

Received: 16.02.2022

Revised: 18.03.2022

Accepted: 15.04.2022

DOI: 10.17804/2410-9908.2022.2.055-066

DESTRUCTION OF A PROTECTIVE PIPE COATING UNDER CYCLIC LOADING BY INTERNAL PRESSURE

V. V. Struzhanov^{1, a), *} and A. E. Chaikin^{2, b)}

¹*Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation*

²*Institute of Natural Sciences and Mathematics, B. N. Yeltsin Ural Federal University, 48 Kuibysheva St., Ekaterinburg, 620000, Russian Federation*

^{a)}  <https://orcid.org/0000-0002-3669-2032>  stru@imach.uran.ru;

^{b)}  <https://orcid.org/0000-0001-5582-2384>  chaykin.ae@yandex.ru

*Corresponding author: E-mail: stru@imach.uran.ru

Address for correspondence: 34 Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation

Tel.: +7(343)362 30 19

An analytical method has been developed for determining the moment of destruction of thin pipe coatings whose material retains elasticity during cyclic changes in internal pressure. The coating material has the property of strain softening, that is, destruction with increasing deformation occurs as stresses drop. The properties of the coating material are described by a convex-concave potential. Due to damage accumulation resulting from fatigue loading, the properties of the coating material change. Hence, the complete deformation curve degenerates. To determine the moment of destruction, the methods of the mathematical theory of catastrophes are used, which make it possible to find all the equilibrium positions of the system and the point of instability of the deformation process. Due to the degeneration of the properties of the coating material, the catastrophe (loss of stability) approaches the parameters of fatigue loading.

Keywords: thin coating of pipes, equilibrium state curves, loss of deformation stability, degeneration of coating material properties, catastrophe (destruction).

Acknowledgment

The work was performed according to the state assignment, theme No. AAAA-A18-118020790145-0.

References

1. Andrasic C.P., Parker A.P. Dimensionless stress intensity factors for cracked thick cylinders under polynomial crack face loadings. *Engineering Fracture Mechanics*, 1984, vol. 19 (1), pp. 187–193. DOI: 10.1016/0013-7944(84)90078-X.
2. Shannon R.W.E. Stress intensity factors for thick-walled cylinders. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 1974, vol. 2 (1), pp. 19–29. DOI: 10.1016/0308-0161(74)90013-1.
3. Poston T., Stewart I. Teoriya katastrofi ee prilozheniya [Poston T., Stewart I. Catastrophe Theory and its Applications, London, San Francisco, Pitman, 1978]. Moscow, Mir Publ., 1980, 608 p. (In Russian).
4. Gilmore R. Prikladnaya teoriya katastrofi. Book 1 [Gilmore R. Catastrophe Theory for Scientists and Engineers, Dover Publications, 1993]. Moscow, Mir Publ., 1984, 350 p. (In Russian).

5. Vil'deman V.E. and Chausov N.G., Conditions of Deformation Failure for Special Configuration Stretched Sample. *Zavod. Lab., Diagn. Mater.*, 2007, vol. 73, No. 10, pp. 55–59. (In Russian).
6. Vil'deman V.E., Tretyakov M.P. Material testing by plotting total deformation curves. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2013, vol. 42, pp. 166–170. DOI: 10.3103/S1052618813010159.
7. Andreeva E.A. Solution of one-dimensional softening materials plasticity problems. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2008, iss. 2 (17), pp. 152–160. DOI: 10.14498/vsgtu642. (In Russian).
8. Kadashevich Yu.I., Pomytkin S.P. Investigation of uniaxial and biaxial loadings of softening materials in endochronic theory of inelasticity. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2012, iss. 1 (26), pp. 110–115. DOI: 10.14498/vsgtu1007. (In Russian).
9. Wildemann V.E., Lomakin E.V. & Tretyakov M.P. Postcritical deformation of steels in plane stress state. *Mech. Solids*, 2014, vol. 49, pp. 18–26. DOI: 10.3103/S0025654414010038.
10. Struzhanov V.V., Chaikin A.E. Destruction of a Thin-walled Spherical Vessel by Internal Pressure. *AIP Conference Proceedings*, 2020, vol. 2315, 020044. DOI: 10.1063/5.0036729.
11. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoy sredy* [Continuum mechanics, vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 492 p. (In Russian).
12. Mironov V.I., Bagazeev Yu.M. Mechanical properties of the material at the stage of deformation softening. *Vestnik PGTU. Mechanics of composites*, 1999, No. 1, pp. 78–85.
13. Struzhanov V.V., Mironov V.I. Tartashnik K.A. On one approach to the calculation of durability under cyclic loading. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2004, iss. 26, pp. 94–101. DOI: 10.14498/vsgtu184. (In Russian).
14. Struzhanov V.V., Korokin A.V., Chaykin A.E. One approach to determination of the ultimate load-bearing capacity of mechanical systems with softening elements. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2018, 22 (4), pp. 762–773. DOI: 10.14498/vsgtu1624. (In Russian).
15. Struzhanov V.V. The determination of the deformation diagram of a material with a falling branch using the torsion diagram of a cylindrical sample. *Sib. Zh. Ind. Mat.*, 2012, vol. 15 (1), pp. 138–144. (In Russian).

