇ – оператор Гамильтона [6], точкой обозначено скалярное произведение тензора напряжений на оператор ∇ (вектор Гамильтона). Вторая группа уравнений – соотношения Коши (ε – симметричный тензор второго ранга деформаций; u – вектор перемещений). Третья группа уравнений – это закон Гука, связывающий тензоры напряжений и деформаций (двумя точками обозначено двойное скалярное произведение тензора четвертого ранга с тензором второго ранга [10, 11]). Вектор n_1 – единичный вектор внешней нормали к поверхности Γ_1 ; n_2 – единичный вектор внешней нормали к поверхности Γ_2 , направленный в сторону области V_2 . Точкой обозначено скалярное произведение тензора напряжений на вектор внешней нормали.

3. Метод решения

Пусть известны алгоритмы решений системы уравнений (1) для односвязной области V_1 с произвольными граничными условиями на поверхности Γ_1 , а именно $\sigma \cdot n_1|_{\Gamma_1} = g_n$ (или $\sigma \cdot n_1 = g_n$), и для области $V_3 = E^3 \setminus V_2$ (внешность поверхности Γ_2) с произвольными условиями на поверхности Γ_2 , а именно $\sigma \cdot n_2|_{\Gamma_2} = p_m$ (или $\sigma \cdot n_2 = p_m$). То есть, известны линейные отображения (операторы)

$$A_1: g_n \rightarrow \sigma_1^n; \quad A_2: p_m \rightarrow \sigma_2^m,$$

где σ_1^n и σ_2^m – тензоры напряжений, являющиеся решениями соответствующих краевых задач для областей V_1 и V_3 . Решение сформулированной выше задачи для несвязанной области V можно представить в виде суммы:

$$\sigma(x) = \sigma'_1(x) + \sigma'_2(x), \quad x \in V,$$

где тензоры напряжений должны быть таковы, что выполняются условия

$$n_1 \cdot \sigma'_1 + n_1 \cdot \sigma'_2 = t_1; \quad (2)$$

$$n_2 \cdot \sigma'_1 + n_2 \cdot \sigma'_2 = t_2. \quad (3)$$

Здесь тензоры σ'_1 и σ'_2 – некоторые (пока неизвестные) решения краевой задачи (1) соответственно для областей V_1 и V_3 .

Получим теперь уравнения для определения σ'_1 и σ'_2 . Применим операторы A_1 и A_2 соответственно к условиям (2) и (3):

$$A_1(n_1 \cdot \sigma'_1) + A_1(n_1 \cdot \sigma'_2) = A_1 t_1;$$

$$A_2(n_2 \cdot \sigma'_1) + A_2(n_2 \cdot \sigma'_2) = A_2 t_2.$$

Тогда учитывая, что $A_1(n_1 \cdot \sigma'_1) = \sigma'_1$; $A_2(n_2 \cdot \sigma'_2) = \sigma'_2$, получаем:

$$\sigma'_1 + B_1 \sigma'_2 = S_1, \quad x \in V_1; \quad (4)$$

$$\sigma'_2 + B_2 \sigma'_1 = S_2, \quad x \in V_3. \quad (5)$$

где $B_1 \sigma'_2 = A_1(n_1 \cdot \sigma'_2)$; $\sigma'_1 = A_2(n_2 \cdot \sigma'_1)$; $A_1 t_1 = S_1$ – тензор напряжений, являющийся решением краевой задачи (1) для области V_3 с граничными условиями t_2 .

Подставляя выражение σ'_1 из уравнения (4) в уравнение (5), а выражение σ'_2 из уравнения (5) – в уравнение (4), находим два независимых уравнения для определения σ'_1 и σ'_2 , а именно:

$$\sigma'_1 = B_1 B_2 \sigma'_1 + (S_1 - B_1 S_2), \quad x \in V_1; \quad (6)$$

$$\sigma'_2 = B_2 B_1 \sigma'_2 + (S_2 - B_2 S_1), \quad x \in V_3. \quad (7)$$

Решения уравнений (6) и (7) будем искать методом последовательных приближений:

$$\sigma'_1 = \sum_{k=0}^{\infty} (B_1 B_2)^k (S_1 - B_1 S_2); \quad (8)$$

$$\sigma'_2 = \sum_{k=0}^{\infty} (B_2 B_1)^k (S_2 - B_2 S_1). \quad (9)$$

Покажем, что операторы $B_1 B_2$ и $B_2 B_1$ есть операторы сжатия в соответствующих функциональных пространствах. Возьмем сначала энергетическое вещественное гильбертово пространство $T_1(V_1)$ тензоров напряжений, определенных в односвязной области V_1 и связанные законом Гука с тензорами деформаций, удовлетворяющих условиям совместности

[12]. Если тензор $q \in T_1(V_1)$, то $q \cdot S \cdot q$ – положительно определенная форма, значение которой равно удвоенной потенциальной энергии упругих деформаций элемента материала. Норма в энергетическом пространстве $T_1(V_1)$ определяется выражением $\|q\|_{T_1(V_1)}^2 = \int_{V_1} q \cdot S \cdot q dV$ [12] (это удвоенная потенциальная энергия упругих деформаций всего тела V_1). Здесь $S = C^{-1}$ – тензор четвертого ранга модулей податливости. Отметим, что тензоры напряжений в уравнении (6) есть тензоры из $T_1(V_1)$.

Оценим норму оператора $B_1 B_2$ в пространстве $T_1(V_1)$. Используем теорему Клайперона при отсутствии объемных сил, записанную в инвариантной форме [10,12]:

$$\int_W q \cdot S \cdot q dV = \int_{\Gamma} u \cdot (n \cdot q) d\Gamma.$$

Здесь W односвязное тело с границей Γ ; u – вектор перемещений; n – единичный вектор внешней нормали. Тогда

$$\begin{aligned} \|q\|_{T_1(V_1)}^2 &= \int_{V_1} q \cdot S \cdot q dV > \int_{V_2} q \cdot S \cdot q dV = \\ &= \int_{\Gamma_2} u_2 \cdot (-n_2 \cdot q) d\Gamma = \int_{V_3} A_2(-n_2 \cdot q) \cdot S \cdot A_2(-n_2 \cdot q) dV > \\ &> \int_{E^3 \setminus V_1} A_2(-n_2 \cdot q) \cdot S \cdot A_2(-n_2 \cdot q) dV = \\ &= \int_{\Gamma_1} u_1 [-n_1 \cdot A_2(-n_2 \cdot q)] d\Gamma = \int_{V_1} A_1[n_1 \cdot A_2(n_2 \cdot q)] \cdot S \cdot A_1[n_1 \cdot A_2(n_2 \cdot q)] dV = \\ &= \|B_1 B_2 q\|_{T_1(V_1)}^2. \end{aligned}$$

Отсюда $\|q\|_{T_1(V_1)}^2 > \|B_1 B_2 q\|_{T_1(V_1)}^2$. Здесь u_1, u_2 – векторы перемещений, заданные соответственно на границах Γ_1 и Γ_2 . Отметим, что интегралы по областям V_3 и $E^3 \setminus V_1$ имеют конечные значения, так как тензоры напряжений (решения краевой задачи (1) для внешней поверхности Γ_1 и Γ_2) достаточно быстро убывают и обращаются в нуль на бесконечности. Теперь [13]

$$\|B_1 B_2\|_{T_1(V_1)} = \sup \frac{\|B_1 B_2 q\|_{T_1(V_1)}}{\|q\|_{T_1(V_1)}} < 1.$$

Следовательно, оператор $B_1 B_2$ есть оператор сжатия для элементов пространства $T_1(V_1)$ и ряд (8) сходится по норме пространства $T_1(V_1)$ к решению уравнения (6).

Возьмем теперь энергетическое вещественное гильбертово пространство $T_1(V_3)$ тензоров напряжений, определенных в области $E^3 \setminus V_1$ и связанных законом Гука с тензорами деформаций, удовлетворяющих условиям совместности. Если $q \in T_1(V_1)$, то $q \cdot S \cdot q$ – положительно определенная форма. Норма в пространстве $T_1(V_3)$ есть $\|q\|_{T_1(V_3)}^2 = \int_{V_3} q \cdot S \cdot q dV$ (это удвоенная потенциальная энергия тела V_3). Аналогично изложенному выше оценим норму оператора $B_2 B_1$. Имеем:

$$\begin{aligned}
 &= \int_{V_3} q \cdot S \cdot q \, dV > \int_{E^3 \setminus V_1} q \cdot S \cdot q \, dV = \\
 &= \int_{\Gamma_1} u_1 \cdot (-n_1 \cdot q) \, d\Gamma = \int_{V_1} A_1(-n_1 \cdot q) \cdot S \cdot A_1(-n_1 \cdot q) \, dV > \\
 &> \int_{V_2} A_1(-n_1 \cdot q) \cdot S \cdot A_1(-n_2 \cdot q) \, dV = \\
 &= \int_{\Gamma_2} u_2 [-n_2 \cdot A_1(-n_1 \cdot q)] \, d\Gamma = \int_{V_3} A_2[n_2 \cdot A_1(n_1 \cdot q)] \cdot S \cdot A_2[n_2 \cdot A_1(n_1 \cdot q)] \, dV = \\
 &= \|B_2 B_1 q\|_{T_1(V_3)}^2.
 \end{aligned}$$

$$\text{Отсюда } \|q\|_{T_1(V_3)}^2 > \|B_2 B_1 q\|_{T_1(V_3)}^2.$$

$$\text{Тогда } \|B_2 B_1\|_{T_1(V_3)} = \sup_{\|q\| \neq 0} \frac{\|B_1 B_2 q\|_{T_1(V_1)}}{\|q\|_{T_1(V_1)}} < 1.$$

Таким образом, оператор $B_2 B_1$ есть оператор сжатия и ряд (9) сходится по норме пространства $T_1(V_3)$ к решению уравнения (7). Наконец, складывая решения уравнений (6) и (7), находим решение исходной задачи, т. е. напряжения в неоднородном упругом теле V при заданных внешних силах (векторах t_1 и t_2).

4. Тестовый пример

Применим изложенную методику для решения тестовой задачи о расчете напряжений в толстостенной трубе с внешним радиусом b и внутренним радиусом a , находящейся под воздействием внешнего и внутреннего давлений соответственно с интенсивностями p_1 и p_2 (задача Ляме). Граничные условия в этом случае равны $t_1 = \sigma_r|_{r=b} = -p_1$, $t_2 = \sigma_r|_{r=a} = -p_2$. В данной задаче область V_1 – это сплошной круговой цилиндр с радиусом основания b , на который действует равномерное внешнее давление интенсивностью t_1 . Область V_3 – это трехмерное пространство с цилиндрическим отверстием с радиусом a , внутри которого создано давление с интенсивностью t_2 . Используя известные решения для областей V_1 и V_3 с определенными выше граничными условиями [9, 10], получаем:

$$S_1 = A_1(-p_1) = \begin{vmatrix} -p_1 & 0 & 0 \\ 0 & -p_1 & 0 \\ 0 & 0 & -2\nu p_1 \end{vmatrix}, \quad S_2 = A_2(-p_2) = \begin{vmatrix} -p_2 & 0 & 0 \\ 0 & -p_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} a^2 \\ r^2 \\ \end{matrix};$$

$$B_1 S_2 = \begin{vmatrix} -p_2 & 0 & 0 \\ 0 & -p_2 & 0 \\ 0 & 0 & -2\nu p_2 \end{vmatrix} \begin{matrix} a^2 \\ b^2 \\ \end{matrix}, \quad B_2 S_1 = \begin{vmatrix} -p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} a^2 \\ r^2 \\ \end{matrix};$$

$$S_1 - B_1 S_2 = \begin{vmatrix} -p_1 & 0 & 0 \\ 0 & -p_1 & 0 \\ 0 & 0 & -2\nu p_1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -p_2 & 0 & 0 \\ 0 & -p_2 & 0 \\ 0 & 0 & -2\nu p_2 \end{vmatrix} \begin{matrix} a^2 \\ b^2 \\ \end{matrix};$$

$$S_2 - B_2 S_1 = \begin{vmatrix} -p_2 & 0 & 0 \\ 0 & -p_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} a^2 \\ r^2 \\ \end{matrix} - \begin{vmatrix} -p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} a^2 \\ r^2 \\ \end{matrix}.$$

Здесь ν – коэффициент Пуассона, на главной диагонали тензоров соответствующих напряжений сверху вниз расположены радиальные, тангенциальные и осевые напряжения. Отсюда ряды (8) и (9) соответственно имеют вид:

$$\sigma'_1 = L + L \frac{a^2}{b^2} + L \frac{a^4}{b^4} + \dots = \frac{L b^2}{b^2 - a^2}; \quad (10)$$

$$\sigma'_2 = K + K \frac{a^2}{b^2} + K \frac{a^4}{b^4} + \dots = \frac{K b^2}{b^2 - a^2}, \quad (11)$$

где

$$L = \begin{vmatrix} -p_1 & 0 & 0 \\ 0 & -p_1 & 0 \\ 0 & 0 & -2\nu p_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} p_2 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\nu p_2 \end{vmatrix} \frac{a^2}{b^2};$$

$$K = \begin{vmatrix} -p_2 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \frac{a^2}{r^2} - \begin{vmatrix} p_1 & 0 & 0 \\ 0 & -p_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \frac{a^2}{r^2}.$$

Теперь искомым тензор напряжений $\sigma = \sigma'_1 + \sigma'_2$ ($a \leq r \leq b$). Нетрудно убедиться, что после подстановки значений (10) и (11) получаем известное решение Ляме [14].

5. Заключение

Построены операторные уравнения, решения которых определяют напряженное состояние в упругих областях с полостями. Разработан метод последовательных приближений их решения. Доказана сходимость итераций к точному решению задачи теории упругости для неодносвязного тела.

Литература

1. Савин Г. Н., Тульчий В. И. Справочник по концентрации напряжений. – Киев : Вища школа, 1976. – 412 с.
2. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев : Наукова думка, 1968. – 891с.
3. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. – М. : Наука, 1988. – 712 с.
4. Миренков В. Е., Шутов В. А., Полуэктов В. А. О деформировании пластин с ослаблениями // Известия вузов. Строительство. – 2002. – № 12. – С. 17–21.
5. Sil'vestrov V. V., Zemlyanova A.Yu. Repair of a plate with a circular hole by applying a patch // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2004. – Vol. 45, no. 4. – P. 605–611. – DOI: 10.1023/B:JAMT.0000030342.06634.ec.
6. Левщанова Л. Л. Разрушение покрытий на пластинах с вырезом // Механика композитных материалов и конструкций. – 2007. – Т. 13, № 2. – С. 233–238.
7. Мокряков В. В. The use of the multipole format for solving problems of two close located holes // Mechanics of Solids. – 2007. – Vol. 42, iss. 5. – P 771–785. – DOI: 10.3103/S0025654407050111.
8. Кудрявцев С. В. Концентрация напряжений вблизи круговых отверстий в гофрированных стенках балок. – Екатеринбург : Изд-во АМБ. – 2010. – 156 с.
9. Хан Х. Теория упругости. – М : Мир, 1988. – 344 с.
10. Лурье А. И. Теория упругости. – М : Наука, 1970. – 940 с.
11. Дмитриенко Ю. И. Тензорное исчисление. – М : Высшая школа, 2001. – 575 с.

12. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. – М : Наука, 1970. – 512 с.
13. Люстерник Л. А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. – М : Наука, 1965. – 520 с.
14. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости / пер. с англ. – М : Наука, 1971. – 560 с.

