

Received: 11.04.2024

Revised: 10.06.2024



Accepted: 16.08.2024



DOI: 10.17804/2410-9908.2024.4.070-082

STUDYING THE HEAT TRANSFER PROCESS IN A POROUS MEDIUM WITH A FISCHER–KOCH S TPMS STRUCTURE

K. V. Gubareva^{a, *} and A. V. Eremin^b

Samara State Technical University, 244 Molodogvardeyskaya St., Samara, 443100, Russia

^a  <https://orcid.org/0000-0002-9845-8372>  r.kristina2017@mail.ru;

^b  <https://orcid.org/0000-0002-2614-6329>  a.v.eremin@list.ru

*Corresponding author. E-mail: r.kristina2017@mail.ru

Address for correspondence: ul. Molodogvardeyskaya, 244, Samara, 443100, Russia

Tel.: +7 (846) 332-4226

The paper reports a study of the process of heat transfer in a porous medium with internal heat sources. A model material is considered, which is a porous plate formed by Fischer–Koch S elementary cells, with a topology of triply periodic minimal surfaces. The results of solving the boundary value problem of thermal conductivity in a thin plate under symmetric boundary conditions of the first kind are presented. The developed numerical-analytical method is used to obtain a simple solution to the problem, taking into account the topological features of the material. Computational homogenization methods based on computer-aided engineering simulation in the Ansys software are used to determine the transfer coefficients and thermophysical properties of the area under study. The paper presents graphs of temperature distribution in a porous plate at different times and compares the obtained analytical solutions with numerical ones. The results of the study can be used in designing thermal protection of heat-generating equipment, heat and mass transfer paths in thermal and mechanical equipment, etc. The solutions are presented in a simple analytical form; this enables them to be used by a wide range of researchers and engineers and does not require using expensive software and hardware.

Keywords: effective thermal conductivity, triply periodic minimum Fischer–Koch surface, additional unknown function, additional boundary characteristics, ordered macrostructure, porous material, heat transfer

Acknowledgment

The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation (RSF), No. 23-79-10044, <https://rscf.ru/project/23-79-10044/>. The use of Ansys in Samara State Technical University was licensed under agreement E11127/21 dated 04 October 2021.

References

1. Murzakova, A.R., Shayakhmetov, U.Sh., Vasin, K.A., and Bakunov, V.S. Developing a technology for the production of an effective porous structural heat and sound insulator. *Stroitelnye Materialy*, 2011, 5, 65–67. (In Russian).
2. Omarov, A.O. Substantiation of efficiency criteria of materials for rational enclosing structures and description of technology of efficient structural and heat-insulating cellular concrete on porous aggregates. *Vestnik Evraziyskoy Nauki*, 2021, 1, Available at: <https://esj.today/PDF/10SAVN121.pdf>. (In Russian).