Подана в журнал: 16.02.2022

УДК 539.3

DOI: 10.17804/2410-9908.2022.2.055-066

РАЗРУШЕНИЕ ЗАЩИТНОГО ПОКРЫТИЯ ТРУБЫ ПРИ ЕЕ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

В. В. Стружанов*, А. Е. Чайкин

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
«Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук»,
д. 34, ул. Комсомольская, Екатеринбург, 620049, Российская Федерация*

a)  <https://orcid.org/0000-0002-3669-2032>  stru@imach.uran.ru;

b)  <https://orcid.org/0000-0001-5582-2384>  chaykin.ae@yandex.ru

*Ответственный автор. Электронная почта: stru@imach.uran.ru

Адрес для переписки: ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация

Тел.: +7(343)362–30–19

Разработан аналитический метод определения момента разрушения тонких покрытий труб, материал которых при циклических изменениях внутреннего давления сохраняет свойство упругости. Материал покрытия обладает свойством деформационного разупрочнения, т. е. разрушение при возрастающей деформации происходит в процессе падения напряжений. Свойства материала покрытия описываются выпукло-вогнутым потенциалом. В силу накопления повреждений в результате усталостного нагружения свойства материала покрытий изменяются. Следовательно, полная диаграмма деформирования вырождается. Для определения момента разрушения используются методы математической теории катастроф, которые позволяют найти все положения равновесия системы и точку потери устойчивости процесса деформирования. В силу вырождения свойств материала покрытия катастрофа (потеря устойчивости) приближается к параметрам усталостного нагружения.

Ключевые слова: тонкое покрытие труб, кривые равновесных состояний, потеря устойчивости деформирования, вырождение свойств материала покрытия, катастрофа (разрушение).

1. Введение

Цилиндрические элементы конструкций часто применяются в технике. Для повышения работоспособности таких элементов часто используют защитные покрытия, которые ограждают их от вредного влияния агрессивных сред и от воздействия на окружающую среду, когда трубы выполнены из токсичных материалов. В процессе нагружения защитные покрытия могут разрушиться и перестать выполнять свои функции. Следовательно, задача о прогнозировании их разрушения является актуальной [1, 2].

В работе предложена методика расчета момента разрушения тонкого покрытия толстостенной цилиндрической трубы, находящейся под воздействием циклически изменяющегося внутреннего давления. Она основана на применении методов математической теории катастроф [3, 4]. Реализация данного подхода возможна, если вводить в рассмотрение неустойчивые состояния материала покрытия (разупрочнение), которые характеризуются падающей ветвью диаграммы деформирования [5–10]. При этом разрушение трактуется как невозможность равновесия [11]. В ходе исследования разрушения покрытия учитывается вырождение полной диаграммы деформирования материала в результате усталостного нагружения [12; 13].

2. Постановка задачи

Рассмотрим элемент конструкции, состоящий из длинной толстостенной трубы с тонким покрытием единичной толщины. Внутренний радиус трубы равен a , внешний – b . Труба находится под действием циклического внутреннего давления, которое действует на внутренние границы трубы и изменяется от нуля до p_c . Материал трубы при любой величине внутреннего давления сохраняет упругость. Величина p_c такова, что материал покрытия находится также в упругом состоянии. Свойства материала трубы определяет модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν . Покрытие изготовлено из материала, который при квазистатическом возрастающем нагружении может проходить все стадии деформирования, вплоть до разупрочнения. В упругости материал покрытия имеет модуль Юнга H и коэффициент Пуассона μ . Требуется найти число циклов нагружения системы, необходимых для разрушения покрытия.