Received: 14.08.2019
Revised: 10.02.2020
Accepted: 21.02.2020
DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.043-056

ACOUSTIC ANISOTROPY AT DIFFERENT STAGES OF THE DEFORMATION PROCESS IN METALS

D. A. Tretyakov

*Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University,
29 Politekhnicheskaya St. Petersburg, 195251, Russian Federation*

 <https://orcid.org/0000-0002-2349-9516>  dmitry.tretyakov93@yandex.ru

Corresponding author. E-mail: tretyakov_da@spbstu.ru
Address for correspondence: 29 Polytechnicheskaya, St. Petersburg, 195251, Russian Federation
Tel.: +7 (812) 552 76 60; fax: +7 (812) 552 76 60

The paper investigates acoustic anisotropy arising under inelastic loading of industrial alloy structures. The results of ultrasonic measurements on specimens of an aluminum-manganese alloy indicate a nonlinear nonmonotonic strain dependence of acoustic anisotropy. It cannot be explained in terms of the theory of acoustoplasticity and the Murnaghan nonlinear elastic model. This theory establishes a linear relationship between acoustic anisotropy and plastic strain. The location of the zones of nonmonotonic changes in the value of acoustic anisotropy is compared with the points on the strain curve. The results suggest that that acoustic anisotropy is an indicator of the beginning of various stages of the deformation process in metals.

Keywords: acoustic anisotropy, plastic deformation, ultrasonic waves, nondestructive testing, acoustoplasticity.

Acknowledgment

The research was financially supported by the Siemens grant program.

References

1. Biot M.A. The influence of initial stress on elastic waves. *Journal of Applied Physics*, 1940, vol. 1, no. 8, pp. 522–530. DOI: 10.1063/1.1712807.
2. Truesdell C. General and exact theory of waves in finite elastic strain. *Archive for Rational Mechanics and analysis*, 1961, vol. 8, no. 1, pp. 263–296. DOI: 10.1007/BF00277444.
3. Hughes D.S., Kelly J.L. Second-order elastic deformation of solids. *Physical Review*, 1953, vol. 92, no. 5, pp. 1145–1159. DOI: 10.1103/PhysRev.92.1145.
4. Benson R.W., Raelson V.J. From ultrasonics to a new stress-analysis technique. *Acoustoelasticity. Product Eng.*, 1959, vol. 30, no. 29, pp. 56–59.
5. Bobrenko V.M., Kutsenko A.N., Sheremetikov A.S. Acoustic tensometry. II: Methods and apparatus/survey. *Soviet Journal of Nondestructive Testing*, 1981, vol. 16, no. 12, pp. 910–924.
6. Bobrenko V.M., Vangeli M.S., Kutsenko A.N. *Acoustic Methods of Control of the Stressed State of Machine Design Materials*. Kishinev, Shtiintsa Publ., 1981, 148 p. (In Russian).
7. Bobrenko V.M. Ultrasonic methods and devices for inspecting mechanical stresses. *Soviet Journal of Nondestructive Testing*, 1984, vol. 19, no. 12, pp. 886–891.
8. Guz' A.N., Makhort F.G., Gushcha O.I., Lebedev V.K. Theory underlying the determination of initial stresses from the results of ultrasonic measurements. *International Applied Mechanics*, 1971, vol. 7, no. 6, pp. 676–679. DOI: 10.1007/BF00888415.

9. Guz A.N., Makhort F.G., Gushcha O.I., Lebedev V.K. *Osnovy ultrazvukovogo nerazrushayushchego metoda opredeleniya napryazheniy v tverdykh telakh* [Basics of Ultrasonic Nondestructive Method for Determining the Stresses in Solids]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1974, 106 p. (In Russian).
10. Guz A.N., Makhort F.G., Gushcha O.I. *Vvedenie v akoustouprugost* [Introduction to Acoustoelasticity]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1977, 162 p. (In Russian).
11. Bystrov V.F., Guzovsky V.V., Zolotov V.F., Nikitina N.E. Influence of technological processing of high-strength steel on the coefficients of elastic-acoustic coupling. *Soviet Journal of Nondestructive Testing*, 1986, no. 7, pp. 92–93. (In Russian).
12. Guzovsky V.V., Zolotov V.F., Karzov G.P., Konyukhov B.A., Nikitina N.E. Improving the accuracy of the acoustic method for determining residual stresses in welded structures. *Sudostroenie*, 1988, no. 5, pp. 41–42. (In Russian).
13. Gushcha O.I., Makhort F.G. Acoustic method of determining biaxial residual stresses. *International Applied Mechanics*, 1976, vol. 12, no. 10, pp. 1010–1013. DOI: 10.1007/BF00885046.
14. Bobrenko V.M., Averbukh I.I. Ultrasonic method of measuring stresses in parts of threaded joints. *Soviet Journal of Nondestructive Testing*, 1974, vol. 10, no. 1, pp. 59–66.
15. Nikitina N.E. *Akoustouprugost. Opyt prakticheskogo primeneniya* [Acoustoelasticity. Experience of Practical Usage]. Nizhniy Novgorod, TALAM Publ., 2005, 208 p. (In Russian).
16. Nikitina N.E. The effect of the intrinsic anisotropy of material on the accuracy of stress measurement by the method of acoustoelasticity. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 1996, vol. 32, no. 8, pp. 650–656.
17. Nikitina, N.E. Studies of the stressed state of welded parts by the acoustoelasticity method. *Probl. Mashinostr. Nadezhnosti Mash.*, 1999, no. 4, pp. 70–73.
18. Nikitina N.E. Determination of plane stress states in structural materials by using elastic body waves. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 1999, vol. 35, no. 1, pp. 41–46.
19. Kamyshev A.V., Nikitina N.E., Smirnov V.A. Measurement of the residual stresses in the treads of railway wheels by the acoustoelasticity method. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2010, vol. 46, no. 3, pp. 189–193. DOI: 10.1134/S106183091003006X.
20. Nikitina N.Y., Kamyshev A.V., Kazachek S.V. The application of the acoustoelasticity method for the determination of stresses in anisotropic pipe steels. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2015, vol. 51, no. 3, pp. 171–178. DOI: 10.1134/S1061830915030079.
21. Kamyshev A.V., Pasmanik L.A., Smirnov V.A., Modestov V.S., Pivkov A.V. Use of acoustic anisotropy parameter for the analysis of damage accumulation in the area of SW111 during production and operation of steam generators PGV-1000. In: Transactions of the 9-th International Scientific and Technical Conference: *Safety assurance of NPP with VVER*. Scientific and technical electronic edition, May 19–22, 2015, OKB “Gidropress” Publ., Podolsk, Russia. (In Russian).
22. Pao Y.H. Theory of Acoustoelasticity and Acoustoplasticity. In: *Solid Mechanics Research for Quantitative Non-destructive Evaluation*, Springer, Dordrecht, 1987, pp. 257–273. DOI: 10.1007/978-94-009-3523-5_16.
23. Pao Y.H., Wu T.T., Gamer U. Acoustoelastic birefringences in plastically deformed solids: Part I: Theory. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, vol. 58, no. 1, pp. 11–17. DOI: 10.1115/1.2897137.
24. Wu T.T., Hirao M., Pao Y.H. Acoustoelastic birefringences in plastically deformed solids. Part II: Experiment. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, vol. 58, no. 1, pp. 18–23. DOI: 10.1115/1.2897148.
25. Kobayashi M. Theoretical study of acoustoelastic effects caused by plastic anisotropy growth. *International Journal of Plasticity*, 1987, vol. 3, no. 1, pp. 1–20. DOI: 10.1016/0749-6419(87)90014-3.
26. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation. Part I: Theory. *International Journal of Plasticity*, 1998, vol. 14, no. 6, pp. 511–522. DOI: 10.1016/S0749-6419(98)00005-9.

27. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation. Part II: Experiment and simulation. *International Journal of Plasticity*, 1998, vol. 14, no. 6, p. 523–535. DOI: 10.1016/S0749-6419(98)00006-0.
28. Murnaghan F.D. Finite deformations of an elastic solid. *American Journal of Mathematics*, 1937, vol. 59, no. 2, p. 235–260. DOI: 10.2307/2371405.
29. Hirao M., Pao Y. H. Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1985, vol. 77, no. 5, pp. 1659–1664. DOI: 10.1121/1.391964.
30. Ghosh S., Li M., Gardiner D. A computational and experimental study of cold rolling of aluminum alloys with edge cracking. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2004, vol. 126, no. 1, p. 74–82. DOI: 10.1115/1.1645877.
31. Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Semenov A.S., Tretyakov D.A., Yakovlev Y.A. Investigation of the correlation between acoustic anisotropy, damage and measures of the stress-strain state. *Procedia Structural Integrity*, 2017, vol. 6, pp. 201–207. DOI: 10.1016/j.prostr.2017.11.031.
32. O'Neill B., Maev R.G. Acousto-elastic measurement of the fatigue damage in Waspaloy. *Research in Nondestructive Evaluation*, 2006, vol. 17, no. 3, pp. 121–135. DOI: 10.1080/09349840600787931.
33. Riedel H., Andrieux F., Walde T., Karhausen K. F. The formation of edge cracks during rolling of metal sheet. *Steel Research International*, 2007, vol. 78, no. 10–11, pp. 818–824. DOI: 10.1002/srin.200706291.
34. Ivanova Y., Partalin T., Pashkuleva D. Acoustic investigations of the steel samples deformation during the tensile. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2017, vol. 53, no. 1, pp. 39–50. DOI: 10.1134/S1061830917010077.
35. Kurashkin K.V., Gonchar A.V. Variation of acoustic characteristics of an aluminum alloy during plastic deformation at room and subzero temperatures. In: *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing, 2018, vol. 2053, no. 1, pp. 030030. DOI: 10.1063/1.5084391.
36. Alhimenko A.A., Belyaev A.K., Grishchenko A.I., Semenov A.S., Tretyakov D.A., Polyanskiy V.A., Yakovlev Y.A. Propagation of acoustic waves during the control of hydrogen-induced destruction of metals by the acoustoelastic effect. *2018 Days on Diffraction (DD)*, IEEE, 2018, pp. 11–16. DOI: 10.1109/DD.2018.8553151.
37. Belyaev A.K., Grishchenko A.I., Polyanskiy V.A., Semenov A.S., Tretyakov D.A., Shtukin L. V., Arseniev D.G., Yakovlev Y.A. Acoustic anisotropy and dissolved hydrogen as an indicator of waves of plastic deformation. *2017 Days on Diffraction (DD)*, IEEE, 2017, pp. 39–44. DOI: 10.1109/DD.2017.8167992.
38. Semenov A.S., Polyanskii V.A., Shtukin L.V., Tretyakov D.A. Effect of Surface Layer Damage on Acoustic Anisotropy. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2018, vol. 59, no. 6, pp. 1136–1144. DOI: 10.1134/S0021894418060202.
39. Alekseeva E.L., Belyaev A.K., Pasmanik L.A., Polyanskiy A.M., Polyanskiy V.A., Tretyakov D.A., Yakovlev Y.A. A study of hydrogen cracking in metals by the acoustoelasticity method. In: *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing, 2017, vol. 1915, no. 1, pp. 030001. DOI: 10.1063/1.5017321.
40. Belyaev A.K., Mansyrev D.E., Polyanskiy V.A., Polyanskiy A.M., Tretyakov D.A., Yakovlev Yu.A. Boundary Layer of Hydrogen Concentration under Plastic Deformation. *Diagnosics, Resource and Mechanics of Materials and Structures*, 2017, no. 4, pp. 32–43. DOI: 10.17804/2410-9908.2017.4.032-043. Available at: http://dream-journal.org/issues/2017-4/2017-4_167.html
41. Polyanskiy V.A., Belyaev A.K., Yakovlev Y.A., Polyanskiy A.M., Tretyakov D.A. Influence of the skin effect of plastic deformation on hydrogen accumulation in metals. In: *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing, 2018, vol. 2053, no. 1, pp. 020011. DOI: 10.1063/1.5084357.
42. Polyanskiy A.M., Polyanskiy V.A., Frolova K.P., Yakovlev Yu.A. Hydrogen diagnostics of metals and alloys. *Diagnosics, Resource and Mechanics of Materials and Structures*, 2018, no. 6,

pp. 37–50. DOI: 10.17804/2410-9908.2018.6.037-050. Available at: http://dream-journal.org/DREAM_Issue_6_2018_Polyanskiy_A.M._et_al._037_050.pdf
44. *GOST R 52890-2007*. Non-destructive testing. Evaluation of stresses in material of pipelines by ultrasound method. General requirements. M., Standartinform Publ., 2009. (In Russian).

Подана в журнал: 14.08.2019

УДК 620.179.16

DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.043-056

АКУСТИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ НА РАЗЛИЧНЫХ СТАДИЯХ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПРОЦЕССА В МЕТАЛЛАХ

Д. А. Третьяков

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
ул. Политехническая, д. 29, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация*

 <https://orcid.org/0000-0002-2349-9516>  dmitry.tretyakov93@yandex.ru

Ответственный автор. Электронная почта: tretyakov_da@spbstu.ru

Адрес для переписки: ул. Политехническая, д. 29, 195251, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация
Тел.: +7 (812) 552-76-60; факс: +7 (812) 552-76-60

Работа посвящена исследованию акустической анизотропии, возникающей при неупругом нагружении конструкций из промышленного проката. Результаты ультразвуковых измерений, проведенных на образцах из алюминиево-марганцевого сплава, указывают на существование нелинейной немонотонной зависимости акустической анизотропии от деформаций. Она не может быть объяснена в рамках используемой в теории акустопластичности нелинейно-упругой модели Мурнагана и полученного на ее основании соотношения, устанавливающего линейную связь акустической анизотропии с величиной пластических деформаций. По результатам сопоставления участков немонотонности полученной экспериментальной зависимости с характерными точками на кривой деформирования, выдвинуто предположение о том, что акустическая анизотропия является индикатором различных стадий деформационного процесса в металлах.

Ключевые слова: акустическая анизотропия, пластические деформации, ультразвуковые волны, неразрушающий контроль, акустопластичность.

1. Введение

Существование ненулевой акустической анизотропии – фазового сдвига, возникающего между скоростями поперечных волн взаимно ортогональной поляризации в конструкционных материалах, – является объектом исследований уже более 80 лет.

Одним из первых, кто рассмотрел влияние напряжений на характер распространения акустических волн на теоретическом уровне, был Био [1]. Трусделл получил общее условие распространения волн в напряженной среде в случае нелинейно упругого материала [2]. Это позволило предложить идею использования скоростей поперечных волн для оценки величины механических напряжений. Хьюз и Келли экспериментально обнаружили линейную зависимость скоростей поперечных ультразвуковых волн от величин напряжений в случае одноосного нагружения и гидростатического давления [3]. Это явление в работах Бенсона и Рилсона получило название акустопругого эффекта [4]. Так были заложены основы для нового направления, связанного с исследованием акустической анизотропии в различных модельных средах и существующих конструкционных материалах.

Акустическая анизотропия рассчитывается по определению согласно следующей формуле:

$$a = 2(v_1 - v_2)/(v_1 + v_2), \quad (1)$$

где v_1 и v_2 – скорости поперечных волн взаимно ортогональной поляризации. Разработка промышленного метода измерения механических напряжений при упругих деформациях конструкций с помощью акустической анизотропии велась на территории СССР большим числом научных групп, в том числе коллективами из ВНИИНК (г. Кишинев) [5–7], из Института механики им. С.П. Тимошенко (г. Киев) [8–10] и Нижегородского филиала Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН [11–12]. Были сформулированы рекомендации по выбору направления поляризации поперечных волн в случае одноосного и двухосного напряженно-деформированного состояния [13], проведены измерения напряжений в болтах и резьбовых соединениях [14]. В постсоветское время был сформулирован и стандартизирован метод акустоупругости [15], большой вклад в дело практического применения которого внесла Н.Е. Никитина [16–18] и коллектив сотрудников Нижегородского филиала ИМАШ РАН. Были предложены методики измерения напряжений в вагонных колесах и рельсах [19], трубопроводах [20], парогенераторах [21] и других элементах энергетического оборудования.