3. Prokhorchuk, E.A., Leonov, A.A., Vlasova, K.A., Trapeznikov, A.V., Nikitin, V.I., and Nikitin, K.V. Prospects for the use of hot isostatic pressing in cast aluminum alloys (review). *Trudy VIAM*, 2021, 12 (106), 21–30. DOI: 10.18577/2307-6046-2021-0-12-21-30. (In Russian).
4. Izzheurov, E.A. and Uglanov, D.A. Obliteration's problems in capillary-porous structures of aerospace hydro systems' parts. *Vestnik Samarskogo universiteta. Aerokosmicheskaya Tekhnika, Tekhnologii, Mashinostroenie*, 2009, 3 (19), 143–146. (In Russian).
5. Alifanov, O.M., Salosina, M.O., Budnik, S.A., and Nenarokomov, A.V. Design of aerospace vehicles' thermal protection based on heat-insulating materials with optimal structure. *Aerospace*, 2023, 10 (7), 629. DOI: 10.3390/aerospace10070629.
6. Rydalina, N. V., Aksenov, B. G., Stepanov, O. A., and Antonova, E. O. Application of porous materials in heat exchangers of heat supply system. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Problemy Energetiki*, 2020, 22 (3), 3–13. (In Russian). DOI: 10.30724/1998-9903-2020-22-3-3-13.
7. Rydalina, N.V., Stepanov, O.A., and Antonova, E.O. Application of porous metals in the designs of heat exchangers. *Vestnik Evraziyskoy Nauki*, 2023, 15 (1). (In Russian). Available at: <https://esj.today/PDF/24SAVN123.pdf>
8. Son, E.E. Damper systems for the high voltage equipment protection by porous metals. *Izvestiya RAN. Energetika*, 2019, 6, 78–109. (In Russian). DOI: 10.1134/S0002331019060098.
9. Andrianov, I.V., Kalamkarov, A.L., and Starushenko, G.A. Analytical expressions for effective thermal conductivity of composite materials with inclusions of square cross-section. *Composites. Part B: Engineering*, 2013, 50, 44–53. DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.01.023.
10. Bragin, D.M., Popov, A.I., Ivannikov, Yu.N., Eremin, A.V., Zinina, S.A., and Kechin, N.N. Experimental study of effective thermal conductivity of materials based on TPMS. In: *The 5th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*, IEEE, Lipetsk, Russian Federation, 2023, pp. 983–985. DOI: 10.1109/SUMMA60232.2023.10349385.
11. Prosviryakov, E.Yu. Gravitational Principle of minimum pressure for incompressible flows. *Diagnosics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2021, 2, 22–29. DOI: 10.17804/2410-9908.2021.2.022-029. Available at: http://dream-journal.org/issues/content/article_315.html
12. Gorshkov, A.V. and Prosviryakov, E.Yu. Analytical study of the Ekman angle for the Benard–Marangoni convective flow of viscous incompressible fluid. *Diagnosics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2021, 4, 34–48. DOI: 10.17804/2410-9908.2021.4.34-49. Available at: http://dream-journal.org/issues/2021-4/2021-4_340.html
13. Fischer, W. and Koch, E. Spanning minimal surfaces. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 1996, 354 (1715), 2105–2142. DOI: 10.1098/rsta.1996.0094.
14. Lykov, A.V. *Teoriya teploprovodnosti* [Theory of Thermal Conductivity]. Vysshaya Shkola Publ., Moscow, 1967, 600 p. (In Russian).
15. Bragin, D.M., Eremin, A.V., Popov, A.I., and Shulga A.S. Method to determine effective thermal conductivity coefficient of porous material based on minimum surface Schoen's I-WP(R) type *Vestnik IGEU*, 2023, 2, 61–68. (In Russian). DOI: 10.17588/2072-2672.2023.2.061-068.
16. Popov, A.I., Bragin, D.M., Zinina, S.A., Eremin, A.V., and Olatuyi O.J. Determination of the effective thermal conductivity of a porous material with an ordered structure based on I-WP TPMS. *Mezhdunarodnyi Zhurnal Informatsionnykh Tekhnologiy i Energoeffektivnosti*, 2022, 7, 3–1 (25), 61–67. (In Russian).
17. Eremin, A.V., Gubareva, K.V., Popov, A.I. Investigation of the temperature state of fuel elements with a given spatial distribution of heat sources. *AIP Conf. Proc.*, 2022, 2456, 020015. DOI: 10.1063/5.0074727.
18. Kudinov, I.V., Kotova, E.V., and Kudinov, V.A. A method for obtaining analytical solutions to boundary value problems by defining additional boundary conditions and additional sought-for functions. *Numerical Analysis and Applications*, 2019, 12 (2), 126–136. DOI: 10.1134/S1995423919020034.

19. Kudinov, V.A., Eremin, A.V., and Stefanyuk, E.V. Analytical solutions of heat-conduction problems with time-varying heat-transfer coefficients. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2015, 88 (3), 688–698. DOI: 10.1007/s10891-015-1238-y.
20. Kudinov, V.A., Kartashov, E.M., and Kalashnikov V.V. *Analiticheskie resheniya zadach teplomassoperenosa i termouprugosti dlya mnogosloynnykh konstruktseyi* [Analytical Solutions of Problem of Heat and Mass Transfer and Thermoelasticity for Multilayered Structures: Educational Book]. Vysshaya Shkola Publ., Moscow, 2005, 430 p. (In Russian).

Подана в журнал: 11.04.2024



УДК 536.21



DOI: 10.17804/2410-9908.2024.4.070-082

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ СО СТРУКТУРОЙ ТПМП ФИШЕРА – КОХА S

К. В. Губарева^{a, *}, А. В. Еремин^b

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Самарский государственный технический университет»,
ул. Молодогвардейская, 244, Самара, 443100, Россия*

^a  <https://orcid.org/0000-0002-9845-8372>  r.kristina2017@mail.ru;

^b  <https://orcid.org/0000-0002-2614-6329>  a.v.eremin@list.ru

*Ответственный автор. Электронная почта: r.kristina2017@mail.ru
Адрес для переписки: ул. Молодогвардейская, 244, Самара, 443100, Россия
Тел.: +7 (846) 332-42-26

В работе выполнено исследование процесса переноса тепла в пористой среде с внутренними источниками тепла. Рассматривается модельный материал – пористая пластина с топологией трижды периодических минимальных поверхностей, образованная элементарными ячейками типа Фишера – Коха S. В статье приведены результаты решения краевой задачи теплопроводности в тонкой пластине при симметричных граничных условиях первого рода. С использованием разработанного численно-аналитического метода получено простое по форме решение задачи с учетом топологических особенностей материала. При определении коэффициентов переноса и теплофизических свойств исследуемой области использованы методы вычислительной гомогенизации среды на основе CAE-моделирования в программном комплексе Ansys. В статье приведены графики распределения температуры в пористой пластине в различные моменты времени, выполнено сравнение полученных аналитических решений с численными. Результаты работы могут быть использованы при проектировании тепловой защиты тепловыделяющего оборудования, теплообменных трактов тепломеханического оборудования и др. Решения представлены в простом аналитическом виде, что делает возможным их использование широким кругом исследователей, инженеров и не требует использования дорогостоящего программного обеспечения и вычислительной техники.