3. Определяющие соотношения при плоском напряженном состоянии материала покрытия (квазистатическое деформирование)

Рассмотрим плоский квадратный элемент материала с единичными размерами. Его деформирование осуществляем заданием нормальных деформаций ε_1 и ε_2 (двухосное растяжение). Если материал находится в состоянии упругости, то его потенциальная энергия деформаций равна

$$W^e = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2) = \frac{H}{2(1-\mu^2)}(\varepsilon_1^2 + 2\mu\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2), \quad (1)$$

где H – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона. Здесь использован закон Гука, связывающий при плоском напряженном состоянии нормальные напряжения σ_1 и σ_2 и нормальные деформации ε_1 и ε_2 , а именно,

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} = \frac{H}{(1-\mu^2)} \begin{pmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Формула (1) определяет кривые второго порядка на плоскости ε_1 – ε_2 (линии уровня потенциала W^e). Это центральные эллипсы, главные оси которых наклонены к декартовым осям ε_1 , ε_2 под углом $\pi/4$ (рис. 1). Точки, расположенные на большой полуоси, отвечают чистому сдвигу ($\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = -\varepsilon$). Произвольная точка $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ лежит на линии уровня с большой полуосью, равной

$$\rho = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 \frac{1+\mu}{1-\mu} + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2} = \sqrt{\frac{W^e}{G}}.$$

Здесь $G = \frac{H}{2(1+\mu)}$ – модуль сдвига в упругости.

После исчерпания упругости для описания свойств материала можно было бы использовать теорию малых упруго-пластических деформаций, в которой предполагается упругость объемной деформации и пропорциональность девиаторов тензоров напряжений и деформаций. Однако после выхода на стадию разупрочнения первая гипотеза не выполняется, так как материал уже существенно поврежден множеством микротрещин и объемный модуль изменяется.

Чтобы остаться в рамках деформационной теории, следует отказаться от первой гипотезы, а вместо второй сохранить пропорциональность напряжений и деформаций

с некоторым уже переменным, зависящим от деформаций матричным коэффициентом. Например, в рассматриваемой задаче этот матричный коэффициент в законе (2) можно принять в виде $C\psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, где ψ – некоторая скалярная функция требующая специального определения.

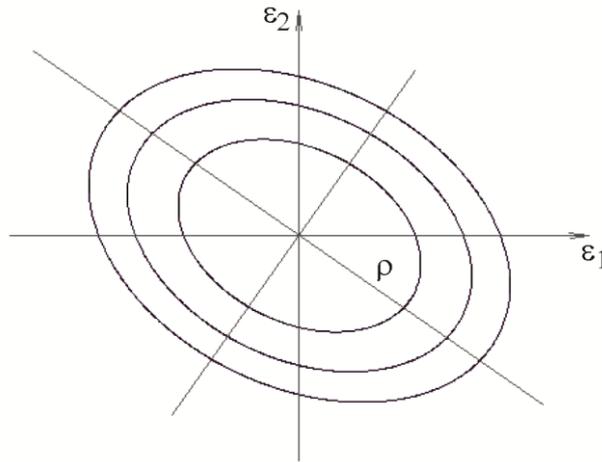


Рис. 1. Линии уровня потенциала W^e

Следствием принятого предположения является тот факт, что в области неупругости линии уровня функции энергии деформаций W (потенциальной энергии) подобны линиям уровня потенциала W^e , т. е. представляют собой эллипсы с тем же самым отношением главных осей. Необходимо только знать распределение значений потенциала по этим линиям уровня [14].

Воспользуемся полной диаграммой для чистого сдвига $\tau(\gamma)$ (τ – касательное напряжение, γ – деформация сдвига), которая обладает восходящей и нисходящей до нуля ветвями. Такую диаграмму материала можно получить, используя опытную диаграмму кручения стержней круглого поперечного сечения с пересчетом на диаграмму материала [15]. Тогда энергия, затраченная на деформирование, есть

$$V = \int_0^\gamma \tau(\gamma) d\gamma. \quad (3)$$

Пусть $\tau = \begin{cases} 0,5G(2\gamma - 6\gamma^2), & 0 \leq \gamma \leq \gamma_z = \frac{1}{3}; \\ 0, & \gamma \geq \gamma_z. \end{cases}$

При деформировании вдоль большой полуоси линий уровня имеем деформацию сдвига $\gamma = 2\varepsilon, \rho = \sqrt{2}\varepsilon$ и $\gamma = \sqrt{2}\rho$. После взятия интеграла (3) и замены γ на $\sqrt{2}\rho$ получаем

$$V(\rho) = \begin{cases} G\rho^2(1 - 2\sqrt{2}\rho), & 0 \leq \rho \leq \rho_z = 0,236; \\ G \cdot 0,0186, & \rho \geq \rho_z. \end{cases} \quad (4)$$

Т. е. функция (4) определяет значение потенциала W в точках большой полуоси. График функции (4) представлен на рис. 2. Это выпукло-вогнутая функция. На отрезке $(0, \rho_B)$ она выпуклая вниз (устойчивость деформирования материала). На отрезке (ρ_B, ρ_z) – выпукла вверх (материал находится в неустойчивом состоянии). При $\rho = \rho_B = \rho_z/2$ пограничное состояние. Здесь ρ_B соответствует максимальному значению на диаграмме $\tau(\gamma)$, после которого деформирование идет по падающей ветви.