Наряду с изучением акустоупругого эффекта нашел широкое распространение подход, связанный с использованием акустической анизотропии для оценки пластических деформаций [22–27]. Теоретические соотношения, связывающие акустическую анизотропию с главными пластическими деформациями, были получены на основе нелинейно-упругой модели Мурнагана [28]. В программной работе [29] был установлен линейный характер связи между акустической анизотропией и пластическими деформациями:

$$a = a_0 + a_1(\varepsilon_1^P - \varepsilon_2^P) + C_A(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (2)$$

где $\varepsilon_1^P, \varepsilon_2^P$ – главные пластические деформации; σ_1 и σ_2 – главные напряжения; a_1, C_A – константы материала, не зависящие от пластических деформаций [29]; a_0 – собственная акустическая анизотропия материала, обусловленная влиянием структуры, начального текстурирования и иных факторов.

Появившиеся в последнее время экспериментальные [30–35] и теоретические [36, 37] результаты ставят под сомнение универсальность данного подхода для отличных от рассматриваемого авторами [29] случая малых пластических деформаций. В частности, отмечается существование поверхностного эффекта акустической анизотропии в промышленном прокате [38], влияние коррозионного [39] и водородного [40–42] растрескивания металлов на величину акустической анизотропии.

Необходимо исследовать характер влияния неупругих факторов на акустическую анизотропию в широком диапазоне упругопластических деформаций вплоть до шейкообразования и разрушения на примере реальных технических конструкций, изготовленных из промышленного проката.

2. Материалы и методика исследования

Исследования акустической анизотропии осуществлялись на корсетных образцах из алюминиево-марганцевого сплава АМц. Они были вырезаны поперек направления проката и имели геометрические размеры (рис. 1).

Измерения акустической анизотропии осуществлялись с помощью ультразвукового прибора ИН-5101А (рис. 2), предназначенного для расчета механических напряжений согласно методике, описанной в стандарте [43]. Прибор позволяет осуществлять излучение и прием объемных ультразвуковых волн частотой 5 МГц с помощью контактного датчика (рис. 3). В состав датчика входят три пьезопреобразователя, отвечающих за возбуждение поперечных волн взаимно ортогональной поляризации и продольных волн.

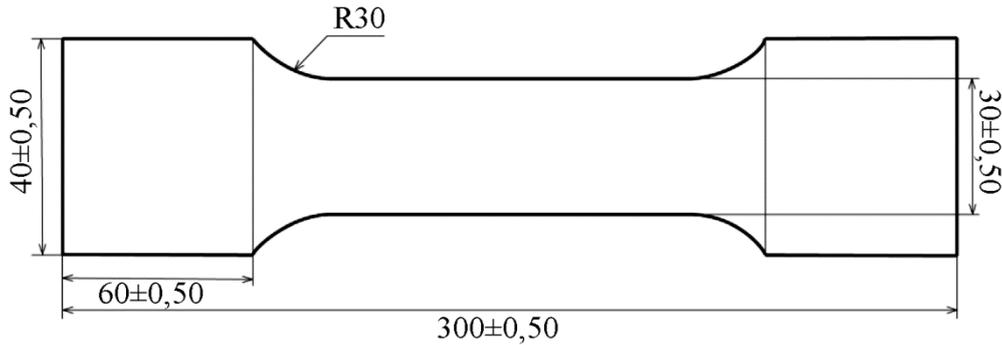


Рис. 1. Геометрические размеры корсетных алюминиевых образцов марки АМц



Рис. 2. Прибор для измерения акустической анизотропии ИИ-5101А

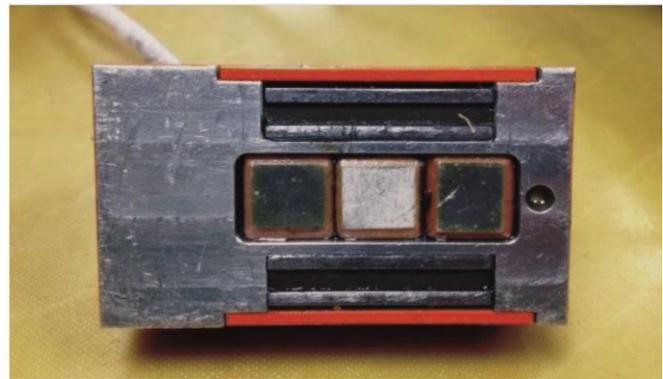


Рис. 3. Акустический датчик, обеспечивающий излучение и прием ультразвуковых волн с частотой 5 МГц

Расчет акустической анизотропии a , % осуществлялся согласно формуле (3) путем измерения с точностью 10^{-9} секунды временных задержек t_1 и t_2 между пакетами зондирующих импульсов поперечных волн, регистрируемых после многократного отражения от поверхности образца, противоположной той, на которую устанавливается датчик:

$$a = 2(t_1 - t_2)/(t_1 + t_2). \quad (3)$$

3. Результаты и их обсуждение

Проведенные исследования были разделены на два этапа. На первом этапе был изучен характер зависимости акустической анизотропии от упругопластических деформаций вплоть до момента образования шейки. Измерения a , % осуществлялись в центральной точке рабочей части образцов при жестком одноосном ступенчатом нагружении. Механические испытания проводились на гидравлической машине INSTRON-8801. На этом этапе ультразвуковой датчик был ориентирован вдоль оси каждого из образцов таким образом, чтобы скорость поперечной волны v_l была поляризована вдоль направления действия растягивающей нагрузки.

На рис. 5 представлена полученная по результатам ультразвуковых измерений зависимость акустической анизотропии (ее значения для наглядности были взяты с обратным знаком) от логарифмических деформаций ε , %. Красными маркерами на рис. 5 отмечены значения акустической анизотропии, соответствующие полным осевым деформациям ε , % образца, при которых на диаграмме деформирования достигались предел текучести и предел временного сопротивления, осредненные для всей партии образцов (рис. 4).

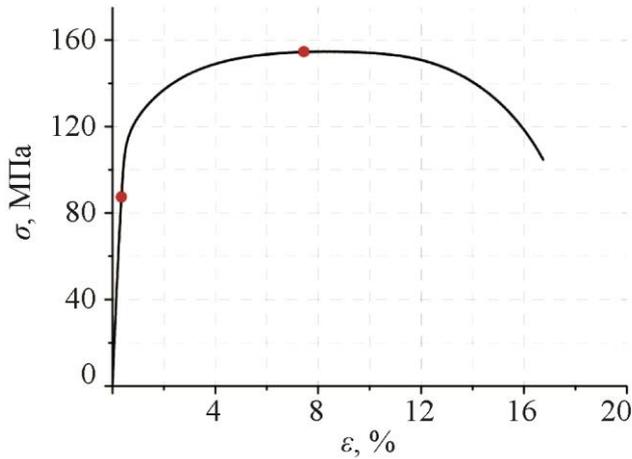


Рис. 4. Диаграмма деформирования для случая одноосного растяжения образцов

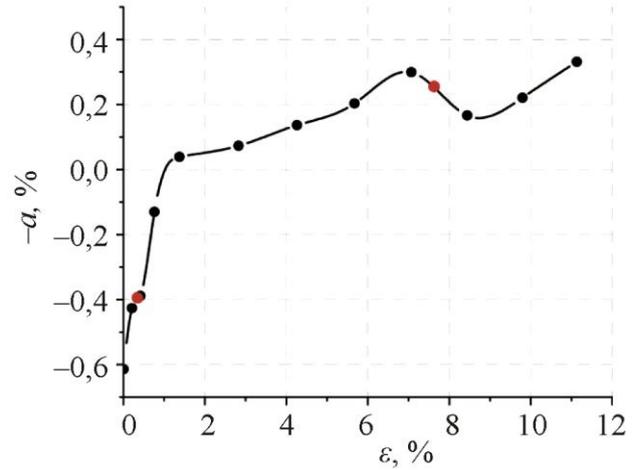


Рис. 5. Зависимость акустической анизотропии $-a$, % от деформаций ε , %

Расположение участков немонотонности графика $-a$, % (рис. 5) коррелирует с расположением характерных точек на диаграмме деформирования на рис. 4. Можно предположить, что природой немонотонного характера изменения акустической анизотропии является наступление различных стадий деформационного процесса – начала пластического течения и образования шейки в процессе одноосного растяжения. Следует отметить, что первый участок немонотонности (на рис. 5), приходящийся на случай малых неупругих деформаций, не подчиняется линейной зависимости акустической анизотропии от пластических деформаций, устанавливаемой формулой (2).

На втором этапе исследовались совместное влияние текстуры, вызванной прокатом, и упругопластических деформаций на результаты измерения акустической анизотропии a , % в случае различной ориентации акустического датчика относительно направления действия растягивающей нагрузки. Случай имеет прикладной интерес, поскольку зачастую определение направления действия главных напряжений в технических конструкциях со сложной геометрией оказывается затруднительным.

В случае исследуемых образцов, вырезанных вдоль направления проката, можно сделать предположение о том, что при одноосном растяжении ориентация осей анизотропии механических свойств совпадает с ориентацией осей главных напряжений.

Измерения акустической анизотропии a , % на втором этапе осуществлялись в центральной точке образцов при отклонениях ультразвукового датчика (рис. 3) на углы, отсчитываемые от 0° (вдоль оси образцов) против часовой стрелки с шагом $22,5^\circ$ вплоть до $157,5^\circ$. Зависимости, представленные на рис. 6 и 7, получены для логарифмических значений локальных деформаций ε , %, измеренных в области исследования акустической анизотропии с помощью высокоточного тензодатчика с базой измерения 10 мм и точностью 10^{-4} мм.

На рис. 6 представлено семейство угловых диаграмм акустической анизотропии, построенных по результатам акустических измерений на различных этапах одноосного растяжения одного из исследуемых образцов.

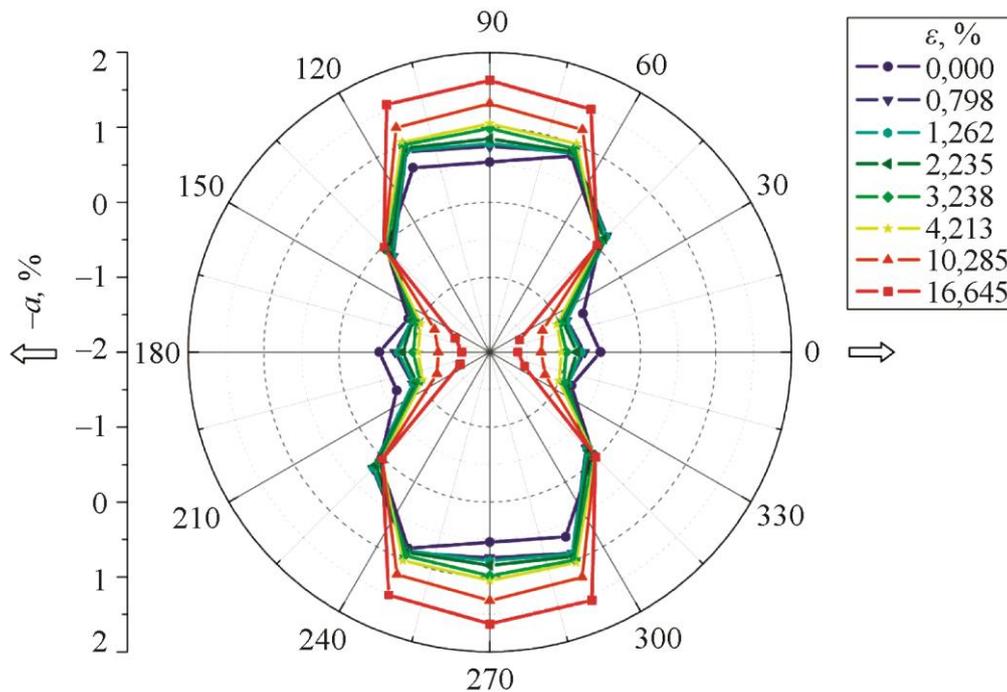


Рис. 6. Угловые диаграммы акустической анизотропии a , %, полученные при одноосном ступенчатом растяжении алюминиевого образца для восьми направлений поляризации поперечных волн, полученных путем поворота ультразвукового датчика относительно оси образца

Неравномерный характер распределения величины акустической анизотропии a , % в различных направлениях, образующий характерную форму угловых диаграмм в виде «восьмерок» (рис. 6) и наблюдаемый в том числе и до механического нагружения образца, обусловлен начальным текстурированием материала, вызванным прокатом. В случае проведенных испытаний он сохраняется на всех этапах нагружения образца, влияние начального текстурирования на величину акустической анизотропии a , % сопоставимо с суммарным вкладом упругих и пластических деформаций (рис. 6).

Во-первых, это означает, что для проведения корректной оценки механических напряжений, даже в случае наличия только упругих деформаций и в соответствии со стандартом [43], вклад величины начальной анизотропии a_0 в случае диагностики конструкций из промышленного проката не может быть учтен в виде константы в формуле (2). Требуется исследование величины акустической анизотропии a_0 как функции от угла поворота системы из ортогонально поляризованных поперечных волн.

Во-вторых, построение угловых диаграмм акустической анизотропии (рис. 6) может быть использовано для определения в случае проката заранее неизвестной ориентации осей анизотропии механических свойств материала путем неразрушающего контроля.

Зависимости на рис. 7 получены путем более подробного рассмотрения углов 45° , $67,7^\circ$, 90° и $112,5^\circ$ (рис. 6), для которых наблюдался положительный знак акустической анизотропии. Значения акустической анизотропии для углов 135° , $157,5^\circ$, 0° и $22,5^\circ$ соответственно равны выбранным на рис. 7 по модулю и противоположны им по знаку.

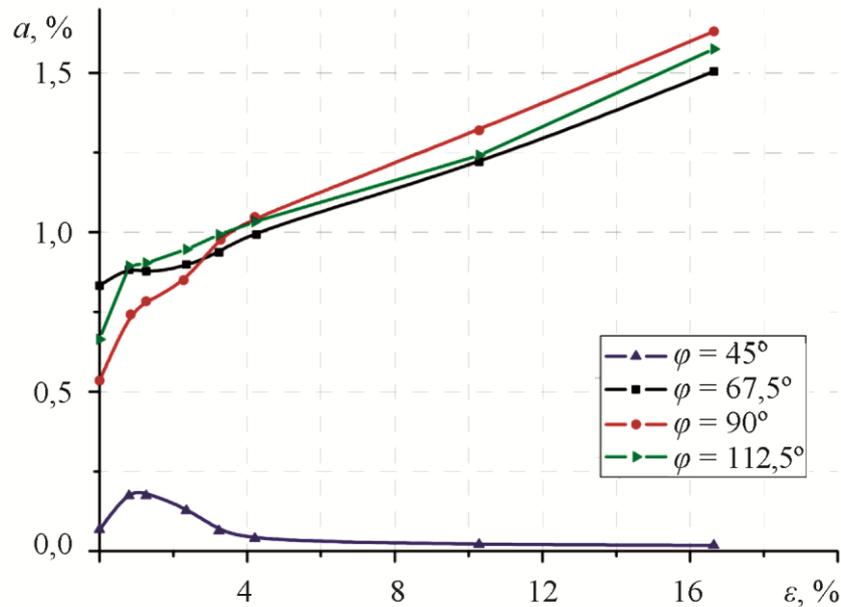


Рис. 7. Зависимости акустической анизотропии a , % от локальных деформаций ε , % для углов поворота ультразвукового датчика, при которых наблюдается положительный знак акустической анизотропии при испытаниях на одноосное растяжение алюминиевого образца

Зависимости, представленные на рис. 7, свидетельствуют о существовании таких направлений поворота датчика, при которых величина акустической анизотропии становится практически нечувствительной к величине упругопластических деформаций выше определенного уровня. В частности, для угла в 45° и получаемых путем поворота относительно него на 90° максимальное изменение величины акустической анизотропии не превышает $0,125\%$ и с ростом деформаций выше $0,8\%$ по абсолютной величине начинает монотонно стремиться к нулю. В то время как для углов $67,7^\circ$, 90° и $112,5^\circ$ максимальные изменения величины акустической анизотропии, наблюдаемые на последнем этапе измерений при величине локальных деформаций $16,6\%$, равны $0,671\%$, $1,095\%$ и $0,911\%$ соответственно.