Ключевые слова: эффективная теплопроводность, трижды периодическая минимальная поверхность Фишера – Коха, дополнительная искомая функция, дополнительные граничные характеристики, упорядоченная макроструктура, пористый материал, перенос тепла

1. Введение

В большинстве случаев пористые материалы представляют собой твердотельный каркас с газовыми каналами, полостями различной формы. Такие материалы широко используются во многих отраслях промышленности благодаря своим уникальным свойствам: в строительной отрасли пористые материалы используются для изготовления легких бетонов, экструдированного пенополистирола и др. Они обладают низкой плотностью, хорошими теплоизоляционными свойствами, что делает их идеальными для строительства зданий с низким энергопотреблением [1–2]. В аэрокосмической промышленности пористые материалы используются для изготовления теплоизоляционных материалов или облегчения веса конструкций [3–5]. В энергетической промышленности – в качестве рабочей зоны фильтров, сепараторов, теплообменных устройств и т. д. [6–8].

Изучение теплофизических характеристик материалов с пористой структурой является важной задачей теоретической и прикладной теплотехники. Свойства таких материалов существенно зависят от геометрических и топологических характеристик пор, свойств материала каркаса и заполнителя порового пространства. Одной из ключевых особенностей пористых материалов является их большая поверхность, которая способствует увеличению теплового, гидрогазодинамического сопротивления, влияет на теплоотдачу и теплопроводность материала. Понимание закономерностей теплопереноса в пористых материалах позволяет оптимизировать их использование в различных технических приложениях. Моделирование теплопереноса в пористых материалах требует учета зависимости теплофизических свойств от температуры. Это приводит к необходимости решения сложных, в том числе нелинейных, дифференциальных уравнений в частных производных, а также их систем.

Решению задач переноса (тепла, массы, импульса) в пористых средах посвящены работы многих авторов. Разрабатываются новые точные и численные методы их решения [9–12], новые технологии изготовления пористых материалов, улучшаются физико-механические свойства и т. д. Одним из наиболее перспективных направлений развития данной темы является разработка теоретических основ прогнозирования физических свойств пористых материалов с упорядоченной структурой. Наибольший интерес вызывают пористые материалы на основе трижды периодических поверхностей минимальной энергии. Эти поверхности используются при создании материалов с пористой структурой, таких как фильтры, мембраны и другие. Особенностью этих поверхностей является то, что их свойства можно прогнозировать на основе основных геометрических характеристик, таких как толщина стенки элементарной ячейки, размер ячейки и др. Например, при увеличении пористости такого материала его термическое сопротивление возрастает, а при уменьшении увеличивается прочность конструкции. Это позволяет заранее определить свойства материала и оптимизировать его параметры для конкретной задачи.

2. Постановка задачи и методы решения

В настоящей работе рассмотрена задача теплопроводности в пористой пластине с внутренним источником теплоты при симметричных граничных условиях первого рода, структура которой основана на трижды периодических минимальных поверхностях (ТПМП) типа Фишера – Коха S [13] с толщиной стенки $2l$ (рис. 1).

Пористость элементарной ячейки φ зависит от геометрических параметров (толщины стенки ячейки δ и длины ребра куба b , в который вписана ячейка) и определяется с помощью вычислений в модуле SpaceClaim ПК Ansys (рис. 2). Таким образом, пористость определяется выражением

$$\varphi = 1 - \frac{V_{\text{ТПМП}}}{V}, \quad (1)$$

где $V_{\text{ТПМП}}$ – объем элементарной ячейки; V – объем куба, в который вписана ячейка.

Аппроксимируя полученные результаты, получаем выражение

$$\varphi = 1 - 5,0735 \cdot \Delta, \quad (2)$$

где Δ – относительная толщина, $\Delta = \delta/b$.

Математическая постановка данной задачи с учетом симметрии пластины (для половины пластины) имеет вид [14]

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} + q_v, \quad (0 \leq x \leq l; \tau > 0); \quad (3)$$

$$T(x,0) = T_0; \quad (4)$$

$$T(l, \tau) = T_{ст}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (6)$$

где T – температура, К; c – теплоемкость, Дж/(кг·°С); ρ – плотность, кг/м³; τ – время, с; x – координата, м; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); q_V – мощность внутреннего источника теплоты, Вт/м³; $T_{ст}$ – температура стенки, К; T_0 – начальная температура, К. В соответствии с задачей (3) – (6) на одной из граней исследуемой ячейки задается граничное условие первого рода $T_{ст}$, а на всех остальных – отсутствие теплообмена.