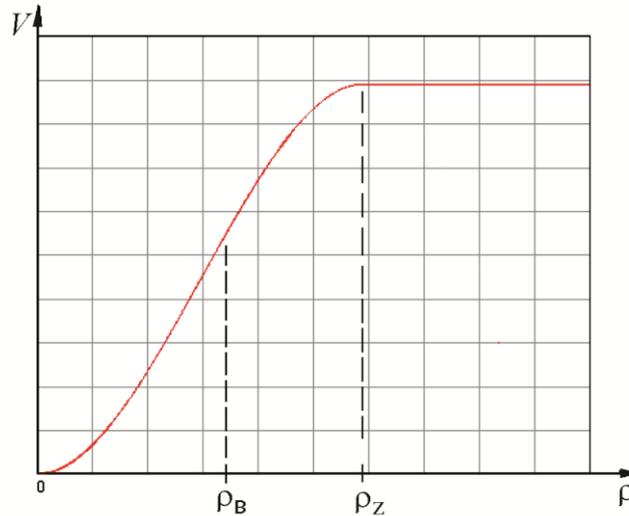


Рис. 2. График функции $V(\rho)$

Если в выражении (4) заменить $\rho = \sqrt{\frac{W^e}{G}}$, то получим значение потенциала

$$W(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \begin{cases} W^e \cdot \left(1 - 2\sqrt{2} \sqrt{\frac{W^e}{G}} \right), & 0 \leq \rho \leq \rho_Z; \\ G \cdot 0,0186, & \rho \geq \rho_Z, \end{cases} \quad (5)$$

отвечающего данным линиям уровня при неупругом деформировании. Качественный вид функции $W(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ изображен на рис. 3. При плоском напряженном состоянии функция W описывает все состояния материала (выпуклость вниз – устойчивость, упрочнение; выпуклость вверх – неустойчивость, разупрочнение).

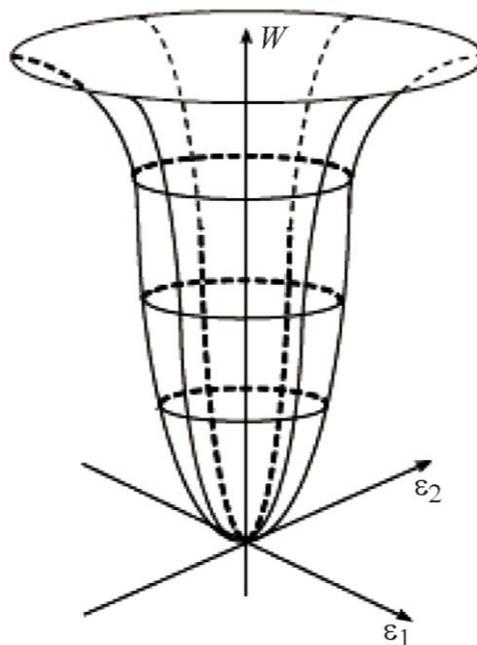


Рис. 3. Качественный вид поверхности потенциала $W(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$

Связь между напряжениями и деформациями в данном случае задана законом

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_1} \\ \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_2} \end{pmatrix} = C\psi(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix},$$

где $\psi = 1 - 3\sqrt{2}\sqrt{\frac{W^e}{G}}$, или $\psi = 1 - 3\sqrt{2}\rho$. При $p = p_z$ величина $\psi = 0$, что отвечает разрушению материала $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$.

4. Определение предельного значения перемещений точек внутренней границы трубы

Пусть материал покрытия не поврежден и его свойства описываются потенциалом (5). Найдем величину предельного давления p , при котором происходит разрушение покрытия. При квазистатическом возрастании величины p система труба-покрытие является консервативной механической системой. Для определения всех положений ее равновесия будем использовать аппарат математической теории катастроф [3]. Его применение основано на построении лагранжиана системы, который в силу равенства нулю кинетической энергии является суммой потенциальных энергий деформаций элементов системы. Это функция от задаваемого параметра p (параметр управления) и зависящей от p величины v – радиального перемещения точек внешней границы трубы (параметр состояния, обобщенная координата системы).