В случае, представленном на рис. 7, максимальные и минимальные значения акустической анизотропии, полученные в результате испытаний на последнем этапе нагружения образца для углов 90° и 45° , отличаются между собой по величине в $89,78$ раз. Данный экспериментальный факт может приводить к значительным ошибкам в расчете напряжений и оценке величины деформаций конструкции при измерениях согласно стандарту [43]. Контроль анизотропного характера изменения акустической анизотропии в различных направлениях поляризации поперечных ультразвуковых волн может быть произведен путем построения угловых диаграмм акустической анизотропии.

4. Заключение

Результаты проведенных в работе экспериментальных исследований указывают на существование нелинейной зависимости акустической анизотропии от пластических деформаций. Наблюдается локальный немонотонный характер изменения акустической анизотропии при величинах деформаций, соответствующих значениям пределов текучести и временного сопротивления, осредненным для образцов, изготовленных из одной партии и прошедших испытания при одинаковых условиях нагружения. Можно предположить, что природой немонотонного характера изменения акустической анизотропии является наступление различных стадий деформационного процесса, и акустическая анизотропия может быть использована в качестве их индикатора.

Наблюдается существенное влияние начального текстурирования на величину и характер распределения акустической анизотропии в различных направлениях поляризации поперечных ультразвуковых волн относительно направления проката и действия главных растягивающих напряжений. Угловые диаграммы, построенные для углов, отсчитываемых против часовой стрелки с шагом $22,5^\circ$ от направления вдоль оси образца, имеют характерный вид «восьмерок», наблюдаемый до механических испытаний и на всех этапах нагружения вплоть до его разрушения. Вклад начальной акустической анизотропии исследуемых образцов оказывается сопоставимым с суммарным вкладом упругих и пластических деформаций в величину акустической анизотропии. Этот факт требует рассмотрения начальной акустической анизотропии a_0 не как константы, а как функции от угла поворота системы из ортогонально поляризованных поперечных волн. Определение заранее неизвестной ориентации осей анизотропии механических свойств материала в случае промышленного проката может быть произведено путем построения угловых диаграмм акустической анизотропии.

Установлен факт существования углов поворота акустического датчика относительно направления действия растягивающей нагрузки, при которых величина акустической анизотропии становится практически нечувствительной к величине неупругих деформаций выше определенного уровня. Наблюдается разница в 89,78 раз между максимальными и минимальными значениями акустической анизотропии, измеренными для углов поворота датчика 90° и 45° при одинаковой величине упругопластических деформаций. Значительное расхождение в значениях акустической анизотропии, наблюдаемое на всех этапах нагружения образца, может приводить к ошибкам в расчете механических напряжений с помощью акустической анизотропии. Контроль величины акустической анизотропии в различных направлениях поляризации поперечных ультразвуковых волн также может осуществляться путем построения угловых диаграмм акустической анизотропии.

Полученные результаты позволяют сформулировать новые диагностические признаки для проведения оценки пластических деформаций по результатам ультразвуковых измерений акустической анизотропии. Они могут быть также использованы для усовершенствования существующей методики оценки напряженно-деформируемого состояния промышленных конструкций и деталей машин с помощью метода акустоупругости в части определения вклада начального текстурирования в интегральную величину акустической анизотропии.

Благодарность

Исследование выполнено при финансовой поддержке стипендиальной программы компании Siemens.

Литература

1. Biot M. A. The influence of initial stress on elastic waves // Journal of Applied Physics. – 1940. – Vol. 1, no. 8. – P. 522–530. – DOI: 10.1063/1.1712807.
2. Truesdell C. General and exact theory of waves in finite elastic strain // Archive for Rational Mechanics and analysis. – 1961. – Vol. 8, no. 1. – P. 263–296. – DOI: 10.1007/BF00277444.
3. Hughes D. S., Kelly J. L. Second-order elastic deformation of solids // Physical Review. – 1953. – Vol. 92, no. 5. – P. 1145–1159. – DOI: 10.1103/PhysRev.92.1145.
4. Benson R. W., Raelson V. J. From ultrasonics to a new stress-analysis technique // Acoustoelasticity. Product Eng. – 1959. – Vol. 30, no. 29. – P. 56–59.
5. Bobrenko V. M., Kutsenko A. N., Sheremetikov A. S. Acoustic tensometry. II – Methods and apparatus/survey // Soviet Journal of Nondestructive Testing. – 1981. – Vol. 16, no. 12. – P. 910–924.
6. Бобренко В. М., Вангели М. С., Куценко А. Н. Акустические методы контроля напряженного состояния материала деталей машин. – Кишинев : Штиинца, 1981. – 148 с.

7. Bobrenko V. M. Ultrasonic methods and devices for inspecting mechanical stresses // Soviet Journal of Nondestructive Testing. – 1984. – Vol. 19, no. 12. – P. 886–891.
8. Theory underlying the determination of initial stresses from the results of ultrasonic measurements / A. N. Guz', F. G. Makhort, O. I. Gushcha, V. K. Lebedev // International Applied Mechanics. – 1971. – Vol. 7, no. 6. – P. 676–679. – DOI: 10.1007/BF00888415.
9. Основы ультразвукового неразрушающего метода определения напряжений в твердых телах / А. Н. Гузь, Ф. Г. Махорт, О. И. Гуша, В. К. Лебедев. – Киев : Наукова Думка, 1974. – 106 с.
10. Гузь А. Н., Махорт Ф. Г., Гуша О. И. Введение в акустоупругость. – Киев : Наукова Думка, 1977. – 162 с.
11. Влияние технологической обработки высокопрочной стали на коэффициенты упруго-акустической связи / В. Ф. Быстров, В. В. Гузовский, В. Ф. Золотов, Н. Е. Никитина // Дефектоскопия. – 1986. – № 7. – С. 92–93.
12. Повышение точности акустического метода определения остаточных напряжений в сварных конструкциях / В. В. Гузовский, В. Ф. Золотов, Г. П. Карзов, Б. А. Конюхов, Н. Е. Никитина // Судостроение. – 1988. – № 5. – С. 41–42.
13. Gushcha O. I., Makhort F. G. Acoustic method of determining biaxial residual stresses // International Applied Mechanics. – 1976. – Vol. 12, no. 10. – P. 1010–1013. – DOI: 10.1007/BF00885046.
14. Bobrenko V. M., Averbukh I. I. Ultrasonic method of measuring stresses in parts of threaded joints // Soviet Journal of Nondestructive Testing. – 1974. – Vol. 10, no. 1. – P. 59–66.
15. Никитина Н. Е. Акустоупругость. Опыт практического применения. – Н. Новгород : ТАЛИАМ, 2005. – 208 с.
16. Nikitina N. E. The effect of the intrinsic anisotropy of material on the accuracy of stress measurement by the method of acoustoelasticity // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 1996. – Vol. 32, no. 8. – P. 650–656.
17. Nikitina, N.E. Studies of the stressed state of welded parts by the acoustoelasticity method // Probl. Mashinostr. Nadezhnosti Mash. – 1999. – No. 4. – P. 70–73.
18. Nikitina N. E. Determination of plane stress states in structural materials by using elastic body waves // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 1999. – Vol. 35, no. 1. – P. 41–46.
19. Kamyshev A. V., Nikitina N. E., Smirnov V. A. Measurement of the residual stresses in the treads of railway wheels by the acoustoelasticity method // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2010. – Vol. 46, no. 3. – P. 189–193. – DOI: 10.1134/S106183091003006X.
20. Nikitina N. Y., Kamyshev A. V., Kazachek S. V. The application of the acoustoelasticity method for the determination of stresses in anisotropic pipe steels // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2015. – Vol. 51, no. 3. – P. 171–178. – DOI: 10.1134/S1061830915030079.
21. Use of acoustic anisotropy parameter for the analysis of damage accumulation in the area of SW111 during production and operation of steam generators PGV-1000 / A. V. Kamyshev, L. A. Pasmanik, V. A. Smirnov, V. S. Modestov, A. V. Pivkov // Transactions of the 9-th International scientific and technical conference Safety assurance of NPP with WWER : Scientific and Technical Electronic Edition. – 2015.
22. Pao Y. H. Theory of acoustoelasticity and acoustoplasticity // Solid mechanics research for quantitative non-destructive evaluation. – Springer, Dordrecht, 1987. – P. 257–273. – DOI: 10.1007/978-94-009-3523-5_16.
23. Pao Y. H., Wu T. T., Gamer U. Acoustoelastic birefringences in plastically deformed solids. Part I: Theory // Journal of Applied Mechanics. – 1991. – Vol. 58, no. 1. – P. 11–17. – DOI: 10.1115/1.2897137.
24. Wu T. T., Hirao M., Pao Y. H. Acoustoelastic birefringences in plastically deformed solids. Part II: Experiment // Journal of Applied Mechanics. – 1991. – Vol. 58, no. 1. – P. 18–23. – DOI: 10.1115/1.2897148.

25. Kobayashi M. Theoretical study of acoustoelastic effects caused by plastic anisotropy growth // *International Journal of Plasticity*. – 1987. – Vol. 3, no. 1. – P. 1–20. – DOI: 10.1016/0749-6419(87)90014-3.
26. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation. Part I: Theory // *International Journal of Plasticity*. – 1998. – Vol. 14, no. 6. – P. 511–522. – DOI: 10.1016/S0749-6419(98)00005-9.
27. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation. Part II: Experiment and simulation // *International Journal of Plasticity*. – 1998. – Vol. 14, no. 6. – P. 523–535. – DOI: 10.1016/S0749-6419(98)00006-0.
28. Murnaghan F. D. Finite deformations of an elastic solid // *American Journal of Mathematics*. – 1937. – Vol. 59, no. 2. – P. 235–260. – DOI: 10.2307/2371405.
29. Hirao M., Pao Y. H. Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam // *The Journal of the Acoustical Society of America*. – 1985. – Vol. 77, no. 5. – P. 1659–1664. – DOI: 10.1121/1.391964.
30. Ghosh S., Li M., Gardiner D. A computational and experimental study of cold rolling of aluminum alloys with edge cracking // *Journal of Manufacturing Science and Engineering*. – 2004. – Vol. 126, no. 1. – P. 74–82. – DOI: 10.1115/1.1645877.
31. Investigation of the correlation between acoustic anisotropy, damage and measures of the stress-strain state / A. K. Belyaev, V. A. Polyanskiy, A. S. Semenov, D. A. Tretyakov, Y. A. Yakovlev // *Procedia Structural Integrity*. – 2017. – Vol. 6. – P. 201–207. – DOI: 10.1016/j.prostr.2017.11.031.
32. O'Neill B., Maev R. G. Acousto-elastic measurement of the fatigue damage in Waspaloy // *Research in Nondestructive Evaluation*. – 2006. – Vol. 17, no. 3. – P. 121–135. – DOI: 10.1080/09349840600787931.
33. The formation of edge cracks during rolling of metal sheet / H. Riedel, F. Andrieux, T. Walde, K. F. Karhausen // *Steel Research International*. – 2007. – Vol. 78, no. 10–11. – P. 818–824. – DOI: 10.1002/srin.200706291.
34. Ivanova Y., Partalin T., Pashkuleva D. Acoustic investigations of the steel samples deformation during the tensile // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. – 2017. – Vol. 53, no. 1. – P. 39–50. – DOI: 10.1134/S1061830917010077.
35. Kurashkin K. V., Gonchar A. V. Variation of acoustic characteristics of an aluminum alloy during plastic deformation at room and subzero temperatures // *AIP Conference Proceedings*. – AIP Publishing, 2018. – Vol. 2053, no. 1. – P. 030030. – DOI: 10.1063/1.5084391.
36. Propagation of acoustic waves during the control of hydrogen-induced destruction of metals by the acoustoelastic effect / A. A. Alhimenko, A. K. Belyaev, A. I. Grishchenko, A. S. Semenov, D. A. Tretyakov, V. A. Polyanskiy, Y. A. Yakovlev // *2018 Days on Diffraction (DD)*. – IEEE, 2018. – P. 11–16. – DOI: 10.1109/DD.2018.8553151.
37. Acoustic anisotropy and dissolved hydrogen as an indicator of waves of plastic deformation / A. K. Belyaev, A. I. Grishchenko, V. A. Polyanskiy, A. S. Semenov, D. A. Tretyakov, L. V. Shtukin, D. G. Arseniev, Y. A. Yakovlev // *2017 Days on Diffraction (DD)*. – IEEE, 2017. – P. 39–44. – DOI: 10.1109/DD.2017.8167992.
38. Effect of Surface Layer Damage on Acoustic Anisotropy / A. S. Semenov, V. A. Polyanskiy, L. V. Shtukin, D. A. Tretyakov // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. – 2018. – Vol. 59, no. 6. – P. 1136–1144. – DOI: 10.1134/S0021894418060202.
39. A study of hydrogen cracking in metals by the acoustoelasticity method / E. L. Alekseeva, A. K. Belyaev, L. A. Pasmanik, A. M. Polyanskiy, V. A. Polyanskiy, D. A. Tretyakov, Y. A. Yakovlev // *AIP Conference Proceedings*. – AIP Publishing, 2017. – Vol. 1915, no. 1. – P. 030001. – DOI: 10.1063/1.5017321.
40. Boundary Layer of Hydrogen Concentration under Plastic Deformation / A. K. Belyaev, D. E. Mansyrev, V. A. Polyanskiy, A. M. Polyanskiy, D. A. Tretyakov, Yu. A. Yakovlev // *Diagnostics, Resource and Mechanics of Materials and Structures*. – 2017. – No. 4. – P. 32–43. –

DOI: 10.17804/2410-9908.2017.4.032-043. – URL: http://dream-journal.org/issues/2017-4/2017-4_167.html

41. Influence of the skin effect of plastic deformation on hydrogen accumulation in metals / V. A. Polyanskiy, A. K. Belyaev, Y. A. Yakovlev, A. M. Polyanskiy, D. A. Tretyakov // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2018. – Vol. 2053, no. 1. – P. 020011. – DOI: 10.1063/1.5084357.

42. Hydrogen diagnostics of metals and alloys / A. M. Polyanskiy, V. A. Polyanskiy, K. P. Frolova, Yu. A. Yakovlev // Diagnostics, Resource and Mechanics of Materials and Structures. – 2018. – No. 6. – P. 37–50. – DOI: 10.17804/2410-9908.2018.6.037-050. – URL: http://dream-journal.org/DREAM_Issue_6_2018_Polyanskiy_A.M._et_al._037_050.pdf

43. ГОСТ Р. 52890–2007. Контроль неразрушающий. Акустический метод контроля напряжений в материале трубопроводов. Общие требования // М. : Стандартинформ, 2009.