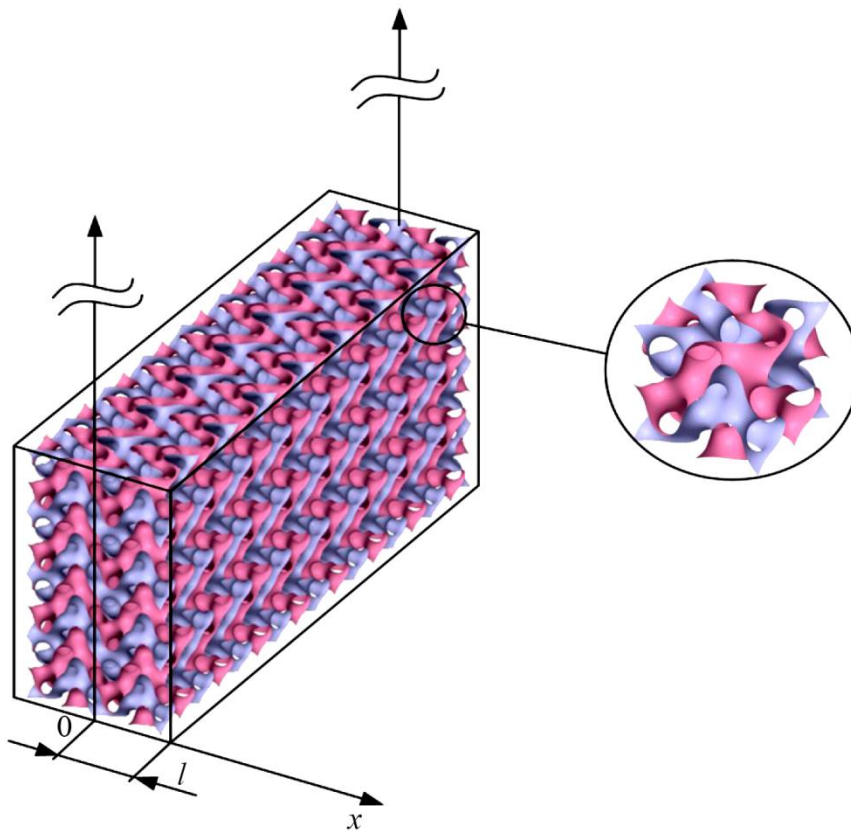


Рис. 1. Пористая пластина на основе ТПМП Фишера – Коха S

С целью осреднения теплофизических свойств материала выполнена вычислительная «гомогенизация среды» на основе метода минимального репрезентативного объема [15].

Следуя данному методу, уравнение (3) запишем в виде

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{eff}}{c \cdot \rho_{eff}} \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} + q_V, \quad (7)$$

где c_{eff} ($c_{eff} = c$), ρ_{eff} , λ_{eff} – эффективные (осредненные) коэффициенты теплоемкости, плотности и теплопроводности гомогенизированной среды соответственно.

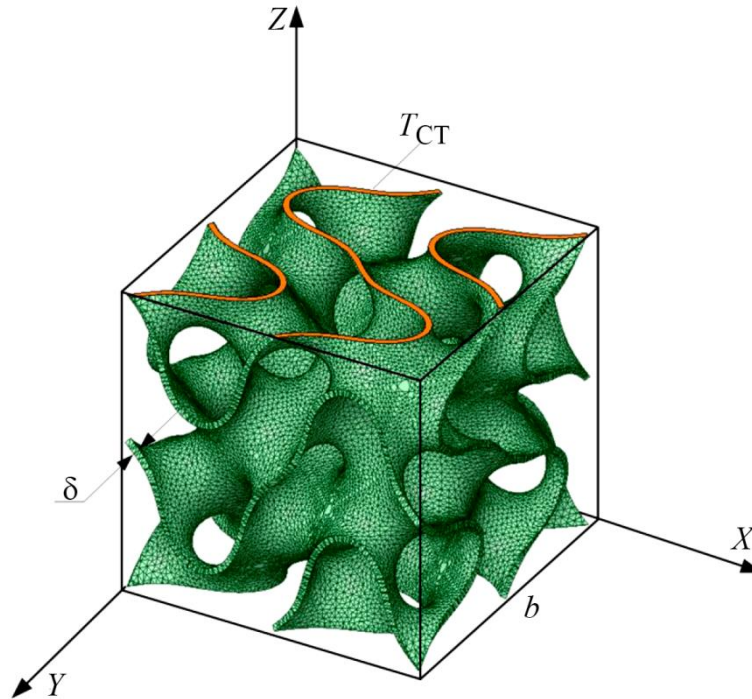


Рис. 2. Расчетная геометрия твердотельной модели ТПМП Фишера – Коха S

Плотность пористого материала ρ_{eff} определяется зависимостью от пористости φ :

$$\rho_{eff} = \rho_s \cdot (1 - \varphi), \quad (8)$$

где ρ_s – истинное значение плотности материала каркаса, из которого изготовлена пористая структура.