Энергию деформаций трубы найдем, вычисляя напряжения σ_r, σ_θ и деформации $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ из решения осесимметричной задачи Ляме с граничными условиями $\sigma|_{r=a} = -p, u|_{r=b} = v$ (u – радиальные перемещения точек трубы). Здесь σ_r, ε_r – радиальные напряжения и деформации, $\sigma_\theta, \varepsilon_\theta$ – тангенциальные напряжения и деформации. Производя необходимые действия, получаем

$$L_1 = l \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{1}{2} (\sigma_r \varepsilon_r + \sigma_\theta \varepsilon_\theta) r dr = l \cdot \frac{E\pi(b^2 - a^2)}{1 - \nu^2} \left[M^2(1 + \nu) + \frac{1}{b^2 a^2} N^2(1 - \nu) \right] =$$

$$= \frac{lE\pi(b^2 - a^2)}{1 - \nu^2} \left[\frac{v^2}{b^2} (1 + \nu) - \frac{a^2 [pb(1 - \nu^2) + Ev(1 + \nu)] \cdot [vE(1 + \nu) - pb(1 - \nu^2)]}{[(1 - \nu)b^2 + a^2(1 + \nu)]b^2 E^2} \right],$$

где $N = b^2 AB, M = \left(\frac{v}{b} - AB\right)$; $A = \frac{a^2}{(1-\nu)b^2 + a^2(1+\nu)}, B = \frac{pb(1-\nu^2) + Ev(1+\nu)}{bE}$.

(l – длина трубы).

В покрытии имеются только деформации $\varepsilon_\theta = v/b$. При таком деформировании, вычисляя величину большой полуоси линий уровня, имеем $\rho = \frac{v}{b} \sqrt{\frac{1}{1-\mu}}$. Тогда, используя выражения (4, 5), находим энергию покрытия

$$L_2 = 2\pi btl \frac{H}{1 - \mu^2} \left(\frac{v^2}{2b^2} - \sqrt{2} \frac{v^3}{b^3} \sqrt{\frac{1}{1 - \mu}} \right)$$

($2\pi btl$ – объем покрытия).

Итак, лагранжиан системы есть $L = L_1 + L_2$. Он зависит от одного параметра состояния v . Теперь, используя уравнение Лагранжа второго рода, получаем уравнение равновесия системы

$$\frac{dL}{dv} = \frac{lE\pi(b^2 - a^2)2v}{(1 - v)b^2 + a^2(1 + v)} - 2\pi a l p \left(\frac{a}{b} + \frac{av(1 + v)(b^2 - a^2)}{[(1 - v)b^2 + a^2(1 + v)]b} \right) + 2\pi b \frac{H}{1 - \mu^2} \left(\frac{v}{b^2} - 3\sqrt{2} \frac{v^2}{b^3} \sqrt{\frac{1}{1 - \mu}} \right) = 0. \quad (6)$$

Решая уравнение (6), находим зависимость p от v , т. е. функцию $p = f(v)$.

После разрушения покрытия внешняя поверхность трубы уже свободна от действия внешних сил. Из решения задачи Ляме с граничными условиями $\sigma|_{r=a} = -p, \sigma_r|_{r=b} = 0$ находим связь между p и v . В этом случае

$$p = kv; \quad k = [E(b^2 - a^2)](2a^2b)^{-1}. \quad (7)$$

Теперь из уравнения $f(v) = kv$ получаем значение $v = v^*$, которое определяет точку пересечения кривой $f(v)$ и прямой (7). Это точка с координатами $(v^*, p^* = f(v^*))$ (рис. 4) после достижения которой уже точки прямой отвечают равновесным состояниям системы, т. е. трубы с разрушенным покрытием. На отрезке $0 \leq v \leq v^*$ кривая равновесных состояний системы $p = f(v)$ имеет максимум при некотором значении $v \leq v' \leq v^*$ ($\left. \frac{dp}{dv} \right|_{v=v'} = 0$). Поэтому при постепенном возрастании параметра p при $p \geq p^*$ система имеет несколько возможных положений равновесия. Однако согласно принципу промедления система сначала проходит положения равновесия, отвечающие точкам восходящей ветви функции $p = f(v)$. После достижения значения $p' = f(v')$ равновесие становится неустойчивым и малейшее возрастание параметра p приводит к скачкообразному переходу в новое устойчивое равновесие, которое отвечает некоторой точке прямой kv . Таким образом, имеет место скачкообразное (катастрофическое) разрушение покрытия.