Received: 15.01.2020
Revised: 12.02.2020
Accepted: 21.02.2020
DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.057-072

FORMATION OF MAGNETIC PROPERTIES OF ELECTRICAL STEEL

Yu. N. Dragoshanskii^{a)}, V. I. Pudov^{b)}*

*M.N. Miheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
18 S. Kovalevskoy St., Ekaterinburg, 620108, Russian Federation*

^{a)}  <https://orcid.org/0000-0002-6401-4300>

^{b)}  <https://orcid.org/0000-0003-3143-7195>  pudov@imp.uran.ru

*Corresponding author. E-mail: pudov@imp.uran.ru

Address for correspondence: 18 S. Kovalevskoy St., Ekaterinburg, 620108, Russian Federation
Tel.: +7 (343)378 36 94

The paper studies the influence of the crystal structure on the form and behavior of magnetic domains and on the electromagnetic properties of anisotropic electrical steel based on the Fe-3 % Si alloy with a (110) [001] texture. The physical mechanisms of the rearrangement of the domain type and dynamics during magnetization and stretching of magnetic triple crystallites of various sizes and orientations are considered; the conditions for achieving minimum magnetic losses and an increase in magnetic induction under specified conditions of their magnetization reversal are determined.

Keywords: anisotropic Fe-3 % Si alloy, crystal structure, domains, magnetic properties.

Acknowledgment

The work was performed within the state assignment on the subjects of Magnet (No. AAAA-A18-118020290129-5) and Diagnosics (No. AAAA-A18-118020690196-3) and supported by a UB RAS Program project.

References

1. Vonsovskii S.V. *Magnetizm* [Magnetism]. Moscow, Nauka Publ., 1971, 1032 p.
2. Hubert A., Schafer R. *Magnetic Domains*, Berlin, Springer, 2009, 686 p.
3. Shilling J.W., House G.L. Magnetic properties and domain structures in grain-oriented 3.2% Si-Fe. *IEEE Trans. Magn.*, 1974, vol. 10, no 2, pp. 195–223. DOI: 10.1109/TMAG.1974.1058317.
4. Karr B. Magnetostriction. In: *Magnetic Properties of Metals and Alloys*, Am. Soc. for Metals, Metals Park, Ohio, 1959.
5. Ferro A., Montalenti G., Soardo G.P. Non linearity anomaly of power losses vs frequency in various soft magnetic materials. *IEEE Trans. Magn.*, 1975, vol. 11, no. 5, pp. 1341–1343. DOI: 10.1109/TMAG.1975.1058895.
6. Landau L.D. *Sobranie trudov* [Collected Papers, ed. by E.M. Lifshits]. Moscow, Nauka Publ., 1969, 128 p. (In Russian).
7. Dragoshanskii Yu.N. Domain structure of three-axis ferromagnets and its contribution to the formation of the properties of soft magnetic alloys. *Synopsis of a doctoral dissertation*. Ekaterinburg, IFM UrO RAN Publ., 1996, 42 p. (In Russian).
8. Zaikova V.A., Startseva I.E., Filippov B.N. *Domennaya struktura i magnitnye svoystva elektrotekhnicheskikh staley* [Domain Structure and Magnetic Properties of Electric Steels]. Moscow, Nauka Publ., 1992, 271 p. (In Russian).

9. Dragoshanskii Yu.N., Pudov V.I. An apparatus for optical monitoring of the surfaces of solids. *RF Patent 174673*, 2017. (In Russian).
10. Khanzina T.A., Bamburov V.G., Dragoshanskii Yu.N., Vlasova Z.N., Bescherevnikh I.V., Alekseev V.A. A Solution for Applying Insulating Coatings on Steels and the Method of Its Producing. *USSR Patent 1608243*, 1990. (In Russian).
11. Filippov B.N., Zhakov S.V., Dragoshanskiy Y.N., Starodubtsev Y.N., Lykov E.L. Theory of domain-structures in 3-axial ferromagnetic crystals. *The Physics of Metals and Metallography*, 1976, vol. 42, no. 2, pp. 260–277.
12. Dragoshanskii Yu.N., Bratuseva E.V., Gubernatorov V.V., Sokolov B.K. Domain width and magnetic loss in grain-oriented soft magnetic materials strained by local bending. *The Physics of Metals and Metallography*, 1997, vol. 83, no. 3, pp. 270–274.
13. Starodubtsev Y.N., Dragoshanskiy Y.N. Domain size dependence on crystal thickness of silicon-iron. *Fizika Metallov i Metallovedenie*, vol. 47, iss. 5, pp. 925–931.
14. Dragoshanskiy Y.N., Yesina N.K., Zaykova V.A. Influence of crystallographic texture (110)[001] perfection on magnitude of electromagnetic losses in transformer steel. *Fizika Metallov i Metallovedenie*, 1978, vol. 45, no. 4, pp. 723–728.
15. Shur Ya. S. and Dragoshanskii Yu. N. On the Shape of Closure Domains inside Fe-Si Crystals. *Fiz. Met. Metalloved.*, 1966, vol. 22 (5), pp. 702–710.
16. Schlenker M. X-ray topographic observation of internal ferromagnetic domain walls. Proceeding of conf. on magnetism (MCM–73), vol. 4. Moscow, Nauka Publ., 1974, pp. 178–186.
17. Degauque J. Les pertes d'énergie dans les ferromagnétiques métalliques déformés: origines physiques (Energy losses in soft metallic ferromagnetic materials: physical origins). *Mem. Erud. Sci. Rev. Metal.*, 1985, vol. 82, pp. 5–24.
18. Dragoshanskii Y.N., Pudov V.I. Physical Mechanisms of Reverse Magnetization Jumps and Improvement of the Functional Characteristics of Ferromagnetics. *Dokl. Phys.*, 2018, vol. 63, no. 9, pp. 358–361. DOI: 10.1134/S1028335818090045.
19. Dragoshanskii Yu.N. and Shur Ya.S. On the Formation of the Domain Structure of Silicon-Iron Crystals. *Fiz. Met. Metalloved.*, 1966, vol. 21, no. 5, pp. 678–687.
20. Zhakov S.V., Filippov B.N., and Dragoshanskii Yu.N. Domain Structure and Magnetization Processes in Three-Axial Single Crystals in the Field Applied at an Angle to the Easy Magnetization Direction. *Fiz. Met. Metalloved.*, 1979, vol. 47, no. 2, pp. 310–318.
21. Sasaki T., Imamura M. Magnetostrictive properties of individual grain in grain-oriented 3% Si-Fe. *IEEE Trans. Magn.*, 1981, vol. 17, no. 6, pp. 2866–2868. DOI: 10.1109/TMAG.1981.1061561.
22. Kirshin A.I., Kalugin A.S., Kratysh G.S. The properties of a cold-rolled Fe-Al alloy band for magnetostrictors. *Stal*, 1989, no. 10, pp. 70–73. (In Russian).
23. Shur Ya.S., Gubernatorov V.V., Dragoshanskii Yu.N., Baranova N.A., Brishko N.A. A method for increasing magnetostriction in alloys. *RF Patent 231565*, 1986. (In Russian).
24. Dragoshanskii Yu.N. and Sheiko L.M. Effect of Plane Tensions on the Domain Structure and Magnetic Properties of Silicon Iron. *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.*, 1985, vol. 49, no. 8, pp. 1568–1572. (In Russian).
25. Dragoshanskii Yu.N., Zaikova V.A., Shur Ya.S. Effect of elastic extension on the domain structure of siliceous iron and cobalt crystals. *Fizika Metallov i Metallovedenie*, 1968, vol. 25, no. 2, pp. 289–297.
26. Dragoshanskii Yu.N., Zaikova V.A., and Khan E.B. Effect of crystallographic orientation and elastic strain on the electromagnetic loss in Fe-3%Si single crystals. *Trudy mezhdunarodnoy konferentsii po magnetizmu "MKM-73"* [Proc. MKM-73 Int. Conf. on Magnetism]. Moscow, Nauka Publ., 1974, vol. 4, pp. 518–522. (In Russian).
27. Dragoshanskii Y.N., Pudov V.I. Optimization by deformation effects of the structure and properties of Fe-Si alloys with different texture. *Lett. Mater.*, 2018, vol. 8 (1), pp. 66–70. DOI: 10.22226/2410-3535-2018-1-66-70.

28. Nozawa T., Mizogami M., Mogi H., Matsuo Y. Magnetic properties and dynamic domain behavior in grain-oriented 3% Si-Fe. *IEEE Trans. Magn.*, 1996, vol. 32, no. 2, pp. 572–589. DOI: 10.1109/20.486550.
29. Pudov V.I., Dragoshanskii Y.N. Domain structure and magnetic losses in laminated magnetic circuits upon laser treatment. *The Physics of Metals and Metallography*, 2015, vol. 116, no. 6, pp. 538–543. DOI: 10.1134/S0031918X15060083.
30. Pudov V.I., Dragoshanskii Y.N. A method of manufacturing anisotropic electrical steel. *RF patent 2569260*. (In Russian).
31. Pudov V.I., Dragoshanskii Yu.N., Doroshek A.S. Efficiency of local deformation effects on the magnetic structure of core elements. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2018, iss. 6, pp. 165–172. DOI: 10.17804/2410-9908.2018.6.165-172. Available at: https://dream-journal.org/issues/2018-6/2018-6_242.html

Подана в журнал: 15.01.2020

УДК 621.758;537.622

DOI: 10.17804/2410-9908.2020.1.057-072

ФОРМИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ СТАЛИ

Ю. Н. Драгошанский^{а)}, В. И. Пудов^{б)}*

*Институт физики металлов им. М.Н. Михеева Уральского отделения РАН,
С. Ковалевской, 18, 620108, г. Екатеринбург, Российская Федерация*

^{а)}  <https://orcid.org/0000-0002-6401-4300>

^{б)}  <https://orcid.org/0000-0003-3143-7195>  pudov@imp.uran.ru

* Ответственный автор. Эл. почта: pudov@imp.uran.ru

Адрес для переписки: С. Ковалевской, 18, 620108, Екатеринбург, Российская Федерация
Тел.: +7 (343)378-36-94

Исследовано влияние кристаллической структуры на вид и поведение магнитных доменов и электромагнитные свойства монокристаллов анизотропной электротехнической стали на основе сплава Fe-3 % Si с текстурой (110) [001]. Рассмотрены физические механизмы перестройки вида и динамики доменов при намагничивании и растяжении магнитотрехосных кристаллитов различных размеров и ориентаций, а также определены условия достижения минимума магнитных потерь и повышения магнитной индукции при задаваемых условиях их перемагничивания.

Ключевые слова: анизотропный сплав Fe-3 % Si, кристаллическая структура, домены, магнитные свойства.

1. Введение

Анизотропная электротехническая сталь (АЭС) состоит из кристаллитов ребровой ориентации (110), рассеяние осей легкого намагничивания [001] которых от продольной оси ленты не превышает нескольких градусов. Отдельные кристаллы имеют размер порядка 10 мм, что позволяет с достаточной достоверностью распространить на АЭС многие закономерности поведения доменных структур, установленные при исследовании монокристаллов.

Основное содержание теоретических, экспериментальных и технологических поисков связано с оптимизацией доменной структуры электротехнической стали. При этом решающее значение принадлежит кристаллографической текстуре и структуре стали, а также особым свойствам ее поверхности, которая при определенных условиях контролирует состояние доменной структуры, а значит, и уровень магнитных свойств.

Цель работы – анализ физических основ для создания современной электротехнической стали с низкими удельными потерями и высокой магнитной индукцией на основе управления доменной структурой, ее видом и условиями перестройки при различных внешних воздействиях. Это в свою очередь связано с анализом результатов изучения кристаллографических и структурных особенностей, а также поверхностных эффектов электротехнической стали.

2. Магнитная энергия и доменная структура

Ферромагнитные материалы обладают атомным магнитным порядком, при котором магнитные моменты всех носителей магнетизма в веществе параллельны друг другу [1]. При нарушении однородности распределения намагниченности в кристалле плотность энергии обменного взаимодействия возрастает на величину

$$E_0 = A[(\nabla\alpha_1)^2 + (\nabla\alpha_2)^2 + (\nabla\alpha_3)^2], \quad (1)$$

где α_i – косинусы вектора спонтанной намагниченности \vec{M}_s ; A – постоянная обменного взаимодействия, величина которой в сплаве Fe-3 % Si равна $\sim 1,5 \cdot 10^{-11}$ Дж/м² [2]. Из формулы (1) следует, что E_0 не зависит от ориентации \vec{M}_s в кристалле и равно нулю, когда все векторы намагниченности параллельны друг другу.

Энергия магнитной анизотропии (ЭМА) проявляется в том, что векторы намагниченности в кристалле ориентируются вдоль определенных направлений, называемых осями легкого намагничивания (ОЛН). В общем случае ЭМА зависит от косинусов α_i вектора намагниченности \vec{M}_s и компоненты результирующего тензора внешних ε_{ik} и спонтанных (магнитоупругих) ε^0_{ik} деформаций. В отсутствие внешних деформаций плотность ЭМА $E_A(\alpha_i, \varepsilon^0_{ik})$ можно представить в виде

$$E_A = E_K(\alpha_i) + E_Y(\varepsilon^0_{ik}) + E_M(\alpha_i, \varepsilon^0_{ik}). \quad (2)$$

Здесь E_K – плотность энергии магнитной кристаллографической анизотропии без учета спонтанных магнитоупругих деформаций, которая устанавливает связь между намагниченностью и кристаллографическими осями. Для кубического кристалла имеем

$$E_K = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2, \quad (3)$$

где K_1 и K_2 – константы магнитной кристаллографической анизотропии.

В сплаве Fe-3 % Si при 300 К значение $K_1 = 3,5 \cdot 10^4$ Дж/м³, а $K_2 \ll K_1$ [3].

Поэтому минимум E_K соответствует направлениям $\langle 100 \rangle$, которые являются ОЛН кубического кристалла.

Вследствие магнитоупругого взаимодействия кристаллическая решетка ферромагнетика испытывает спонтанную магнитоупругую деформацию. Причем, величина магнитоупругой энергии $E_M(\alpha_i, \varepsilon^0_{ik})$ почти линейно снижается с увеличением ε^0_{ik} . Уменьшению же E_M препятствует рост упругой энергии кристалла $E_Y(\varepsilon^0_{ik})$. Если из условия минимума E_A найти все компоненты магнитоупругих деформаций ε^0_{ik} , то относительное удлинение λ_0 кубического кристалла, намагниченного до насыщения вдоль произвольного направления, определяемого косинусами β_i , имеет вид

$$\lambda_0 = 3/2\lambda_{100}(\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2 - 1/3) - 3\lambda_{111}(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_2\alpha_3\beta_2\beta_3 + \alpha_3\alpha_1\beta_3\beta_1). \quad (4)$$

Относительное удлинение зависит от величины и знака констант магнитоупругости λ_{100} и λ_{111} . Для сплава Fe-3 % Si при 300 К $\lambda_{100} = 23,7 \cdot 10^{-6}$ и $\lambda_{111} = -4,1 \cdot 10^{-6}$ [1, 4]. При действии однородных внешних напряжений $\sigma_{ik} = \sigma\gamma_i\gamma_k$ энергия кубического кристалла увеличивается на величину

$$E_\sigma = -3/2\sigma[\lambda_{100}(\alpha_1^2\gamma_1^2 + \alpha_2^2\gamma_2^2 + \alpha_3^2\gamma_3^2) + 2\lambda_{111}(\alpha_1\gamma_1\alpha_2\gamma_2 + \alpha_2\gamma_3\alpha_3\gamma_2 + \alpha_3\alpha_1\gamma_3\gamma_1)], \quad (5)$$

где γ_i – направляющие косинусы внешнего напряжения σ .

Следует отметить, что константы магнитной анизотропии и магнитоупругости, а также намагниченность насыщения зависят от содержания кремния и температуры (рис. 1) [1–8]. В частности, сталь с содержанием кремния ~ 6 % имеет константы магнитоупругости λ_{100} , λ_{111} близки к нулю, что существенно влияет на ее магнитные свойства.