Эффективный коэффициент теплопроводности λ_{eff} определяется следующей линейной зависимостью:

$$\lambda_{eff} = \lambda_s \cdot 0,73 \cdot (1 - \varphi), \quad (9)$$

где λ_s – коэффициент теплопроводности материала твердотельного каркаса [14].

С учетом (8) можно записать:

$$c\rho_{eff} = c\rho_s \cdot (1 - \varphi) = \frac{\lambda_s}{a_s} \cdot (1 - \varphi), \quad (10)$$

где $a_s = \frac{\lambda_s}{c\rho_s}$.

С учетом (10) уравнение (3) примет вид

$$\frac{\lambda_s \cdot (1 - \varphi)}{a_s \cdot \lambda_{eff}} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{q_V}{\lambda_{eff}}; \quad (11)$$

Выполним параметризацию уравнения (3). Введем следующие переменные и параметры:

$$\xi = \frac{x}{L}; \quad \Theta = \frac{T - T_0}{T_{CT} - T_0}; \quad Fo = \frac{a_s \tau}{L^2}; \quad Po = \frac{q_v L^2}{\lambda_{eff} \cdot A \cdot (T_{CT} - T_0)}; \quad A = \frac{\lambda_s}{\lambda_{eff}}.$$

Здесь Θ – безразмерная температура; ξ – безразмерная координата; L – линейный размер ячейки (длина ребра куба), м; Fo – критерий Фурье (безразмерное время); Po – критерий Померанцева; A – коэффициент, зависящий от тепловых свойств материала твердотельного каркаса и эффективного коэффициента теплопроводности.

С учетом введенных обозначений уравнение (3) имеет следующий вид (см. рис. 3):

$$A \cdot (1 - \varphi) \cdot \frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} + Po \cdot A. \quad (12)$$

Решение уравнения (12) отыскивается в области $0 < \xi < 1$. Граничные условия (4) – (6) могут быть представлены в безразмерном виде:

$$\Theta(\xi, 0) = 0; \quad (13)$$

$$\Theta(1, Fo) = 1; \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Theta(0, Fo)}{\partial \xi} = 0. \quad (15)$$

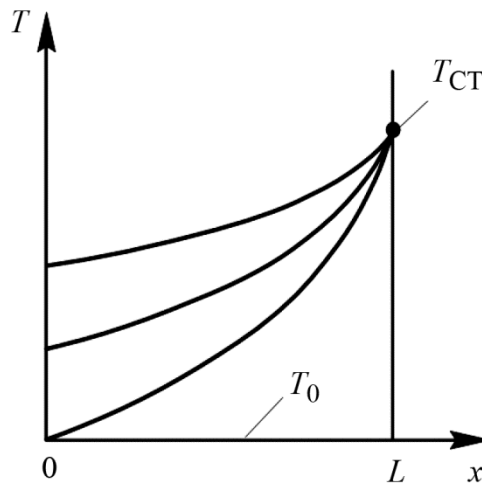


Рис. 3. График теплообмена

В соответствии с методом, описанным в работах [17–19], введем в рассмотрение новую искомую функцию времени

$$\sigma(Fo) = \Theta(0, Fo), \quad (16)$$

где $\sigma(Fo)$ – закон изменения температуры в центре пластины ($\xi = 0$) во времени.

Решение задачи (12)–(15) отыскивается в виде алгебраического полинома:

$$\Theta(\xi, Fo) = \sum_{i=1}^n b_i(Fo) \cdot \xi^{i-1}, \quad (17)$$

где n – число членов ряда (17); $b_i(Fo)$ – неизвестные коэффициенты, зависящие от безразмерного времени.

Для получения решения задачи (12)–(15) в первом приближении ограничимся тремя слагаемыми в выражении (17). Для определения неизвестных коэффициентов $b_i(Fo)$ подставим выражение (17) в граничные условия (14) и (15), а также в дополнительное условие (16). В результате подстановки получим систему трех алгебраических уравнений

$$\begin{cases} b_1 = \sigma(Fo); \\ b_2 = 0; \\ b_1 + b_2 + b_3 = 1. \end{cases}$$

Из решения системы находим:

$$b_1(Fo) = \sigma(Fo);$$

$$b_2(Fo) = 0;$$

$$b_3(Fo) = 1 - \sigma(Fo).$$

Выражение (17) с учетом найденных коэффициентов запишется в виде

$$\Theta(\xi, Fo) = f_1(\xi) \cdot \sigma(Fo) + \xi^2, \quad (18)$$

где $f_1(\xi) = 1 - \xi^2$ – координатная функция. Полученное соотношение удовлетворяет граничным условиям (14), (15), а также дополнительному условию (16) при любых значениях функции $\varphi(Fo)$.