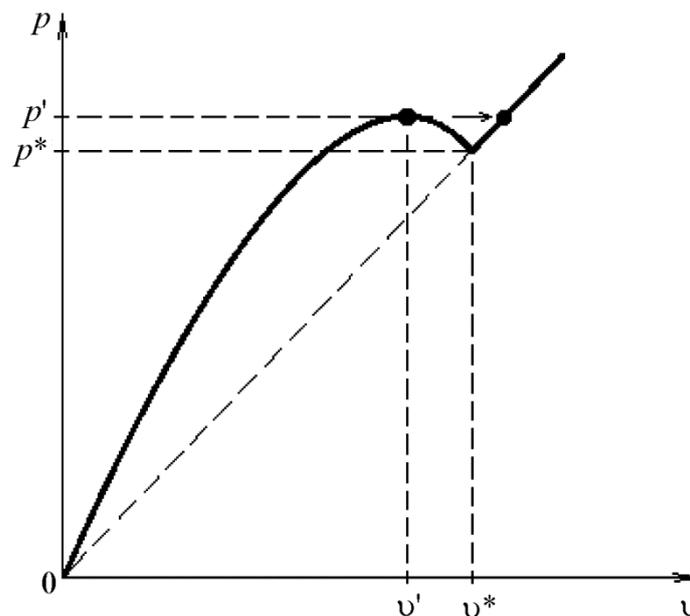


Рис. 4. Качественный вид кривой равновесных состояний системы (сплошная линия)

5. Параметры циклического нагружения покрытия

Найдем связь между задаваемым параметром p_c и величиной перемещения v_c точек внешней границы трубы при упругом деформировании трубы и покрытия.

Составим уравнение равновесия, используя уравнение Лагранжа второго рода при квазистатическом возрастании перемещения p , полагая, что системы находится в упругом состоянии. В этом случае лагранжиан системы есть функция $K = L_1 + V^e$, где L_1 – энергия деформаций трубы, а $V^e = 2\pi bl \frac{1}{2} \frac{H}{1-\mu^2} \varepsilon_\theta^2 = \pi bl \frac{H}{1-\mu^2} \frac{v^2}{b^2}$ – энергия упругих деформаций покрытия.

Тогда уравнение равновесия есть

$$\frac{dK}{dv} = \frac{lE\pi(b^2 - a^2)2v}{(1 - \nu)b^2 + a^2(1 + \nu)} - 2\pi alp \left(\frac{a}{b} + \frac{av(1 + \nu)(b^2 - a^2)}{[(1 - \nu)b^2 + a^2(1 + \nu)]b} \right) + 2\pi bl \frac{H}{1 - \mu^2} \frac{v}{b^2} = 0.$$

Отсюда

$$v = f(p) = \frac{a^2 p [(1 - \nu)b^2 + a^2(1 + \nu)](1 - \mu^2)}{[b^2(1 - \nu) + a^2(1 + \nu)]H + (Eb - a^2 p(1 + \nu))(1 - \mu^2)(b^2 - a^2)}.$$

Тогда $v_c = f(p_c)$ и максимальная деформация цикла $\varepsilon_\theta^c = v_c/b$.

6. Изменение свойств покрытия при циклировании

При циклическом нагружении с максимальной деформацией цикла ε_θ^c деформирование в потенциальном поле проходит от нуля до линии уровня с большой полуосью, равной $\rho_c = \frac{v_c}{b} \sqrt{\frac{1}{1-\mu}}$. При этом в силу повреждаемости материала покрытия в процессе циклирования происходит изменение значений потенциала по линиям уровня, то есть потенциал $V = V(\rho, n)$ (n – число циклов нагружения).

Для определения функции $V(\rho, n)$ необходимо производить циклическое кручение образца в области упругости с максимальным крутящим моментом $M = M_c$, причем M_c должно иметь такое значение, что на поверхности образца $\gamma = \gamma_c = \sqrt{2}\rho_c$; $\tau_c = G\gamma_c$, т. е. $M_c = \frac{\pi R^3}{2} \tau_c$ (R – радиус поперечного сечения скручиваемого образца). Сначала проводим испытание до полного разрушения материала поверхности образца и определяем предельное число циклов N . Затем другому образцу даем $n_1 = \frac{N}{m}$ циклов кручения (m – достаточно большое число). После этого скручиваем образец квазистатически возрастающим крутящим моментом и по методике находим полную диаграмму сдвига поверхностного слоя. Третьему образцу задаем $n_2 = \frac{2N}{m}$ циклов нагружения и также по методике определяем полную диаграмму сдвига и т. д. Таким образом, получаем семейство полных диаграмм, которые вырождаются с увеличением n в силу прогрессирующей поврежденности материала.