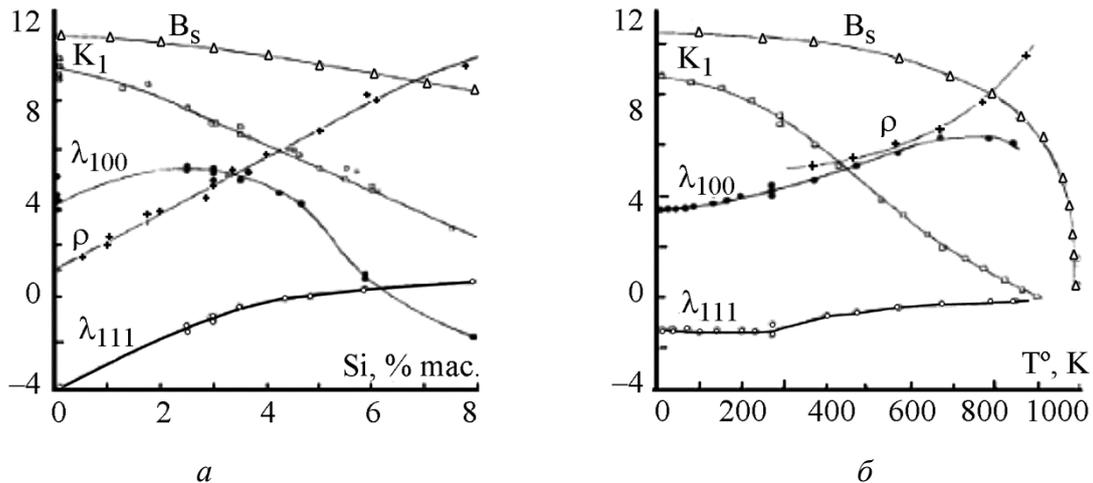


Рис. 1. Зависимость магнитных констант и электросопротивления от содержания кремния при $T = 300\text{ K}$ (а) и температуры для Fe-3 % Si (б). Одно деление по оси ординат соответствует: $B_s=0,2\text{ Тл}$; $K_1=5\cdot 10^3\text{ Дж/м}^3$; $\lambda=5\cdot 10^{-6}$; $\rho=10^{-7}\text{ ом}\cdot\text{м}$

Плотность энергии ферромагнетика во внешнем магнитном поле \vec{H}

$$E_n \approx - (\vec{H} \vec{M}_s), \tag{6}$$

а плотность энергии размагничивающего поля

$$E_n \approx - 1/2(\vec{H}_p \vec{M}_s), \tag{7}$$

где \vec{H}_p – магнитное поле поверхностных и объемных магнитных зарядов.

При однородной намагниченности $\text{div} \vec{M} = 0$ и размагничивающее поле определяется только поверхностными магнитными зарядами с плотностью, равной разности нормальных составляющих намагниченности на границе раздела.

Если ОЛН лежит на плоскости пластины, то на торцевых поверхностях должны возникать магнитные поля рассеяния. Энергия этого поля E_p в пластинчатом кристалле Fe-3 % Si оценивается величиной 10^2-10^4 Дж/м^3 [3].

Именно возможность снижения магнитостатической энергии, например, за счет чередования магнитных полюсов различных знаков на торцевой поверхности, приводит к разбиению ферромагнетика на домены – области однородной намагниченности насыщения (M_s) [2].

В переходной области между доменами намагниченность постепенно изменяет свое направление. Для кубических кристаллов с тремя ОЛН типичными являются доменные границы (ДГ) Блоха с поворотом намагниченности на 180° или 90° . В ДГ Блоха вектор намагниченности поворачивается в плоскости ДГ. Они реализуются в кристаллах Fe-3 % Si толщиной более $0,1\text{ мкм}$. Эффективная ширина и плотность энергии ДГ, отнесенная к единице ее площади, определяется из условия минимума обменной энергии и энергии магнитной анизотропии в переходной области. В кристалле кремнистого железа ДГ имеет эффективную ширину $\sim 10^{-1}\text{ мкм}$, плотность энергии $\gamma_\Gamma \sim 10^{-3}\text{ Дж/м}^3$, причем γ_Γ для 180° ДГ с нормалью к направлению [001] в два раза больше, чем для 90° ДГ [2, 6].

2.1. Образцы и методы их исследования

Были исследованы монокристалльные пластины АЭС Fe-3 % Si с ребровой (110) [001] и кубической (100) [001] кристаллографической ориентацией поверхностей. Размеры пла-

стин: длина 10–120 мм, толщина 0,01–10 мм. Образцы предварительно подвергали электролитическому полированию в растворе хромового ангидрида при 70 °С, плотности тока 2 А/см² площади поверхности образца и отжигали при температуре 1050 °С – 1 ч в вакууме. Магнитную доменную структуру выявляли методами порошковых фигур и магнитооптического эффекта Керра. В исследованиях использовали устройство для наблюдения доменов с двух противоположных сторон кристалла одновременно [9].

Напряженность магнитного поля при намагничивании и перемагничивании образцов в различных кристаллографических направлениях в плоскости пластин не превышала 10⁴ А/м, что обеспечивало перестройку многодоменного состояния размагниченных образцов в однодоменное и обратно.

Одноосное растяжение образцов создавали механически, а плоскостное – нанесением магнитоактивных (растягивающих металл) электроизоляционных покрытий на основе магний-фосфатов с малым коэффициентом теплового расширения (~ 4–6·10⁻⁶ град⁻¹), создававших растягивающие напряжения в сплаве до 10 МПа [10].

Линейную магнитострикцию образцов измеряли методом оптического рычага. Удельные магнитные потери лент стали, измеряли в замкнутой магнитной цепи на магнитоизмерительной установке МК-4Э с относительной погрешностью для доверительной вероятности 0,95 не более ± 4%.

2.2. Результаты исследования доменной структуры

Ориентации поверхностей кристалла относительно ОЛН в значительной степени определяют вид доменной структуры (ДС) в кристалле с тремя ОЛН. Простейшая ДС типа А [8] наблюдается в пластине, на поверхности (100), на которой лежат две ОЛН – [010] и [001] (рис. 2 а).

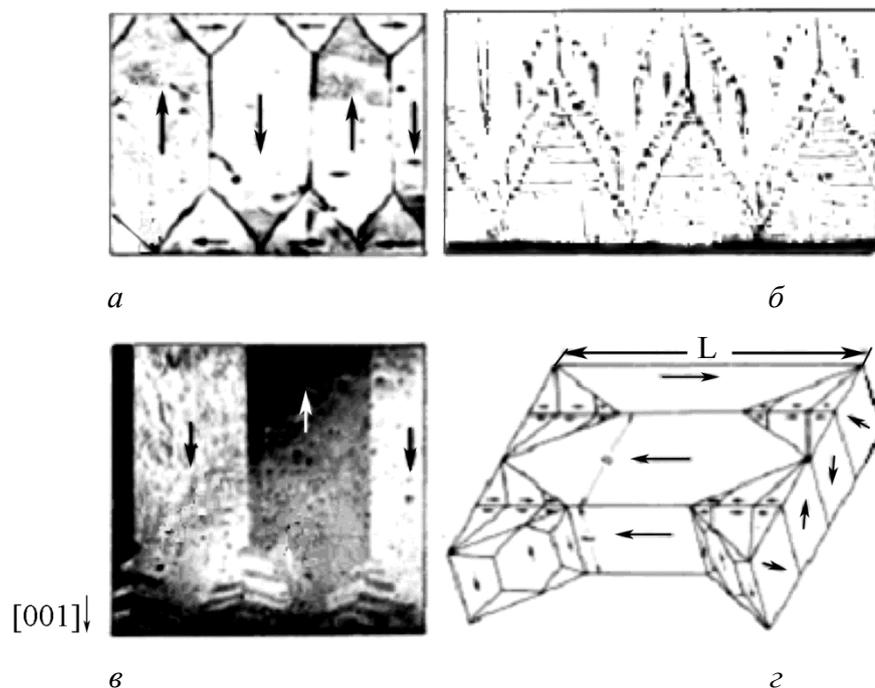


Рис. 2 Вид ДС на поверхности монокристалла (100) (а), (110) (б, в) и модель ДГ (г).
Толщина кристаллов: а – 0,20; б – 0,02; в – 0,15 мм

В основных доменах, разделенных 180° ДГ, которые лежат в плоскости (010), намагниченность направлена вдоль оси [001]. Магнитный поток основных доменов вблизи торцевой поверхности замыкается треугольными призматическими доменами. Замыкающие доме-

ны отделены от основных доменов 90° ДГ по плоскостям (001). Для сплава Fe-3 % Si характерно, что магнитные поля рассеяния полностью или частично компенсируются замыкающей ДС. Вследствие большой константы магнитной анизотропии этого сплава магнитостатическая энергия значительно больше магнитоупругой энергии и энергии ДГ замыкающей ДС. Поэтому в кристаллах Fe-3 % Si предпочтительно существование замыкающей ДС. Наличие же трех ОЛН способствует формированию разнообразных видов замыкающей ДС [2, 7].

Равновесное состояние ДС типа А достигается при условии минимума энергии ДГ $\sim \gamma_T$ L/D и магнитоупругой энергии $\sim cD$, связанной с наличием замыкающих треугольных областей

$$D \sim \sqrt{(\gamma_T/c)} L, \quad (8)$$

где L – длина кристалла; D – ширина основных доменов; c – плотность магнитоупругой энергии, которая имеет величину порядка 10^1 – 10^2 Дж/м³ [8].

Аналогичная ДС наблюдается на поверхности (110), на которой лежит одна ОЛН–[001], а две другие составляют угол 45° с поверхностью кристалла (рис. 2 б, в). Основные домены также разделены 180° ДГ, которые лежат не в плоскости (010), а проходят под углом $\sim 32^\circ$ к нормали поверхности пластины. С утонением кристалла угол наклона ДГ уменьшается, а при толщинах менее 0,1 мм ДГ проходит перпендикулярно поверхности кристалла [9].

Замыкающие треугольные области представляют скопление доменов с результирующей намагниченностью, направленной навстречу друг другу в соседних комплексах [11]. В относительно тонких кристаллах (менее 0,1 мм) 90° ДГ в замыкающем треугольнике проходят по плоскостям типа [001] (рис. 2 б), а в более толстых – по плоскостям типа [211] (рис. 2 в). Модель ДС (рис. 2 з) хорошо согласуется с доменной структурой, наблюдаемой на трех сопряженных поверхностях кристалла. Зависимость ширины основных доменов также подчиняется соотношению (8), в которое входит толщина кристалла, причем с утонением кристалла ширина основных доменов уменьшается [11, 13].

На рис. 3 показано последовательное изменение вида ДС на поверхности кристалла при переходе от плоскости (110) к плоскости (001). Отклонение оси (001) от поверхности (110) на угол $\beta < 1^\circ$ увеличивает магнитостатическую энергию, которая частично снижается за счет уменьшения ширины основных доменов. При $\beta \approx 1^\circ$ по всей поверхности кристалла формируется замыкающая каплевидная ДС (рис. 3 б) [14]. В этом случае магнитостатическая энергия кристалла снижается как за счет образования замыкающей ДС, так и за счет дальнейшего уменьшения ширины основных доменов. На поверхности кристалла замыкающие домены имеют каплевидную форму, намагниченность в которых направлена противоположно намагниченности основного домена [7]. Исследование вида замыкающих доменов на верхней и нижней поверхностях кристалла позволило сделать вывод о связи поверхностных доменов с общим внутренним доменом, намагниченность в котором направлена вдоль [100] или [010] [9, 15]. Эта модель подтверждена наблюдением ДС методом рентгеновской топографии [16]. По мере приближения «капли» к 180° ДГ или к соседней «капле» уменьшается длина пути, на которой замыкается магнитный поток, и уменьшается размер каплевидных доменов. Следовательно, размеры замыкающих доменов также подчиняются соотношению (8).

С увеличением угла β до 4° растет плотность замыкающих доменов (рис. 3 в) [17]. «Капли» соединяются друг с другом, образуя упорядоченные ряды в виде «гребенок». Большее увеличение угла β приводит к резкому измельчению поверхностной ДС, которая уже слабо отражает характер ДС внутри кристалла (рис. 3 з). На поверхности (111) наблюдается мелкая кружевная ДС (рис. 3 д) [7].

Внутри кристалла сохраняется ДС со 180° ДГ, расположенными в плоскости (100), а вблизи поверхности магнитный поток замыкается сложной системой замыкающих доменов с 90° ДГ [10,13].

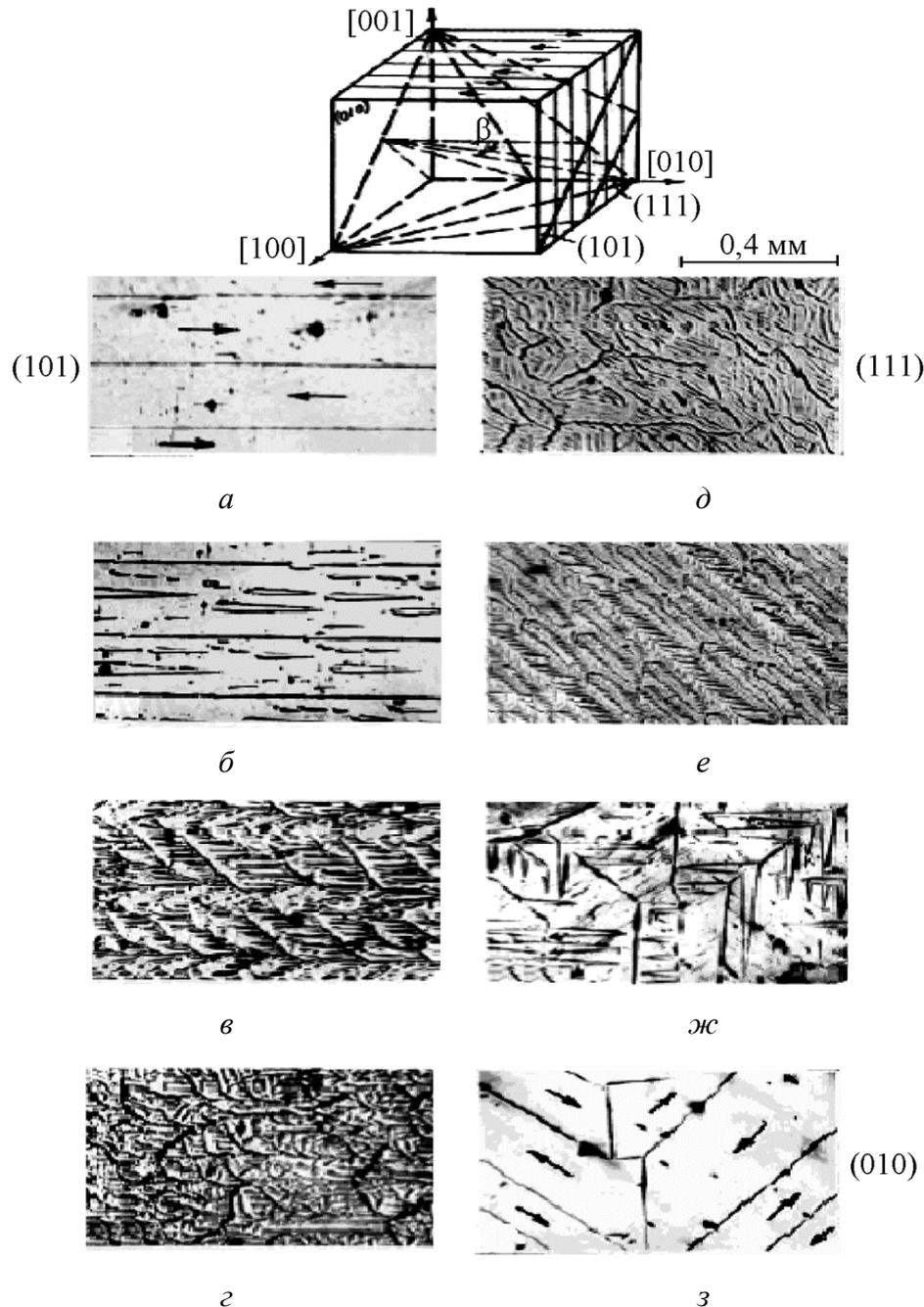


Рис. 3. Изменение вида ДС при переходе от плоскости (101) к плоскости (010) в монокристалле Fe-3 % i

Отклонение ОЛН от поверхности (001) приводит к появлению замыкающих доменов в виде «елочек» (рис. 3 ж) [2]. При возрастании наклона ОЛН ветви «елочек» становятся толще и располагаются ближе друг к другу (рис. 3 е), пока не остаются только очертания конечных частей ветвей.