Для приближенного удовлетворения исходного дифференциального уравнения (12) проинтегрируем его в пределах изменения пространственной координаты, т. е. составим интеграл теплового баланса [20]:

$$\int_0^1 \left(A \cdot (1 - \varphi) \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial Fo} \right) d\xi = \int_0^1 \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + Po \cdot A \right) d\xi. \quad (19)$$

Вычисляя интеграл, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d\sigma(Fo)}{dFo} \cdot \left(\frac{2A}{3} \cdot (1 - \varphi) \right) + 2 \cdot \sigma(Fo) - A \cdot Po - 2 = 0, \quad (20)$$

из решения которого находим

$$\sigma(Fo) = \frac{C_1 \cdot e^{\frac{-3Fo}{A(1-\varphi)}}}{2} + \frac{A \cdot Po}{2} + 1, \quad (21)$$

где C_1 – константа интегрирования.

Подставляя (21) в (18), получаем

$$\Theta(\xi, Fo) = f_1(\xi) \left(\frac{C_1 \cdot e^{\frac{-3Fo}{A(1-\varphi)}}}{2} + \frac{A \cdot Po}{2} + 1 \right) + \xi^2. \quad (22)$$

Для выполнения начального условия (13) составим его невязку и потребуем ортогональности невязки к координатной функции $f_1(\xi)$:

$$\int_0^1 [\Theta(\xi, 0)] f_1(\xi) d\xi = 4 \cdot C_1 + 4 \cdot A \cdot Po + 10 = 0. \quad (23)$$

Из решения уравнения (23) определим константу интегрирования $C_1 = -A \cdot Po - \frac{5}{2}$.

Выражение (18) с учетом найденного значения представляет решение задачи (12)–(15) в первом приближении и может быть записано в виде

$$\Theta(\xi, Fo) = (\xi^2 - 1) \left[\frac{e^{\frac{-3Fo}{A(1-\varphi)}} \cdot (2 \cdot A \cdot Po + 5)}{4} - \frac{A \cdot Po}{2} \right] + 1. \quad (24)$$

Для дальнейшего повышения точности необходимо увеличивать число членов ряда (17). Так, в третьем приближении будем использовать девять членов ряда, в четвертом – двенадцать и так далее. Для нахождения неизвестных коэффициентов необходимо использовать дополнительные граничные условия, физический смысл которых состоит в выполнении исходного дифференциального уравнения (12) и выражений, полученных после его дифференцирования в точках $\xi = 0$ и $\xi = 1$.

С целью оценки точности полученного приближенно-аналитического решения выполнены численные решения рассматриваемой задачи методом конечных разностей в ПО MathCAD и методом конечных элементов в ПК Ansys. Используя явную схему аппроксимации дифференциальных операторов, находим дискретное решение задачи (12)–(15) на пространственно-временной сетке:

$$\xi_j = j\Delta\xi; \quad j = \overline{0, J}; \quad \tau_i = i\Delta\tau; \quad i = \overline{0, I}, \quad (25)$$

где J, I – число шагов по координате ξ и времени τ соответственно.

В модуле Transient Thermal ПК Ansys в соответствии с задачей (12)–(15) на одной из граней элементарной ячейки задается граничное условие первого рода $T_{ст}$, а на всех остальных – отсутствие теплообмена. Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры устанавливается в соответствии с выражением (9). Конечно-элементная сетка для решения задачи состоит примерно из 2 млн элементов. Решение задачи теплопроводности в пористой плоской пластине выполнено при толщине стенки 0,0002 м. Температура в начальный момент времени принимается $T_0 = 0^\circ\text{C}$, а температура на поверхности пластины $T_{ст} = 100^\circ\text{C}$. Мощность внутреннего источника теплоты составляет 200 Вт/м³. Пористая пластина состоит из элементарных ячеек типа Фишера – Коха S и изготовлена из пластика PETG с использованием FDM-печати. Для расчетов приняты следующие свойства материала [14]: теплоемкость – 1050 Дж/(кг·°C); плотность – 1300 кг/м³; теплопроводность – 0,2 Вт/(м·°C).

3. Результаты и обсуждение

На рис. 4 представлены результаты расчетов, полученные несколькими методами: приближенно-аналитическим (расчет по формуле (17) во втором приближении), методом конечных разностей и методом конечных элементов. Анализ результатов позволяет сделать вывод об удовлетворительном совпадении безразмерных температур, полученных всеми методами.