В качестве примера рассмотрим вырождение диаграммы чистого сдвига $\tau(\gamma)$, приведенной в разд. 3. Пусть $\tau_n = 0,5G(2\gamma - 6 \cdot A(n) \cdot \gamma^2)$. При $n = 0$ имеем $A = 1$. При $n = N$ последняя перед разрушением диаграмма материала поверхностного слоя образца есть

$$\tau_N = 0,5G(2\gamma - 6A_N\gamma^2).$$

При $\gamma_z = 2\gamma_c$ функция τ_N должна равняться нулю. Отсюда $A_N = 1/6\gamma_c$. Если A изменяется по линейному закону, то $A(n) = \frac{n}{N} \left(\frac{1}{6\gamma_c} - 1 \right) + 1$. График вырождения представлен на рис. 5.

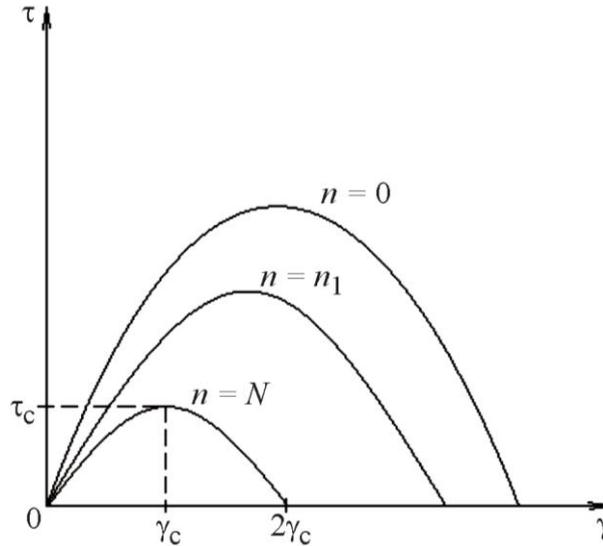


Рис. 5. График вырождения полной диаграммы $\tau(\gamma)$ в зависимости от числа циклов нагружения

Теперь энергия, затраченная на деформирование материала поверхностного слоя в зависимости от числа циклов нагружения равна

$$V(\rho, n) = \begin{cases} G\rho^2 \left(1 - 2\sqrt{2}\rho \cdot A(n) \right), & 0 \leq \rho \leq \rho_z = 0,236/A(n); \\ G \cdot 0,0186/A^2(n), & \rho \geq \rho_z. \end{cases}$$

Таким образом, предельная линия уровня, отвечающая разрушению, смещается к началу координат.

7. Число циклов до разрушения покрытия трубы

Запишем уравнение равновесия системы при квазистатическом возрастании перемещения p точек внутренней границы трубы для случая, когда энергия деформаций покрытия определяется функцией $V(\rho, n)$. Используя методику, изложенную в пункте 4, получаем уравнение равновесия аналогичное уравнению (6), а именно,

$$\frac{lE\pi(b^2 - a^2)2v}{(1 - \nu)b^2 + a^2(1 + \nu)} - 2\pi a l p \left(\frac{a}{b} + \frac{av(1 + \nu)(b^2 - a^2)}{[(1 - \nu)b^2 + a^2(1 + \nu)]b} \right) + 2\pi b \frac{H}{1 - \mu^2} \left(\frac{v}{b^2} - 3\sqrt{2} \frac{v^2}{b^3} \sqrt{\frac{1}{1 - \mu} \cdot A(n)} \right) = 0 \quad (8)$$

Решая уравнение (8), находим зависимость p от v и n , т. е. функцию $p = \varphi(v, n)$. Графики этой функции при возрастании величины p представлены на рис. 6, где точки Q и B – это точки разрушения покрытия.

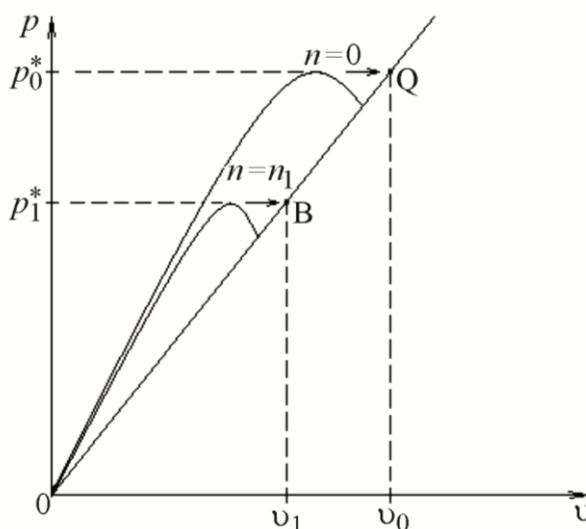


Рис. 6. Качественный вид кривых равновесных состояний системы при увеличении циклов нагружения

После разрушения покрытия связь между p и v определяется формулой (7) ($p = kv$). Тогда для каждого p из равенства $\varphi(v, n) = kv$ находится точка пересечения кривой $\varphi(v, n)$ и прямой (7) (Точки Q, B,...). Эта точка при увеличении числа циклов будет стремиться к началу координат (рис. 6).