Анизотропия формы кристалла характеризует разницу энергий внешнего магнитного поля, необходимого для намагничивания кристалла вдоль различных ОЛН [8]. Анизотропия формы усиливается с уменьшением размера кристалла вдоль одной из ОЛН, поскольку при этом возрастает энергия магнитных полей рассеяния при намагничивании кристалла до насыщения в этом направлении. Очевидно, что в кристаллической пластине энергетическое преимущество имеет ОЛН, расположенная в плоскости пластины, которую называют

осью легчайшего намагничивания. По этой причине векторы намагниченности \vec{M}_s основных доменов лежат в плоскости пластины и лишь небольшой объем замыкающих доменов имеет векторы намагниченности вдоль двух других ОЛН.

С уменьшением толщины кристалла усиливается анизотропия формы и все больший объем доменов ориентируется вдоль оси легчайшего намагничивания. Поэтому с утонением кристалла вид замыкающей ДС упрощается. На рис. 4 показана ДС в кристалле с $\beta = 5^\circ$ при различных толщинах [13]. Видно, что наряду с упрощением замыкающей ДС изменяется ширина основных доменов, которая растет вдоль до момента распада рядов «капель» на отдельные домены при $l = 0,05$ мм. При дальнейшем утонении кристалла резко снижается площадь, занимаемая «каплями», в результате чего проявляется магнитоэлектрическое взаимодействие между основными доменами, которое приводит к снижению D .

В кристалле с ДС типа А, помещенном в магнитное поле в соответствии с формулой (6) минимум энергии имеют домены с $\vec{M}_s \uparrow \uparrow \vec{H}$, и именно эти домены увеличивают свои размеры. Полевую зависимость магнитной индукции кристалла $B = B(H)$ описывает кривая намагничивания. В образце замкнутой формы с направлением магнитного поля вдоль $[001]$ уже при $H < 10$ А/м достигается индукция насыщения B_s [8]. Величина этого поля соответствует коэрцитивной силе образца (H_c), которая определяет магнитное поле задержки смещения 180° ДГ, вызванной локальными неоднородностями материала [1]. Задержка смещения ДГ приводит к гистерезису перемагничивания кристалла. На петле гистерезиса состояние $B = 0$ достигается в магнитном поле, также соответствующем H_c .

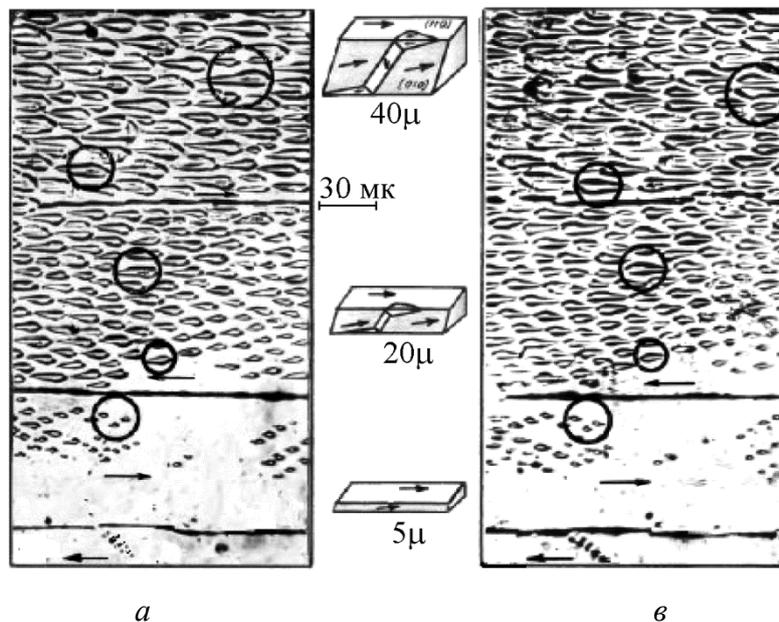


Рис. 4. Вид ДС монокристалла на верхней (а) и нижней (б) поверхностях при $\beta = 5^\circ$ и плавном уменьшении толщины от 40 (вверху) до 5 мкм (внизу)

На схемах представлен объемный вид каплевидных замыкающих комплексов.

В кристалле с поверхностью (110) при направлении магнитного поля вдоль $[001]$ и $\beta > 0$ намагничивание в слабых полях также происходит путем смещения 180° ДГ. Увеличивается площадь поверхности тех основных полосовых доменов, намагниченность которых близка к направлению магнитного поля за счет уменьшения смежных доменов «обратной» намагниченности. При этом в сужающемся основном домене размеры «капель» уменьшаются. В то же время экспансия растущего домена приводит к росту замыкающих каплевидных доменов в нем, а также и к формированию новых каплевидных доменов. Они принимают

на себя возрастающий магнитный поток на новых территориях растущего основного домена, снижая магнитостатическую энергию кристалла.

Имея направление намагниченности, обратное относительно направления намагниченности растущего основного домена, каждые из новых замыкающих доменов создают при своем возникновении обратные скачки намагниченности (обратные скачки Баркгаузена), природа которых до сих пор оставалась неизвестной. Аналогично, обратные скачки намагниченности создает и исчезновение намагниченных вдоль магнитного поля каплевидных замыкающих доменов в сужающемся основном домене при приближении к ним движущейся 180° границы. Обратные скачки намагниченности понижают индукцию кристалла в целом. Поэтому повышение степени совершенства кристаллографической текстуры, приводящее к уменьшению объема обратно намагниченных замыкающих областей, обеспечивает рост магнитной индукции сплава, например B_{800} (индукция в поле 800 А/м), с обычной величины $\sim 1,82$ Тл в высших марках стали до 1,92–1,96 Тл [18] и более крутой подъем кривой намагничивания (рис. 5).

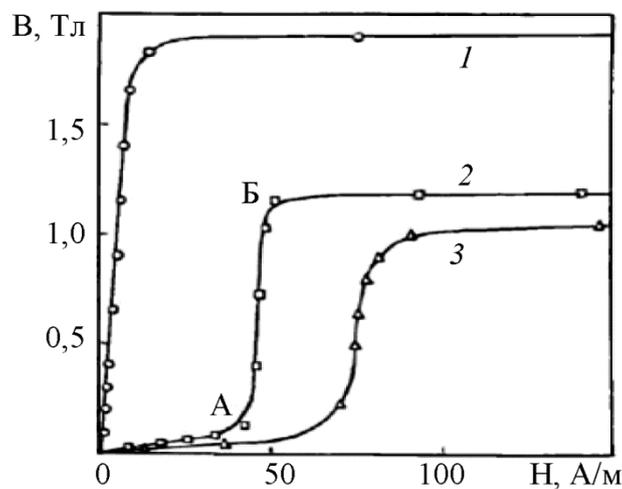


Рис. 5. Кривые намагничивания монокристалла с поверхностью (110) под углом α к направлению [001]: 1 – 0° ; 2 – 25° ; 3 – 55°

После того как заканчивается смещение 180° ДГ, что соответствует перегибу на кривой намагничивания, все «капли» имеют практически одинаковый размер. Дальнейшее увеличение магнитного поля приводит к уменьшению объема внутреннего домена в этих замыкающих комплексах до тех пор, пока не останутся только их поверхностные части. В сильном магнитном поле, при котором вектор намагниченности (\vec{M}_s) существенно отклоняется от ОЛН к направлению \vec{H} , исчезает также поверхностная ДС. В кристалле Fe-3 % Si отклонение \vec{M}_s от ОЛН происходит в магнитном поле более 10^4 А/м. Такие поля соответствуют области приближения к насыщению.

При уменьшении магнитного поля от состояния насыщения формируются зародыши перемагничивания в участках с наибольшей магнитостатической энергией, т. е. на границе кристалла (а в поликристаллах еще и на межзеренных границах) [19]. При этом зародышем в кристалле с тремя ОЛН является фаза с намагниченностью, перпендикулярной направлению магнитного поля [20]. Вследствие того, что в момент образования доменов с намагниченностью вдоль поперечных ОЛН величина H еще достаточно велика и появление доменов с \vec{M}_s против поля энергетически не оправдано, часть магнитного потока поперечных доменов остается незамкнутой. И только в более слабых полях в этих участках появляются области с \vec{M}_s против магнитного поля, которые при дальнейшем снижении величины H вырастают в домены со 180° ДГ. Появление ДС типа А приводит к уменьшению объема до-

менов с намагниченностью вдоль поперечных ОЛН, которые сохраняются только вблизи торцов пластины для замыкания магнитного потока основных доменов.

Вследствие кристаллографической анизотропии намагничивание кристаллов в плоскости (110) под углом α к оси 001 затрудняется (рис. 5) [8].

Смещение 180° ДГ происходит лишь на начальном участке кривой намагничивания и только при небольших углах α [20]. Поведение ДС при намагничивании кристалла с поверхностью (110) под углом $\alpha = 25^\circ$ представлено на рис. 6. В размагниченном состоянии магнитный поток основных доменов на границе кристалла замыкается с помощью замыкающих треугольных комплексов КЛМ, МНО, ОПР (рис. 6 а). В магнитном поле замыкающие комплексы с результирующей намагниченностью $\vec{M}_s \uparrow \downarrow \vec{H}$ постепенно уменьшаются в размере за счет роста соседних комплексов. Этот процесс соответствует участку ОА на кривой намагничивания (рис. 5).

После полного исчезновения замыкающих комплексов с намагниченностью $\vec{M}_s \uparrow \downarrow \vec{H}$ (рис. 6 б) новая ДС типа С легко распространяется по объему кристалла (рис. 6 в–е). Рост новой ДС происходит путем продвижения фронта КЛМНОПР. При этом замыкающие призмы в соседних треугольных областях 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6 соединяются друг с другом. Продвижение фронта новой ДС соответствует участку максимальной проницаемости АБ на кривой намагничивания (рис. 5). Высокая магнитная проницаемость обусловлена тем, что в процессе намагничивания не участвуют замыкающие домены вблизи края кристалла, которые сохраняют магнитостатическую энергию на минимальном уровне. В ДС типа С намагниченность доменов внутри кристалла совпадает с направлениями [100] и [010], а на поверхности наблюдается чередование полос с намагниченностью вдоль [001] и [00 $\bar{1}$] [20].

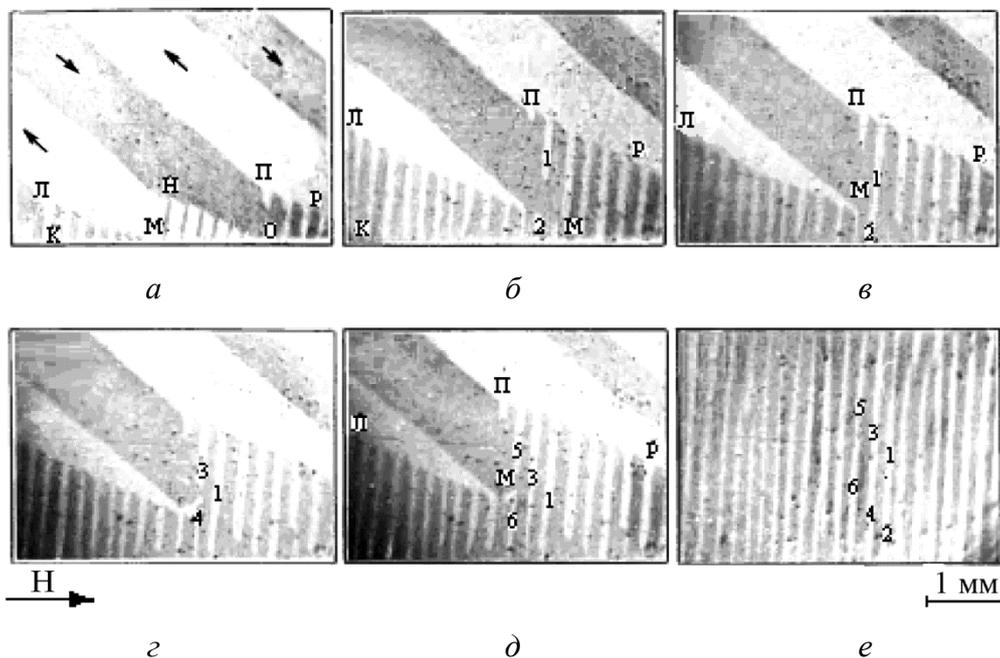


Рис. 6. Вид ДС на поверхности монокристалла (110) при намагничивании под углом $\alpha = 25^\circ$. ДС в состояниях а–д соответствует точкам кривой намагничивания О, А, Б на рис. 5

При индукции $B = 1,0\text{--}1,2$ Тл, зависящей от толщины кристалла, кристалл полностью заполнен новой ДС типа С и процесс намагничивания снова затрудняется. Увеличение магнитной индукции происходит только за счет уменьшения объема поверхностных замыкающих призм, что приводит к измельчению ДС, и за счет последующего поворота вектора намагниченности \vec{M}_s к направлению магнитного поля.

Такой характер перемагничивания кристалла под углом α к направлению [001] приводит к смещению верхней части петли гистерезиса в сторону больших полей и резкому уменьшению величины остаточной индукции B_r [8]. Результирующий вектор намагниченности кристалла с увеличением магнитного поля постепенно отклоняется от направления [001] к направлению \vec{H} , а при $\alpha > 55^\circ$ – сначала к направлению [100] ближайшему к полю, а затем снова к \vec{H} .

В соответствии с формулой (4) перераспределение доменов между тремя ОЛН вызывает деформацию кристалла. Если намагниченность в кристалле ориентирована только вдоль ОЛН, то формулу (4) можно записать в виде [1, 4]:

$$\lambda = 3/2\lambda_{100} \left(\sum_{i=1}^3 n_i \beta_i^2 - \frac{1}{3} \right), \quad (9)$$

где n_i – относительный объем кристалла, занимаемый доменами с \vec{M}_s вдоль соответствующей ОЛН. Если $n_3 = 1$, то $\lambda_1 = \lambda_{100}$. В магнитном поле после образования доменов с \vec{M}_s вдоль поперечной оси [100] магнитострикция имеет величину $\lambda_2 = \lambda_{100} - 3/2\lambda_{100} \cdot n_1$, т.е. относительное изменение длины кристалла вдоль оси легчайшего намагничивания [001] составляет $\lambda_2 - \lambda_1 = -3/2\lambda_{100} \cdot n_1$. Следовательно, образование ДС типа С в магнитном поле соответствует значению продольной магнитострикции, причем λ тем меньше, чем больше величина n_1 .