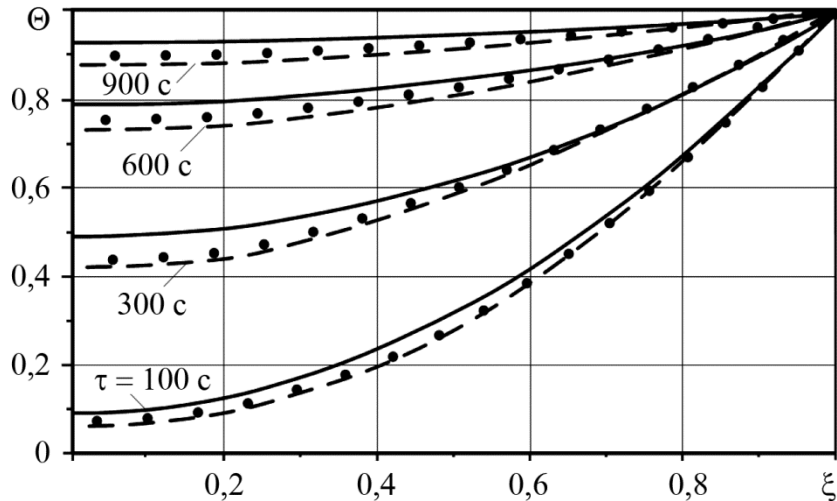


Рис. 4. Распределение температуры по координате при $\phi = 0,89$ и $Ro = 0,001$:
 — — — расчет по формуле (17) (второе приближение); - - - - решение по методу конечных разностей (MathCAD); ○○○○ – решение по методу конечных элементов (Ansys)

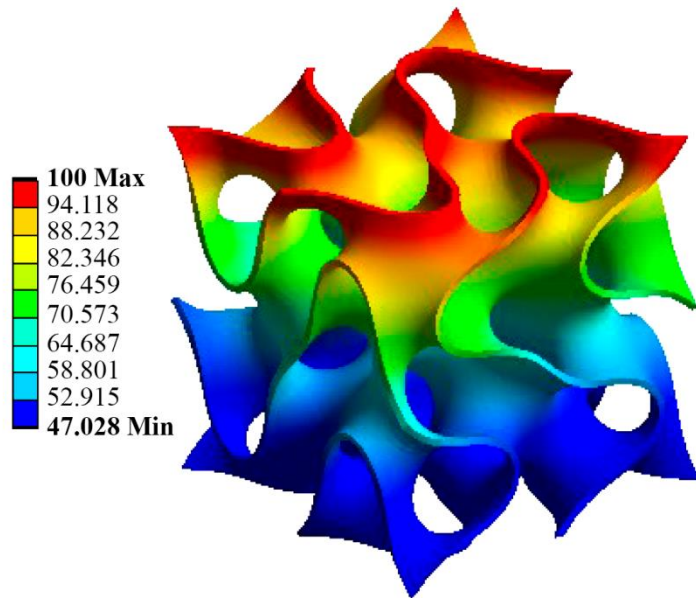


Рис. 5. Распределение температуры в элементарной ячейке Фишера – Коха S

Путем анализа вычислительных экспериментов установлено, что ТПМП-ячейка типа Фишера – Коха S сохраняет структуру (не происходит внутренних пересечений, полного заполнения пор и др.) в диапазоне толщины стенки $0 < \delta \leq 0,0019$ м. С учетом зависимости (2) область допустимых значений пористости составляет $0,26 < \phi \leq 1$. Для указанных значений δ и ϕ распределение температуры по координате практически не зависит от геометрических характеристик ячейки.

В результате решения задачи методом конечных элементов были получены контуры распределения температуры в исследуемой ячейке (рис. 5).

4. Заключение

Получено простое по форме аналитическое решение задачи переноса тепла через плоскую пористую стенку, структура которой основана на ТПМП типа Фишера – Коха S. Полученные выражения для определения температурной функции позволяют без использования специализированного ПО и вычислительной техники находить распределение температур внутри пористых материалов, определять тепловые потери и т. д.

С целью верификации приближенно-аналитического метода решения задачи теплопереноса в пористой среде, основанной на ТПМП типа Фишера – Коха S, выполнено сравнение результатов расчетов температурной функции во втором приближении с результатами, полученными методами конечных разностей и конечных элементов. Погрешность вычислений во втором приближении по сравнению с численными методами не превышает 4 % (по норме Чебышева) в диапазоне времени $\tau \geq 700$ с.

Полученные результаты могут быть использованы для определения эффективной теплопроводности пористых материалов на основе ТПМП, температурных полей и тепловых потоков внутри пористых сред при одномерном переносе тепла.

Благодарность

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10044, <https://rscf.ru/project/23-79-10044/>. Лицензия на использование Ansys в ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» предоставлена в рамках договора ЕП127/21 от 04.10.2021 г.