Определим число циклов нагружения, при котором $p^* = p_c^*$. В этом случае точка пересечения кривой $\varphi(v, n)$ с прямой (7) имеет координаты $\left(\frac{p_c^*}{k}, p_c^*\right)$. Тогда, подставляя эти координаты в функцию φ , получаем равенство $\varphi\left(\frac{p_c^*}{k}, n\right) = p_c^*$. Отсюда получаем значение числа циклов нагружения p^* , при достижении которого произойдет разрушение покрытия.

8. Заключение

Представлены теоретические разработки по определению момента разрушения тонких покрытий труб при циклическом изменении внутреннего давления. Методика основана на использовании полных диаграмм деформирования с падающей ветвью материала покрытия, которые вырождаются в ходе циклического нагружения. Используется аппарат математической теории катастроф, в которой разрушение покрытия связано с потерей устойчивости нагружения механической системы труба–покрытие.

Благодарность

Работа выполнена в соответствии с государственным заданием по теме № АААА-А18-118020790145-0.

Литература

1. Andrasic C. P., Parker A. P. Dimensionless stress intensity factors for cracked thick cylinders under polynomial crack face loadings // Engineering Fracture Mechanics. – 1984. – Vol. 19 (1). – P. 187–193. – DOI: 10.1016/0013-7944(84)90078-X.

2. Shannon R. W. E. Stress intensity factors for thick-walled cylinders // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 1974. – Vol. 2 (1). – P. 19–29. – DOI: 10.1016/0308-0161(74)90013-1.
3. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения / пер. с англ. – М. : Мир, 1980. – 608 с.
4. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Кн. 1 / пер. с англ. – М. : Мир, 1984. – 350 с.
5. Вильдеман В. Э., Чаусов Н. Г. Условия деформационного разупрочнения материала при растяжении образца специальной конфигурации // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2007. – Т. 73, № 10. – С. 55–59.
6. Vil'deman V. E., Tretyakov M. P. Material testing by plotting total deformation curves // J. Mach. Manuf. Reliab. – 2013. – Vol. 42. – P. 166–170. – DOI: 10.3103/S1052618813010159.
7. Андреева Е. А. Решение одномерных задач пластичности для разупрочняющегося материала // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. Науки. – 2008. – № 2 (17). – С. 152–160. – DOI: 10.14498/vsgtu642.
8. Кадашевич Ю. И., Помыткин С. П. Исследования одноосного и двухосного нагружения разупрочняющихся материалов по эндохронной теории неупругости // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. Науки. – 2012. – № 1 (26). – С. 110–115. – DOI: 10.14498/vsgtu1007.
9. Wildemann V. E., Lomakin E. V. & Tretyakov M. P. Postcritical deformation of steels in plane stress state // Mech. Solids. – 2014. – Vol. 49. – P. 18–26. – DOI: 10.3103/S0025654414010038.
10. Struzhanov V. V., Chaikin A. E. Destruction of a Thin-walled Spherical Vessel by Internal Pressure // AIP Conference Proceedings. – 2020. – Vol. 2315. – 020044. – DOI: 10.1063/5.0036729.
11. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. – М. : Наука, 1970. – 492 с.
12. Миронов В. И., Багазеев Ю. М. Механические свойства материала на стадии деформационного разупрочнения // Вестник ПГТУ. Механика композитов. – 1999. – № 1. – С. 78–85.
13. Стружанов В. В., Миронов В. И., Тарташник К. А. Об одном подходе к расчету долговечности при циклическом нагружении // Вестник Сам. ГТУ. Сер. Физ.-мат. Науки. – 2004. – Вып. 26. – С. 94–101.
14. Стружанов В. В., Коркин А. В., Чайкин А. Е. Об одном подходе к определению предельной несущей способности механических систем с разупрочняющимися элементами // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2018. – Т. 22 (4). – С. 762–773.
15. Стружанов В. В. Определение диаграммы деформирования материала с падающей ветвью по диаграмме кручения цилиндрического образца // Сиб. журн. индустр. матем. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 138–144.