Если в исходном состоянии без магнитного поля $n_3 < 1$, т. е. существуют домены с намагниченностью вдоль [100] и [010] (например каплевидные домены), то магнитострикция вдоль направления [001] составляет $\lambda_1 = 3/2\lambda_{100}(n_3 - 1/3)$. После намагничивания до насыщения $\lambda_2 = \lambda_{100}$. Тогда магнитострикция насыщения $\lambda_s = 3/2\lambda_{100}(1 - n_3)$. Следовательно, $\lambda_s = 0$, если намагничивание осуществляется только смещением 180° ДГ. Положительная величина λ_s тем выше, чем больше в исходном состоянии при $H = 0$ объем доменов с намагниченностью вдоль поперечных ОЛН [21]. Проведенные исследования по созданию сжимающих напряжений $\sigma \sim 8$ Н/мм² показало возможность получения подобной доменной структуры в магнитоанізотропных лентах сплавов на основе железа, легированных алюминием или кремнием (например, за счет прокатки ленты, облучения ее поверхности потоком ускоренных ионов, насыщения соответствующими химическими элементами, или нанесением сжимающего покрытия). Это позволило в недорогих, бескобальтовых и безникелевых сплавах на основе железа получить значительную величину продольной магнитострикции насыщения $\sim (60-75) \cdot 10^{-6}$ и изготовить из них мощные эффективные магнитострикционные преобразователи с амплитудой механических колебаний 30–40 мкм [22, 23].

Приложение растягивающих напряжений σ изменяет соотношение между магнитоупругой энергией и энергией кристаллографической анизотропии кристалла. При небольших значениях $\sigma < 10^2$ МПа, когда намагниченность \vec{M}_s в доменах ориентирована вдоль ОЛН, напряжение выделяет одну из осей в качестве легчайшей [23].

Одноосное растяжение в плоскости пластины (110), приложенное под углом $0 \leq \alpha < 55^\circ$ к оси [001], в качестве легчайшей выделяет ось [001]. Если в исходном состоянии кристалл имел ДС типа А, упругое растяжение стабилизирует эту ДС (рис. 7 а) [24]. При этом ширина основных доменов уменьшается (рис. 7 б, в) [25]. Увеличение магнитоупругой энергии замыкающих треугольников под действием σ компенсируется уменьшением их размеров, а следовательно, и шириной основных доменов D [25]. Уменьшение ширины доменов приводит к меньшим скоростям движения доменных границ при перемагничивании, вызывая снижение магнитных потерь на вихревые токи [26]. Отметим, что стабильная ориентация 180° ДГ под влиянием упругого растяжения смещается в сторону нормали к плоскости пластины.

Упругое растяжение вдоль оси [001] уничтожает замыкающие каплевидные доменные комплексы, намагниченность которых неблагоприятно ориентированы относительно σ , вследствие чего ширина основных доменов снижается еще более значительно (рис. 7 з–е). Исчезновение «капель» начинается с уменьшения объема внутреннего домена, ориентиро-

ванного вдоль оси [100] или [010]. После этого остаются только поверхностные веретенообразные домены, которые исчезают при дальнейшем увеличении σ [7, 25].

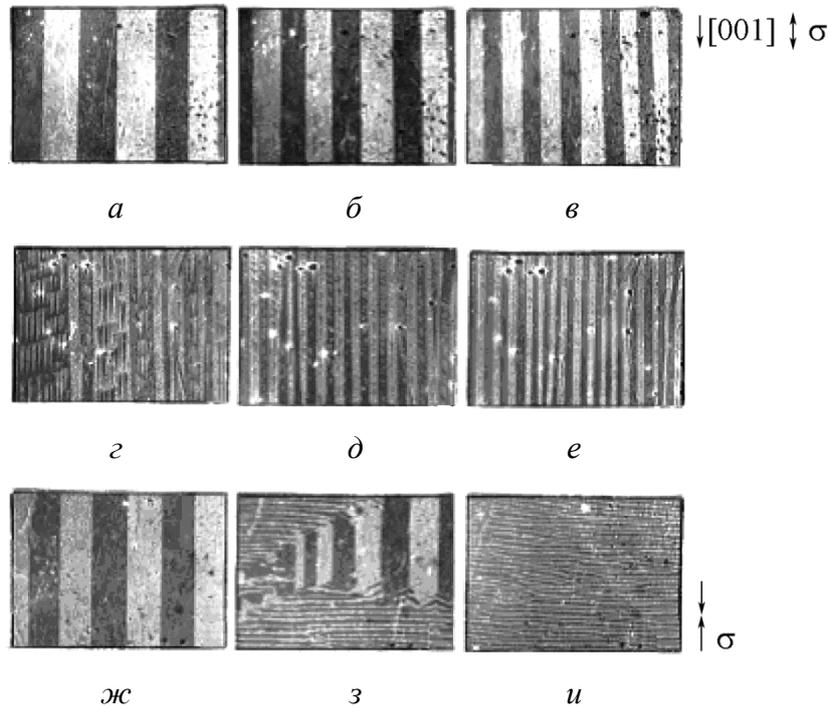


Рис. 7. Изменение ДС на поверхности монокристалла (110) ($\beta = 0^\circ$ для *а–в, ж–и*; $\beta = 2^\circ$ для *г–е*) под действием упругого растяжения (*а–е*) и сжатия (*ж–и*) вдоль оси [001]. Величина напряжения σ : *а, г, ж* – 0; *б, д, з* – 5; *в, е, и* – 10 МПа

При действии σ под углом $55^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ растяжение в качестве оси легчайшего намагничивания выделяет оси [100] или [010] и стабилизирует ДС типа В (рис. 7 *и*). В ДС типа В внутренние домены намагничены вдоль оси [100] или [010], а магнитный поток замыкается призматическими поверхностными доменами с \vec{M}_s вдоль оси [001], вытянутыми вдоль направления [011] [10]. Напряжение, действующее вдоль оси [111] (угол $\alpha \approx 55^\circ$), не влияет на энергию доменов с намагниченностью \vec{M}_s вдоль ОЛН, поэтому ДС и магнитные свойства сплава Fe-3%Si не изменяются.

Если упругое растяжение и магнитное поле действуют вдоль одной оси при $\alpha < 55^\circ$, то задерживается формирование ДС типа С. При $\alpha > 55^\circ$ под действием σ образуется ДС типа В, которая существенно облегчает условия перемагничивания кристалла.

Между индукцией и магнитострикцией существует однозначная связь, которая вытекает из дифференциального соотношения для термодинамического потенциала [1].

$$\left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \sigma}\right)_H = 4\pi \left(\frac{\partial \lambda}{\partial H}\right) \sigma. \quad (10)$$

Из него следует, что под действием растяжения $\sigma > 0$ в области магнитных полей, где $(\partial \lambda / \partial H)_\sigma < 0$, магнитная индукция будет уменьшаться.

При производстве лент АЭС растягивающие напряжения создают нанесением магнитоактивного (растягивающего металла) электроизоляционного покрытия. Плоскостное растяжение покрытия в образцах стали с ребровой текстурой имеет преобладающую компоненту вдоль оси текстуры [7]. Это обеспечивает значительное сужение основных полосовых 180° доменов и уменьшение магнитных потерь на 5–12 % в зависимости от степени совершенства текстуры и толщины ленты сплава [27].

3. Заключение

Анализ влияния кристаллоструктурного и текстурного состояния на доменную структуру трехосных ферромагнетиков, проведенный на примере железокремнистых сплавов, открывает пути совершенствования их магнитных свойств. Установлено, что оптимизация вида, размеров, распределения доменов и подвижности их междоменных границ в сплаве Fe-3 % Si приводит к уменьшению удельных магнитных потерь $P_{1,7/50}$ на 10–20 % и увеличению магнитной индукции B_{800} на 8–10 %, по сравнению с характеристиками высших марок АЭС, производимой обычным методом двухстадийной деформации с промежуточным отжигом. Дальнейшие улучшения магнитных свойств электротехнической стали связаны с совершенствованием магнитоактивных покрытий, оптимизацией термомагнитной, лазерной, и других видов обработки [28–31].

Благодарность

Работа выполнена в рамках ГЗ по темам «Магнит» № АААА-А18-118020290129-5, «Диагностика» № АААА-А18-118020690196-3 и проекта Программы УрО РАН.

Авторы благодарят Стародубцева Ю.Н. за сбор констант сплава Fe-3 % Si, изменения которых представлены на рис. 1.

Литература

1. Вонсовский С. В. Магнетизм. – М. : Наука, 1971. – 1032 с.
2. Hubert A., Schafer R. Magnetic domains. – Berlin : Springer, 2009. – 686 p.
3. Shilling J. W., House G. L. Magnetic properties and domain structures in grain-oriented 3.2% Si-Fe // IEEE Trans. Magn. – 1974. – Vol. 10, no. 2. – P. 195–223. – DOI: 10.1109/TMAG.1974.1058317.
4. Карр В. Магнотрикция // Магнитные свойства металлов и сплавов / пер. с англ. – М. : Изд-во иностр. лит., 1961. – С. 267–327.
5. Ferro A., Montalenti G., Soardo G. P. Non linearity anomaly of power losses vs frequency in various soft magnetic materials // IEEE Trans. Magn. – 1975. – Vol. 11, no. 5. – P. 1341–1343. – DOI: 10.1109/TMAG.1975.1058895.
6. Ландау Л. Д. Собрание трудов. Т. 1 / под. ред. Е. М. Лифшица. – М. : Наука, 1969. – 128 с.
7. Драгошанский Ю. Н. Доменная структура трехосных ферромагнетиков и ее роль в формировании свойств магнитомягких сплавов : автореф. дис. ... док. физ.-мат. наук : 01.04.11. – Екатеринбург, 1996. – 142 с.
8. Зайкова В. А., Старцева И. Е., Филиппов Б. Н. Доменная структура и магнитные свойства электротехнических сталей. – М. : Наука, 1992. – 271 с.
9. Устройство для оптического мониторинга поверхности твердых тел : пат. 174673 Рос. Федерация / Драгошанский Ю. Н., Пудов В. И. – № 2017112851/28 ; заявл. 13.04.2017 ; опубл. 25.10. 2017, Бюл. № 30 (II ч.). – 5 с.
10. Раствор для нанесения электроизоляционного покрытия на сталь и способ его получения : пат. 1608243 SU / Ханжина Т. А., Бамбуров В. Г., Драгошанский Ю. Н., Власова З. Н., Бесчеревных И. В., Алексеев В. А. – № 4369481 ; заявл. 28.01.1988 ; опубл. 23.11.1990, Бюл. № 43. – 6 с.
11. Theory of domain-structures in 3-axial ferromagnetic crystals / B. N. Filippov, S. V. Zhakov, Y. N. Dragoshanskiy, Y. N. Starodubtsev, E. L. Lykov // The Physics of Metals and Metallography. – 1976. – Vol. 42, no. 2. – P. 260–277.
12. Domain width and magnetic loss in grain-oriented soft magnetic materials strained by local bending / Yu. N. Dragoshanskii, E. V. Bratuseva, V. V. Gubernatorov, B. K. Sokolov // The Physics of Metals and Metallography. – 1997. – Vol. 83, no. 3. – P. 270–274.
13. Starodubtsev Y. N., Dragoshanskiy Y. N. Domain size dependence on crystal thickness of silicon-iron // Fizika Metallov i Metallovedenie. – Vol. 47, iss. 5. – P. 925–931.

14. Dragoshanskiy Y. N., Yesina N. K., Zaykova V. A. Influence of crystallographic texture (110)[001] perfection on magnitude of electromagnetic losses in transformer steel // *Fizika Metallov i Metallovedenie*. – 1978. – Vol. 45, no. 4. – P. 723–728.
15. Shur Ya. S. and Dragoshanskii Yu. N. On the Shape of Closure Domains inside Fe-Si Crystals // *Fiz. Met. Metalloved.* – 1966. – Vol. 22 (5). – P. 702–710.
16. Schlenker M. X-ray topographic observation of internal ferromagnetic domain walls // *Труды междунаро. конф. по магнетизму (МКМ-73)*. Т. 4. – М. : Наука, 1974. – С. 178–186.
17. Degauque J. Les pertes d'énergie dans les ferromagnétiques métalliques doux: origines physiques (Energy losses in soft metallic ferromagnetic materials: physical origins) // *Mem. Erud. Sci. Rev. Metal.* – 1985. – Vol. 82. – P. 5–24.
18. Dragoshanskii Y. N., Pudov V. I. Physical Mechanisms of Reverse Magnetization Jumps and Improvement of the Functional Characteristics of Ferromagnetics // *Dokl. Phys.* – 2018. – Vol. 63, no. 9. – P. 358–361. – DOI: 10.1134/S1028335818090045.
19. Dragoshanskii Yu. N. and Shur Ya. S. On the Formation of the Domain Structure of Silicon-Iron Crystals // *Fiz. Met. Metalloved.* – 1966. – Vol. 21, no. 5. – P. 678–687.
20. Zhakov S. V., Filippov B. N., and Dragoshanskii Yu. N. Domain Structure and Magnetization Processes in Three-Axial Single Crystals in the Field Applied at an Angle to the Easy Magnetization Direction // *Fiz. Met. Metalloved.* – 1979. – Vol. 47, no. 2. – P. 310–318.
21. Sasaki T., Imamura M. Magnetostrictive properties of individual grain in grain-oriented 3% Si-Fe // *IEEE Trans. Magn.* – 1981. – Vol. 17, no. 6. – P. 2866–2868. – DOI: 10.1109/TMAG.1981.1061561.
22. Киршин А. И., Калугин А. С., Кратыш Г. С. Свойства холоднокатаной ленты из железоалюминиевого сплава для магнитострикторов // *Сталь*. – 1989. – № 10. – С. 70–73.
23. Способ повышения магнитострикции в сплавах : пат. 231565 SU / Шур Я. С., Губернаторов В. В., Соколов Б. К., Драгошанский Ю. Н., Баранова Н. А., Брышко Н. А. – опубл. 03.02.1986, Бюл. № 43. – 5 с.
24. Драгошанский Ю. Н., Шейко Л. М. Влияние плоскостных растяжений на доменную структуру и магнитные свойства кремнистого железа // *Изв. АН СССР. Серия физич.* – 1985. – Т. 49, № 8. – С. 1568–1572.
25. Dragoshanskii Yu. N., Zaikova V. A., Shur Ya. S. Effect of elastic extension on the domain structure of siliceous iron and cobalt crystals // *Fizika Metallov i Metallovedenie*. – 1968. – Vol. 25, no. 2. – P. 289–297.
26. Драгошанский Ю. Н., Зайкова В. А., Хан Е. Б. Влияние кристаллографической ориентации и упругой деформации на электромагнитные потери монокристаллов Fe-3% Si // *Труды Международной конф. МКМ-73*. – Т. 4. – М. : Наука, 1974. – С. 518–522.
27. Dragoshanskii Y. N., Pudov V. I. Optimization by deformation effects of the structure and properties of Fe-Si alloys with different texture // *Lett. Mater.* – 2018. – Vol. 8 (1). – P. 66–70. – DOI: 10.22226/2410-3535-2018-1-66-70.
28. Magnetic properties and dynamic domain behavior in grain-oriented 3% Si-Fe / T. Nozawa, M. Mizogami, H. Mogi, Y. Matsuo // *IEEE Trans. Magn.* – 1996. – Vol. 32, no. 2. – P. 572–589. – DOI: 10.1109/20.486550.
29. Pudov V. I., Dragoshanskii Y. N. Domain structure and magnetic losses in laminated magnetic circuits upon laser treatment // *The Physics of Metals and Metallography*. – 2015. – Vol. 116, no. 6. – P. 538–543. – DOI: 10.1134/S0031918X15060083.
30. Способ изготовления анизотропной электротехнической стали : пат. 2569260 Рос. Федерация / Пудов В. И., Драгошанский Ю. Н. – № 2014113812/02 ; заявл., 8.04.2014; опубл. 20.11.2015, Бюл. № 32. – 4 с.
31. Pudov V. I., Dragoshanskii Yu. N., Doroshek A. S. Efficiency of local deformation effects on the magnetic structure of core elements // *Diagnosics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2018. – Iss. 6. – P. 165–172. – DOI: 10.17804/2410-9908.2018.6.165-172. – URL: https://dream-journal.org/issues/2018-6/2018-6_242.html