Литература

1. Разработка технологии получения эффективного строительного пористого тепло- и звукоизоляционного конструкционного материала / А. Р. Мурзакова, У. Ш. Шаяхметов, К. А. Васин, В. С. Бакунов // Строительные материалы. – 2011. – № 5. – С. 65–67.
2. Омаров А. О. Обоснование критериев эффективности материалов для рациональных ограждающих конструкций и описание технологии эффективных конструкционно-теплоизоляционных ячеистых бетонов на пористых заполнителях // Вестник Евразийской науки. – 2021. – №1. – URL: <https://esj.today/PDF/10SAVN121.pdf>
3. Перспектива применения пеноалюминия для изделий авиакосмической техники (обзор) / Е. А. Прохорчук, А. А. Леонов, К. А. Власова, А. В. Трапезников, В. И. Никитин, К. В. Никитин // Труды ВИАМ. – 2021. – № 12 (106). – С. 21–30. – DOI: 10.18577/2307-6046-2021-0-12-21-30.
4. Изжеуров Е. А., Угланов Д. А. Проблемы облитерации в капиллярно-пористых структурах изделий гидросистем аэрокосмической техники // Вестник Самарского университета Аэрокосмическая техника, технологии. – 2009. – № 3 (19). – С. 143–146.
5. Design of aerospace vehicles' thermal protection based on heat-insulating materials with optimal structure / О. М. Alifanov, М. О. Salosina, S. A. Budnik, A. V. Nenarokomov // Aerospace. – 2023. – Vol. 10 (7). – P. 629. – DOI: 10.3390/aerospace10070629.
6. Применение пористых материалов в теплообменных аппаратах системы теплоснабжения / Н. В. Рыдалина, Б. Г. Аксенов, О. А. Степанов, Е. О. Антонова // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2020. – Т. 22 (3). – С. 3–13. – DOI: 10.30724/1998-9903-2020-22-3-3-13.
7. Применение пористых металлов в конструкциях теплообменных аппаратов / Н. В. Рыдалина, О. А. Степанов, Е. О. Антонова // Вестник Евразийской науки. – 2023. – Т. 15 (1). – URL: <https://esj.today/PDF/24SAVN123.pdf>

8. Сон Э. Е. Демпферные системы защиты корпусов высоковольтного электрооборудования пористыми металлами // Известия РАН. Энергетика. – 2019. – № 6. – С. 78–109. – DOI: 10.1134/S0002331019060098.
9. Andrianov I. V., Kalamkarov A. L., Starushenko G. A. Analytical expressions for effective thermal conductivity of composite materials with inclusions of square cross-section // Composites. Part B: Engineering. – 2013. – Vol. 50. – P. 44–53. – DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.01.023.
10. Experimental study of effective thermal conductivity of materials based on TPMS / D. M. Bragin, A. I. Popov, Yu. N. Ivannikov, A. V. Eremin, S. A. Zinina, N. N. Kechin // The 5th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), Lipetsk, Russian Federation, November 8–10, 2023. – IEEE, 2023. – P. 983–985.
11. Prosviryakov E. Yu. Gravitational principle of minimum pressure for incompressible flows // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2021. – Iss. 2. – P. 22–29. – DOI: 10.17804/2410-9908.2021.2.022-029. – URL: http://dream-journal.org/issues/content/article_315.html
12. Gorshkov, A. V., Prosviryakov, E. Yu. Analytical study of the Ekman angle for the Benard–Marangoni convective flow of viscous incompressible fluid // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2021. – Iss. 4. – P. 34–48. – DOI: 10.17804/2410-9908.2021.4.34-49. – URL: http://dream-journal.org/issues/2021-4/2021-4_340.html
13. Fischer W., Koch E. Spanning minimal surfaces // Philosophical Transactions of the Royal Society A. – 1996. – 354 (1715). – P. 2105–2142. – DOI: 10.1098/rsta.1996.0094.
14. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М. : Высшая школа, 1967. – 600 с.
15. Метод определения коэффициента эффективной теплопроводности пористого материала на основе минимальной поверхности типа Schoen’s I-WP(R) / Д. М. Брагин, А. В. Еремин, А. И. Попов, А. С. Шульга // Вестник ИГЭУ. – 2023. – № 2. – С. 61–68. – DOI: 10.17588/2072-2672.2023.2.061-068.
16. Определение эффективного коэффициента теплопроводности пористого материала с упорядоченной структурой, основанной на ТПМП I-WP / А. И. Попов, Д. М. Брагин, С. А. Зинина, А. В. Еремин, О. Д. Олатуйи // Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности. – 2022. – Т. 7, № 3–1 (25). – С. 61–67.
17. Eremin A. V., Gubareva K. V., Popov A. I. Investigation of the temperature state of fuel elements with a given spatial distribution of heat sources // AIP Conf. Proc. – 2022. – 2456. – 020015. – DOI: 10.1063/5.0074727.
18. Kudinov I. V., Kotova E. V., Kudinov V. A. A method for obtaining analytical solutions to boundary value problems by defining additional boundary conditions and additional sought-for functions // Numerical Analysis and Applications. – 2019. – Vol. 12 (2). – P. 126–136. – DOI: 10.1134/S1995423919020034.
19. Kudinov V. A., Eremin A. V., Stefanyuk E. V. Analytical solutions of heat-conduction problems with time-varying heat-transfer coefficients // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol 88 (3). – P. 688–698. – DOI: 10.1007/s10891-015-1238-y.
20. Кудинов В. А., Карташов Э. М., Калашников В. В. Аналитические решения задач теплопереноса и термоупругости для многослойных конструкций : учеб. пособие для вузов. – М. : Высшая школа, 2005. – 430 с.